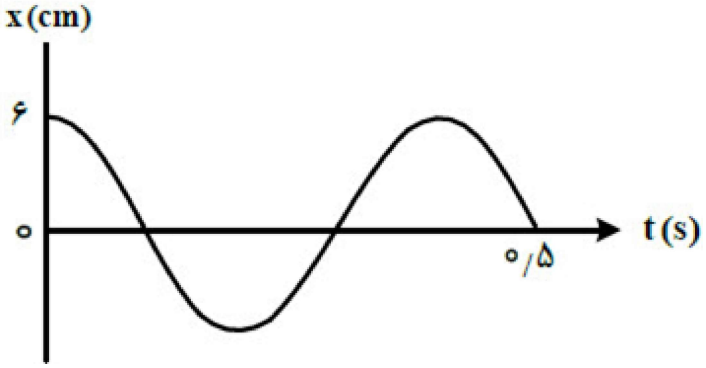
نام دبیر : مهندس باباخانی

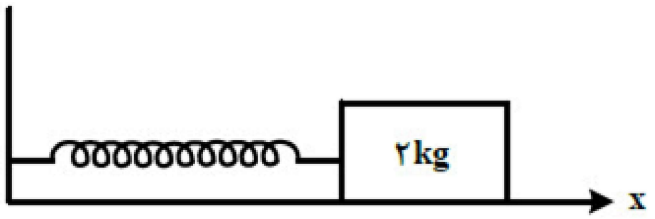
عنوان آزمون : هومورک ۲ نوسان

۱ نمودار مکان - زمان نوسانگری مطابق شکل مقابل است. بزرگی شتاب متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_1 = ۰/۱s$ تا $t_2 = ۰/۸s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟



۱) $\frac{۲۵}{۷}\pi$ ۲) $\frac{۱۵}{۷}\pi$ ۳) $\frac{۳}{۷}\pi$ ۴) $\frac{۲}{۷}\pi$

۲ مطابق شکل، وزنه‌ای به جرم $۲\,kg$ به فنری که ثابت آن $۲۰۰\frac{N}{m}$ است بسته شده و روی سطح افقی بدون اصطکاک، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر کمترین و بیشترین طول فنر در حین نوسان به ترتیب $۴۰\,cm$ و $۵۰\,cm$ باشد، در لحظه‌ای که شتاب نوسانگر $\vec{a} = \left(۲\frac{m}{s}\right)\vec{i}$ است، طول فنر، چند سانتی‌متر است؟

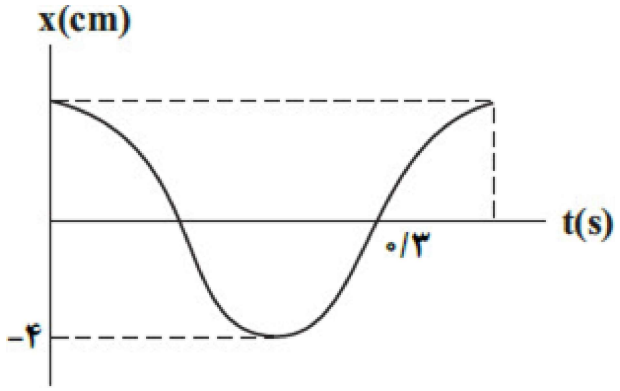


۱) ۴۲ ۲) ۴۳ ۳) ۴۷ ۴) ۴۸

۳ نوسانگری روی سطح افقی بدون اصطکاک، روی پاره‌خطی به طول $۴\,cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر بیشینهٔ تندی آن $۰/۰۸\pi\frac{m}{s}$ باشد، بزرگی شتاب نوسانگر در لحظه‌ای که جهت حرکت آن تغییر می‌کند، در SI چقدر است؟

۱) $۰/۰۶\pi^۲$ ۲) $۰/۰۴\pi^۲$ ۳) $۰/۱۶\pi^۲$ ۴) $۰/۳۲\pi^۲$

۴ نمودار مکان - زمان نوسانگری مطابق شکل مقابل است. شتاب این نوسانگر در لحظهٔ $t = \frac{۲}{۱۵}s$، چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$



۱) ۵ ۲) -۵ ۳) $۲/۵\sqrt{۳}$ ۴) $-۲/۵\sqrt{۳}$

۵ نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم $۵۰g$ در هر دقیقه ۱۲۰ نوسان کامل انجام می‌دهد. اگر در هر دوره این نوسانگر مسافت ۱۰۰ cm را طی کند، اندازهٔ بیشینه نیروی وارد بر نوسانگر چند نیوتون است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۱۲ ۴) ۵

۶ نوسانگری روی پاره‌خطی به طول ۸ cm روی سطح افقی بدون اصطکاک، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر در لحظه‌ای که فاصله نوسانگر از نقطه تعادل برابر ۲ cm است، بزرگی شتاب برابر $\frac{\pi^۲}{۲}\frac{m}{s^۲}$ باشد، تندی نوسانگر در لحظه عبور از نقطهٔ تعادل چند متر بر ثانیه است؟

۱) $\frac{\pi}{۱۰}$ ۲) $\frac{\pi}{۵}$ ۳) ۱۰π ۴) ۲۰π

۷ رابطه‌ی سرعت و مکان نوسانگری در SI به‌صورت $v^۲ + ۱۰۰x^۲ = ۱$ داده شده است. بیشینه شتاب نوسانگر چند $\frac{m}{s^۲}$ است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۲۰ ۴) ۱۰

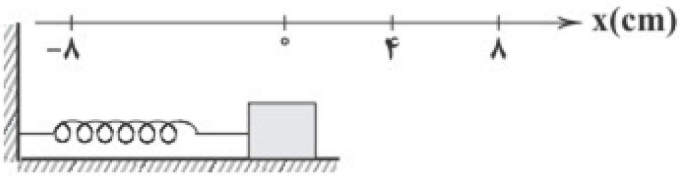
۸ نوسانگری روی پاره‌خطی به طول ۱۰ cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. این نوسانگر در لحظهٔ $t_۱$ با حرکت کندشونده از مکان $+۲$ cm عبور می‌کند و در لحظهٔ $t_۲$، برای اولین بار بعد از لحظهٔ $t_۱$ به مکان -۲ cm می‌رسد. اگر اندازهٔ سرعت متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ برابر $۳۲\frac{\text{cm}}{s}$ باشد، بیشینهٔ تندی آن چند $\frac{\text{cm}}{s}$ است؟ (مرکز نوسان را مبدأ مختصات درنظر بگیرید.)

۱) ۴π ۲) ۸π ۳) ۴۰π ۴) ۸۰π

۹ نوسانگری روی پاره‌خطی به طول ۲۰cm، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. کم‌ترین مدت‌زمانی که نوسانگر می‌تواند مسافت $۱۰\sqrt{۳}$ cm را طی کند، برابر با ۰/۲۵s است. بیشینه‌ی سرعت نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

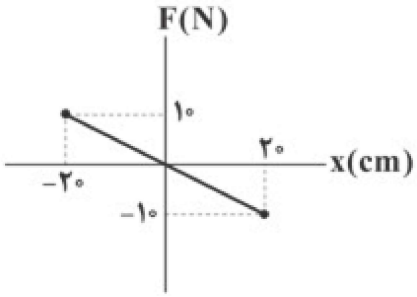
۱) $\frac{۸\pi}{۱۵}$ ۲) $\frac{۴\pi}{۱۵}$ ۳) $\frac{۳\pi}{۱۰}$ ۴) $\frac{۳\pi}{۲۰}$

۱۰ در شکل زیر، جسم متصل به فنر بین مکان‌های $x = -8cm$ و $x = +8cm$ حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر بعد از $0/5s$ از شروع حرکت، جسم برای اولین بار از مکان $x = +4cm$ عبور کند، اندازه‌ی شتاب جسم در این مکان، چند متر بر مجذور ثانیه است؟ (توجه کنید: نوسانگر از $x = +8cm$ شروع به نوسان می‌کند و $\pi \approx 3$)



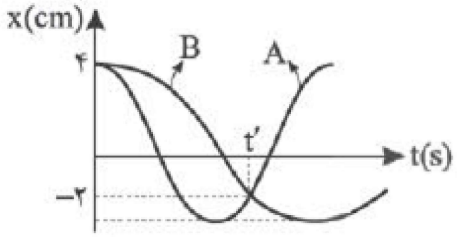
۱) ۰/۲۴ ۲) ۰/۱۶ ۳) ۰/۰۸ ۴) ۰/۳۲

۱۱ نمودار نیرو - مکان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم $80g$ که حول مبدأ مکان نوسان می‌کند، مطابق شکل است. بیشینه‌ی بزرگی تکانه نوسانگر چند واحد SI است؟



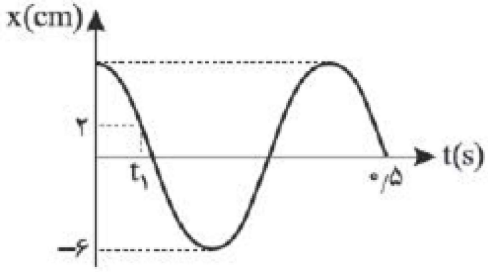
۱) ۸ ۲) ۰/۸ ۳) ۴ ۴) ۰/۴

۱۲ نمودار مکان—زمان دو نوسانگر A و B مطابق شکل است. بیشینهٔ شتاب نوسانگر A چند برابر بیشینهٔ شتاب نوسانگر B است؟



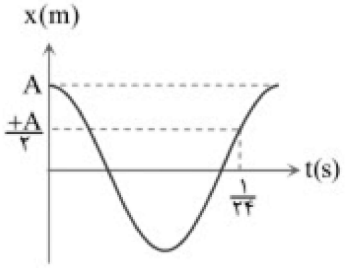
۱) $\frac{1}{2}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{1}{4}$ ۴) ۴

۱۳ نمودار مکان—زمان نوسانگری مطابق شکل است. اندازهٔ شتاب در لحظهٔ t_1 چند $\frac{m}{s^2}$ می‌باشد؟ $(\pi^2 = 10)$



۱) ۲/۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۵ ۴) ۰/۵

۱۴ نمودار مکان - زمان یک نوسانگر ساده به صورت شکل مقابل است. اگر بزرگی سرعت نوسانگر در لحظه‌ی عبور از مرکز نوسان برابر $۲\pi \frac{m}{s}$ باشد، معادله‌ی شتاب زمان آن در SI کدام است؟

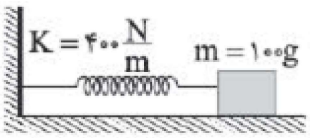


۱) $a = -۸۰\pi^۲ \text{Cos}\, ۲۰\, \pi t$
۲) $a = -۴۰\pi^۲ \text{Cos}\, ۲۰\, \pi t$
۳) $a = -۸۰\pi^۲ \text{Cos}\, ۴۰\, \pi t$
۴) $a = -۴۰\pi^۲ \text{Cos}\, ۴۰\, \pi t$

۱۵ وزنه‌ای داخل آسانسوری که با شتاب $۴\frac{m}{s}$ به طور تندشونده به سمت پایین در حال حرکت است از این فنر آویزان شده به طوری که فنر نسبت به حالت عادی خود ۶ cm تغییر طول داده است. فنر را کمی به اندازه‌ی ۲ cm فشرده کرده (به سمت بالا) و در $t = ۰$ رها می‌کنیم. در چه لحظه‌ای تندی جسم برای اولین بار بیشینه شده و مقدار آن چند $\frac{m}{s}$ است؟ $\left(\pi = ۳, g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$

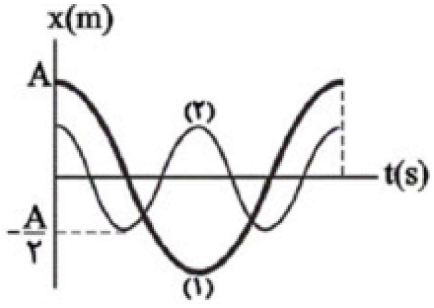
۱) ۰/۱۵ و ۰/۶
۲) ۰/۴۵ و ۰/۲
۳) ۰/۱۵ و ۰/۲
۴) ۰/۴۵ و ۰/۶

۱۶ در شکل زیر اگر جسم ساکن متصل به فنر را به اندازهٔ ۸ cm به سمت راست کشیده و در $t = ۰$ بدون سرعت اولیه رها کنیم، چند ثانیه بعد از شروع حرکت برای دومین بار تندی حرکت آن بیشینه می‌شود؟ $(\pi^۲ \approx ۱۰)$



۱) $\frac{۳}{۱۰}$
۲) $\frac{۳}{۴۰}$
۳) $\frac{۳}{۲۰}$
۴) $\frac{۳}{۸۰}$

۱۷ نمودار مکان - زمان دو حرکت هماهنگ ساده مطابق شکل زیر است، بیشینهٔ تندی نوسانگر (۱) چند برابر بیشینه تندی نوسانگر (۲) است؟

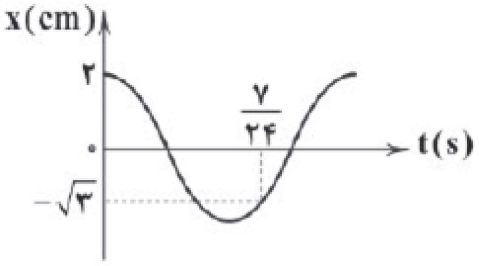


۱) ۱
۲) ۴
۳) $\frac{۱}{۴}$
۴) $\frac{۱}{۲}$

۱۸ متحرکی بر روی محور x نوسان می‌کند و نیروی وارد بر آن در SI به‌صورت $F = -۲۰x$ می‌باشد. اگر طول پاره‌خط مسیر ۴۰cm باشد و بیشینهٔ شتاب آن $۱۰\frac{m}{s^۲}$ شود، جرم آن چند کیلوگرم است؟

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۴ ۳) ۲/۵ ۴) ۴

۱۹ نمودار مکان - زمان نوسان‌گر وزنه - فنری مطابق شکل زیر است. اگر ثابت فنر $۱۰۰\frac{N}{m}$ باشد، اندازه‌ی نیروی وارد بر فنر در لحظه‌ی $t = \frac{۱}{۱۲}s$ چند نیوتون است؟



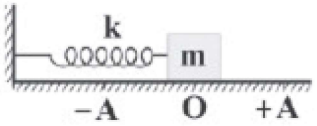
۱) ۱ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۲۵

۴) ۰/۱۲۵

۲۰ وزنه‌ای به جرم ۲۰۰g به انتهای فنری با ثابت $۳/۲\frac{N}{cm}$ بسته شده و مجموعه روی سطح افقی بدون اصطکاکی حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. اگر تندی بیشینهٔ وزنه $۲/۴\frac{m}{s}$ باشد، اختلاف بین حداکثر و حداقل طول فنر حین نوسان وزنه چند متر است؟

۱) ۰/۳ ۲) ۳ ۳) ۱۲ ۴) ۰/۱۲

۲۱ در شکل زیر، وزنه‌ای متصل به فنری سبک روی سطح افقی بدون اصطکاک در حال نوسان است. اگر در مکان $x = +A$ قسمتی از جرم وزنه کنده شود، به‌ترتیب از راست به چپ، انرژی مکانیکی وزنه و بسامد نوسان‌های آن چه تغییری می‌کند؟



۱) کاهش، افزایش ۲) کاهش، کاهش ۳) ثابت، افزایش ۴) ثابت، کاهش

۲۲ وزنه‌ای به جرم ۱۰۰ گرم با بسامد ۲۰ هرتز روی محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی آن نصف مقدار بیشینه‌اش شود، انرژی جنبشی آن به $۰/۱\pi^۲ J$ می‌رسد. معادلهٔ مکان - زمان آن در SI کدام است؟

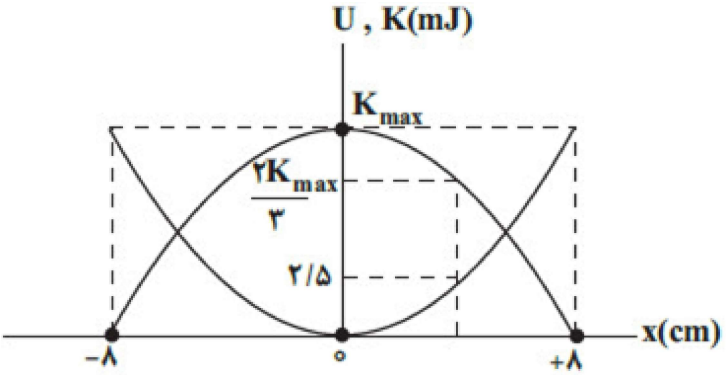
۱) $x = ۰/۰۵\,\mathrm{Cos}\,۴۰\pi t$ ۲) $x = ۰/۰۵\,\mathrm{Cos}\,۲۰\pi t$

۳) $x = ۰/۰۰\,\mathrm{Cos}\,۴۰\pi t$ ۴) $x = ۰/۰۰\,\mathrm{Cos}\,۲۰\pi t$

۲۳ انرژی پتانسیل یک نوسانگر به جرم ۱۰۰g در مکان‌های $x_۱$ و $x_۲$ به ترتیب $U_۱ = ۰/۳J$ و $U_۲ = ۰/۸J$ است. اگر انرژی جنبشی جسم در مکان $x_۱$، ۲ برابر انرژی جنبشی آن در مکان $x_۲$ باشد، در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل جسم ۱/۱J است، تندی آن چند متر بر ثانیه می‌باشد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۴ در شکل مقابل، نمودار انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل یک نوسانگر هماهنگ ساده برحسب مکان، نشان داده شده است. بیشینه نیروی وارد بر این نوسانگر، چند نیوتون است؟

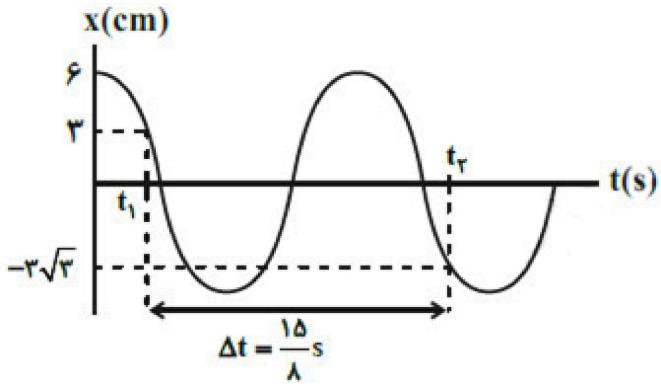


۱) $\frac{۳}{۱۶}$ ۲) $\frac{۱۵}{۱۶}$ ۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۳}{۸}$

۲۵ هنگامی‌که اختلاف انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی یک نوسانگر $۲۵mJ$ است، تندی نوسانگر نصف تندی آن در نقطهٔ تعادل است. اگر جرم نوسانگر $۰/۲\,kg$ و بیشینهٔ شتاب آن $۲۵\frac{m}{s^۲}$ باشد، دامنهٔ نوسان نوسانگر چند سانتی‌متر است؟

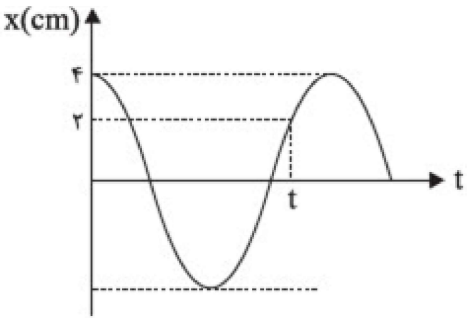
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۴

۲۶ نمودار مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم $۵۰g$ مطابق شکل مقابل است. انرژی جنبشی نوسانگر در لحظه‌ای که از مرکز نوسان عبور می‌کند، برابر با چند میلی‌ژول است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$



۱) صفر ۲) ۱۶ ۳) ۱/۶ ۴) ۰/۱۶

۲۷ نمودار مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای به جرم ۱۰۰ گرم مطابق شکل است. اگر انرژی مکانیکی این نوسانگر $۱/۲۸J$ باشد، لحظه‌ی t کدام است؟ $(\pi^۲ \approx ۱۰)$

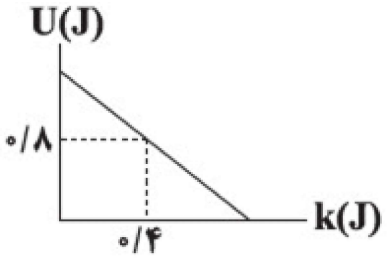


۱) $\frac{۱}{۱۲۰}$ ۲) $\frac{۱}{۲۴}$ ۳) $\frac{۱}{۲۴۰}$ ۴) $\frac{۱}{۴۸}$

۲۸ در یک حرکت نوسانی هنگامی که سرعت $\frac{۱}{۴}$ سرعت بیشینه است، انرژی پتانسیل نوسانگر چند برابر انرژی مکانیکی نوسانگر است؟

۱) $\frac{۱۵}{۱۶}$ ۲) $\frac{۷}{۹}$ ۳) $\frac{۱}{۱۶}$ ۴) $\frac{۱۳}{۱۶}$

۲۹ شکل مقابل نمودار انرژی پتانسیل برحسب انرژی جنبشی نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم $۵۰g$ را نشان می‌دهد. تندی این نوسانگر در نقطهٔ تعادل چند متر بر ثانیه است؟



۱) $۴\sqrt{۲}$ ۲) $۴\sqrt{۳}$
۳) $۰/۴\sqrt{۰/۳}$ ۴) $۰/۴\sqrt{۰/۲}$

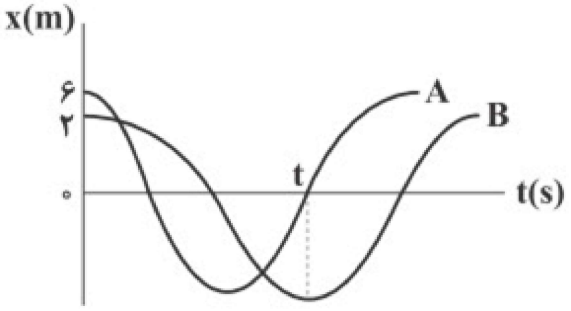
۳۰ نوسانگر هماهنگ ساده‌ای روی یک پاره‌خط راست به طول ۲۰ سانتی‌متر، در مدت ۴ ثانیه مسافت ۸۰ سانتی‌متر را طی می‌کند. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل این نوسانگر ۸ برابر انرژی جنبشی آن می‌شود، سرعت آن چند سانتی‌متر بر ثانیه خواهد بود؟ $(\pi \cong ۳)$

۱) ۳۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۵ ۴) ۱۰

۳۱ در یک حرکت هماهنگ ساده، در بازه‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، انرژی پتانسیل نوسانگر ۲۰ درصد کاهش یافته و انرژی جنبشی آن ۴۰ درصد تغییر می‌کند. تندی نوسانگر در لحظه‌ی $t_۱$، چه کسری از بیشینه‌ی تندی نوسانگر است؟ (اتلاف انرژی را ناچیز و قابل صرف‌نظر فرض کنید.)

۱) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۳۲ نمودار مکان - زمان دو نوسانگر هماهنگ ساده‌ی A و B مطابق شکل زیر است. اگر جرم نوسانگر A نصف جرم نوسانگر B باشد، انرژی مکانیکی نوسانگر B، چند برابر انرژی مکانیکی نوسانگر A است؟ (از اتلاف انرژی صرف‌نظر کنید.)



۱) $\frac{۸}{۸۱}$ ۲) $\frac{۸۱}{۸}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۲

۳۳ در حین نوسان هماهنگ ساده‌ی یک دستگاه وزنه - فنر، هنگامی که وزنه در یکی از نقاط بازگشتی است، نیمی از جرم آن برداشته می‌شود، در این صورت به ترتیب (از راست به چپ)، انرژی مکانیکی و بسامد این نوسانگر چند برابر می‌شوند؟

۱) ۱ - ۱ ۲) $\sqrt{۲}-\sqrt{۲}$ ۳) $\sqrt{۲}-۱$ ۴) $۱-\sqrt{۲}$

۳۴ معادله‌ی انرژی جنبشی - مکان یک نوسانگر که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، در SI به صورت $K = ۰/۱۶ - ۴۰۰\,x^۲$ است. مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در هر دوره چند سانتی‌متر است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۳۵ رابطهٔ بین انرژی پتانسیل (U) و سرعت نوسانگری (V) در SI به صورت $U = ۱۰ - ۰/۴V^۲$، بیشینهٔ سرعت نوسانگر چند $\frac{m}{s}$ است؟

۱) ۵ ۲) ۲۵ ۳) $\sqrt{۱۰}$ ۴) ۱۰

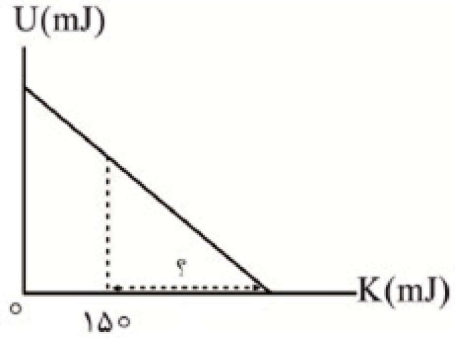
۳۶ اگر حداقل زمانی که طول می‌کشد انرژی جنبشی نوسانگر ساده‌ای به جرم $۲۰۰g$ از صفر به مقدار بیشینه برسد، برابر $۰/۰۲\text{s}$ باشد، تکانه‌ی نوسانگر در لحظه‌ای که نیروی وارد بر آن صفر می‌شود، چند واحد SI است؟ (طول پاره‌خط نوسان ۸cm است.)

۱) صفر ۲) $\frac{\pi}{۱۰}$ ۳) $\frac{\pi}{۵}$ ۴) $\frac{\pi\sqrt{۲}}{۱۰}$

۳۷ معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده‌ی یک نوسانگر در SI به صورت $x = ۰/۵\,\text{Cos}\,(۴۰\pi t)$ می‌باشد، در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر $\frac{۱}{۷}$ انرژی پتانسیل نوسانگر می‌باشد، سرعت نوسانگر چند $\frac{m}{s}$ است؟

۱) $۱۰\sqrt{۲\pi}$ ۲) $\frac{۵\sqrt{۲}}{۲}\pi$ ۳) $۵\sqrt{۲\pi}$ ۴) ۱۰π

۳۸ نمودار تغییرات انرژی پتانسیل برحسب انرژی جنبشی یک نوسان‌گر هماهنگ ساده به جرم $۰/۲\,kg$ که روی پاره‌خط بدون اصطکاکی در حال حرکت است، به صورت شکل مقابل است. اگر معادله مکان - زمان این حرکت در SI به صورت $x = ۰/۰۴\,\text{Cos}\,۵۰t$ باشد، مقدار علامت سؤال چند میلی‌ژول است؟



۱) ۴۰۰ ۲) ۵۵۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۲۵۰

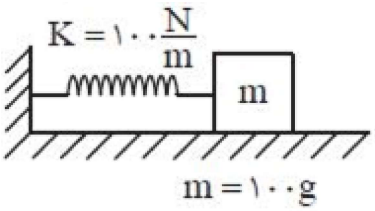
۳۹ معادله مکان - زمان حرکت نوسانگر هماهنگ ساده‌ی جرم و فنری که روی محور x و حول مرکز آن در حال حرکت است در SI به صورت $x = A\,\text{Cos}\,\frac{۵\pi}{۴}t$ است. در بازه زمانی $۰/۳s$ تا $۱/۵s$، چند ثانیه اندازه انرژی پتانسیل کشسانی نوسانگر بزرگ‌تر یا مساوی با اندازه انرژی جنبشی آن است؟

۱) ۰/۷ ۲) ۰/۶ ۳) ۰/۵ ۴) ۰/۴

۴۰ رابطهٔ شتاب و سرعت نوسانگر ساده‌ای به جرم $۲۰۰g$ در SI به‌صورت $a^۲ + ۰/۲v^۲ = ۵$ داده شده است. انرژی مکانیکی نوسانگر چند ژول است؟

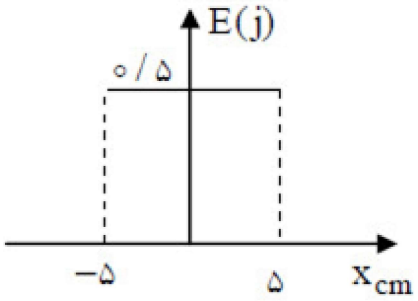
۱) ۱/۲۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۵ ۴) ۱۰

۴۱ مطابق شکل جسمی به جرم ۱۰۰ گرم به فنری با ثابت $K = ۱۰۰\frac{N}{m}$ متصل بوده و بر روی سطح بدون اصطکاکی می‌تواند نوسان کند. وزنه را $۲\,cm$ از وضع تعادل خارج کرده و رها می‌کنیم. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل کشسانی فنر $۱۵\,mJ$ است، بزرگی سرعت نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟



۱) $۱۰\sqrt{۱۰}$ ۲) $۲۰\sqrt{۱۰}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۱۰}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲۰}$

۴۲ مطابق شکل جسم متصل به فنری حول مبدأ مکان در حال حرکت هماهنگ ساده است. با توجه به نمودار انرژی مکانیکی ثابت فنر چند نیوتن بر متر است؟ (طول پاره‌خط نوسان ۱۰ cm است)

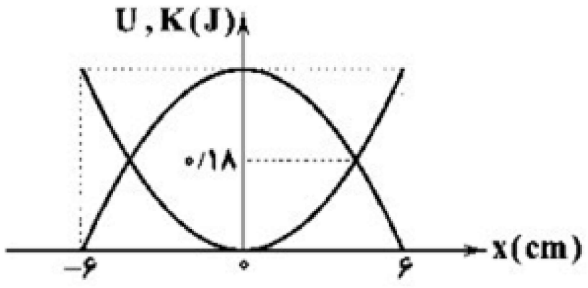


۱) ۴۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۶۰

۴۳ معادله‌ی حرکت هماهنگ ساده یک نوسانگر در SI به صورت $x = ۰/۰۵\,\mathrm{Cos}\,۳۰\pi t$ است. چند ثانیه پس از شروع نوسان، برای دومین بار انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی نوسانگر با یک‌دیگر مساوی می‌شوند؟

۱) $\frac{۱}{۴۰}$ ۲) $\frac{۱}{۶۰}$ ۳) $\frac{۱}{۱۲۰}$ ۴) $\frac{۱}{۲۴۰}$

۴۴ مطابق شکل مقابل، سامانه‌ی جرم و فنری در راستای محور x به صورت هماهنگ ساده نوسان می‌کند و نمودار تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل آن به صورت زیر است. هنگامی که جسم در فاصله‌ی ۲ سانتی‌متری نقطه‌ی تعادل است، اندازه‌ی نیروی واردشده به جسم چند نیوتون است؟



۱) ۹ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۲

۴۵ اگر در یک لحظه‌ی مشخص نوع حرکت نوسان‌گر هماهنگ ساده‌ای کندشونده باشد، نسبت انرژی جنبشی به انرژی پتانسیل آن از این لحظه تا لحظه‌ای که نوسان‌گر برای اولین بار پس از این لحظه از نقطه‌ی تعادل عبور می‌کند، چگونه تغییر می‌کند؟

۱) پیوسته افزایش می‌یابد.
۲) پیوسته کاهش می‌یابد.
۳) ابتدا کاهش سپس افزایش می‌یابد.
۴) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۴۶ معادله‌ی مکان - زمان نوسان‌گری به جرم $۵۰g$ در SI به صورت $y = ۰/۰۵\,\mathrm{Cos}\,\pi t$ است. در لحظه‌ای که برای اولین بار انرژی جنبشی نوسان‌گر برابر $۰/۰۵\,\mathrm{mJ}$ می‌شود، اندازه‌ی اختلاف بزرگی سرعت نوسان‌گر با حداکثر بزرگی سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟ $(\pi^۲ \simeq ۱۰, \sqrt{۲} \simeq ۱/۴)$

۱) $۰/۰۰۶\pi$ ۲) $۰/۰۳۶\pi$ ۳) $۰/۰۰۲\pi$ ۴) $۰/۰۰۴\pi$

۴۷ بیشینه‌ی تندی نوسانگر ساده‌ای $v_{\max}$ است. اگر تندی نوسانگر از $\frac{v_{\max}}{۲}$ به $\frac{\sqrt{۳}}{۲}v_{\max}$ برسد، انرژی پتانسیل کشسانی آن چند برابر می‌شود؟

۱) ۳ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۴}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۴۸ اگر معادله‌ی مکان - زمان نوسانگری در یک حرکت هماهنگ ساده به صورت $x = A\,\mathrm{Cos}\,\omega t \Rightarrow$ باشد، در لحظه‌ای که بزرگی سرعت نوسانگر $\frac{۱}{۲}$ بزرگی سرعت بیشینه‌ی آن است، کدام رابطه بین U (انرژی پتانسیل) و K (انرژی جنبشی) این نوسان‌گر برقرار است؟

۱) $U = ۳K$ ۲) $K = ۳U$ ۳) $U = ۴K$ ۴) $K = ۴U$

۴۹ دامنه‌ی نوسان‌های یک نوسانگر هماهنگ ساده $۳\,\mathrm{cm}$ و انرژی مکانیکی آن $۹J$ است. چند ژول انرژی باید به آن داده شود تا دامنه‌ی نوسان‌های آن $۱\mathrm{cm}$ افزایش یابد؟ (بسامد نوسان‌ها ثابت فرض شود.)

۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۹

۵۰ جسمی به جرم $۴۰۰\mathrm{g}$ به فنری افقی با ثابت k وصل است و روی سطح افقی در حال نوسان هماهنگ ساده می‌باشد. اگر α نسبت بیشینه‌ی انرژی جنبشی این نوسانگر به اندازه‌ی بیشینه‌ی نیروی آن و β نسبت بیشینه‌ی انرژی پتانسیل این نوسانگر به مجذور بیشینه‌ی سرعت آن باشد و نوسانگر در هر دوره تناوب $۳۲\mathrm{cm}$ مسافت طی کند، حاصل $\alpha\beta$ برحسب واحد SI برابر کدام گزینه است؟

۱) ۰/۰۱۶ ۲) ۰/۰۱۲ ۳) ۰/۰۲۴ ۴) ۰/۰۰۸

۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A = ۶\,\text{cm}, T = ۰/۴s$$

$$t_۱ = ۰/۱ = \frac{T}{۴} \Rightarrow V_۱ = V_{\max} = \text{A}\omega = \frac{۶}{۱۰} \times \frac{۲\pi}{۰/۴} = ۰/۳\pi$$

$$t_۲ = ۰/۸ = ۲T \Rightarrow v_۲ = ۰$$

$$|\bar{a}| = \left|\frac{V(۰/۸) - V(۰/۱)}{۰/۸ - ۰/۱}\right| = \left|\frac{۰ - ۰/۳\pi}{۰/۷}\right| = \frac{۳}{۷}\pi$$

۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{matrix} x_۰ + A = ۵۰ \\ x_۰ - A = ۴۰ \end{matrix} \Rightarrow x_۰ = ۴۵$$

$$\omega^۲ = \frac{k}{m} = \frac{۲۰۰}{۲} = ۱۰۰$$

$$a = -\omega^{۲x} \Rightarrow ۲ = -۱۰۰x \Rightarrow x = -۰/۰۲m \Rightarrow -۲\text{cm} \Rightarrow \text{طول فنر} = ۴۵ - ۲ = ۴۲\,\text{cm}$$

۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$L = ۲A \Rightarrow A = ۲\,\text{cm}$$

$$V_{\max} = \text{A}\omega = ۰/۰۸\pi \xrightarrow{A=۰/۰۲} \omega = \frac{۰/۰۸\pi}{۰/۰۲} = ۴\pi$$

$$\text{لحظهٔ تغییر جهت} \Rightarrow V = ۰ \Rightarrow \alpha = \alpha_{\max} = \omega^۲ A = ۱۶\pi^۲ \times ۰/۰۲ = ۰/۳۲\pi^۲$$

۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای محاسبهٔ شتاب نوسانگر، در لحظهٔ $t = \frac{۲}{۱۵}s$ باید مکان آن‌را در این لحظه داشته باشیم. بنابراین به معادلهٔ مکان - زمان نیاز داریم. به همین منظور، ابتدا T و به دنبال آن ω را می‌یابیم. با توجه به نمودار داریم:

$$\frac{۳T}{۴} = ۰/۳ \Rightarrow T = ۰/۴s$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \xrightarrow{T=۰/۴s} \omega = \frac{۲\pi}{۰/۴} = ۵\pi\frac{\text{rad}}{s}$$

$$x = A\,\text{Cos}\,\omega\text{t} \xrightarrow{A=۴\text{cm}=۰/۰۴m} x = ۰/۰۴\,\text{Cos}\,۵\pi\text{t} \xrightarrow{t=\frac{۲}{۱۵}s}$$

$$x = ۰/۰۴\,\text{Cos}\,۵\pi \times \frac{۲}{۱۵} \Rightarrow x = ۰/۰۴\,\text{Cos}\,\frac{۲\pi}{۳} \xrightarrow{\text{Cos}\frac{۲\pi}{۳} = -\frac{۱}{۲}} x = ۰/۰۴ \times \left(-\frac{۱}{۲}\right) = -۰/۰۲m$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ a و x، شتاب را پیدا می‌کنیم:

$$a = -\omega^۲ x \xrightarrow[x=-۰/۰۲m]{\omega=۵\pi\frac{\text{rad}}{s}} a = -۲۵\pi^۲ \times (-۰/۰۲) \xrightarrow{\pi^۲=۱۰} a = ۲۵ \times ۱۰ \times ۰/۰۲ = ۵\frac{m}{s^۲}$$

۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$m = ۵۰g = ۰/۰۵\,\text{kg}$$

$$f = \frac{۱۲۰}{۶۰} = ۲\text{Hz} \Rightarrow \omega = ۲\pi\text{f} = ۲\pi \times ۲ = ۴\pi\frac{\text{rad}}{s}$$

$$۴A = ۱۰۰\text{cm} \Rightarrow A = ۲۵\text{cm} \Rightarrow A = ۰/۲۵m$$

$$F_{\max} = \text{mA}\omega^۲ = ۰/۰۵ \times ۰/۲۵ \times (۴\pi)^۲ = ۲N$$

۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = ۴\,\text{cm}$$

$$x = ۲\text{cm} \xrightarrow{|a|=\omega^۲ x} \frac{x^۲}{۲} = \omega^۲ \left(\frac{۲}{۱۰۰}\right) \Rightarrow \omega^۲ = ۲۵\pi^۲ \Rightarrow \omega = ۵\pi\,\text{rad}$$

$$v_m = \text{A}\omega = \left(\frac{۴}{۱۰۰}\right)(۵x) = \frac{x}{۵}\,\frac{m}{s}$$

۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در حرکت نوسانی هنگامی که در مرکز نوسان $x = ۰$ است، سرعت بیشینه و هنگامی که در انتها سرعت صفر است، مقدار $x = \pm A$ است.

$$x = ۰ \Rightarrow v_m = ۱ = \text{A}\omega$$

$$v = ۰ \Rightarrow x^۲ = A^۲ = \frac{۱}{۱۰۰} \Rightarrow A = ۰/۱ \Rightarrow \omega = ۱۰\frac{\text{rad}}{s}$$

$$\Rightarrow a_m = \text{A}\omega^۲ = ۰/۱\times ۱۰۰ = ۱۰\frac{m}{s^۲}$$

۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای محاسبهٔ بیشینهٔ تندی باید A و ω معلوم باشند. دامنه که برابر نصف طول پاره‌خط است، بنابراین دامنه برابر $A = \frac{۱۰}{۲} = ۵\,\text{cm}$ می‌باشد. برای محاسبهٔ ω باید دورهٔ تناوب را بیابیم. چون در لحظهٔ $t_۱$ نوسانگر در مکان $x = +۲\,\text{cm}$ و حرت آن کندشونده است، بنابراین در حال حرکت به طرف نقطهٔ بازگشتی $A = +۵\,\text{cm}$ است. با توجه به این‌که در لحظهٔ $t_۲$، برای اولین بار بعد از لحظهٔ $t_۱$ از مکان $x = -۲\,\text{cm}$ می‌گذرد، لذا مسافت طی شده در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ برابر است با:

$$L = |(۵ - ۲)| + |(-۲ - ۵)| \Rightarrow L = ۳ + ۷ = ۱۰\text{cm} = ۲A$$

می‌بینیم، نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ مسافتی معادل دو برابر دامنه $(۲A)$ را طی می‌کند. از طرف دیگر می‌دانیم، نوسانگر مسافت $۲A$ را در مدت زمان $\frac{T}{۲}$ طی می‌کند. بنابراین داریم:

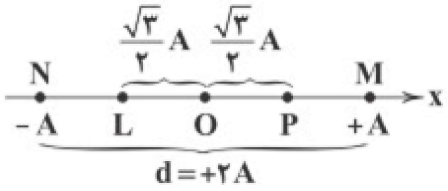
$$|v_{\text{av}}| = \frac{|x_۲ - x_۱|}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=\frac{T}{۲},v_{\text{av}}=۳۲\frac{\text{cm}}{s}]{x_۲=-۲\,\text{cm}\,,\,x_۱=۲\,\text{cm}} ۳۲ = \frac{|-۲ - ۲|}{\frac{T}{۲}} \Rightarrow ۳۲T = ۸ \Rightarrow T = \frac{۱}{۴}s$$

در نهایت بیشینهٔ تندی نوسانگر برابر است با:

$$v_{\max} = \text{A}\omega \xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}} v_{\max} = A\times\frac{۲\pi}{T} \xrightarrow[T=\frac{۱}{۴}s]{A=۵\,\text{cm}} v_{\max} = ۵\times\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۴}} \Rightarrow v_{\max} = ۴۰\pi\frac{\text{cm}}{s}$$

۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که مسافت موردنظر، مقدار معینی است، در نتیجه هرچند تندی حرکت جسم در آن ناحیه بیشتر باشد، زمان کم‌تری طول خواهد کشید تا مسافت پیموده شود.

می‌دانیم که هرچه نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک‌تر باشد، تندی آن بیشتر است، بنابراین باید مسافت $۱۰\sqrt{۳}$ را در اطراف مرکز نوسان در نظر بگیریم. با توجه به تقارن تندی در دو طرف مرکز نوسان می‌توان دریافت که $\frac{۱۰\sqrt{۳}}{۲} = ۵\sqrt{۳}$ در یک طرف و $۵\sqrt{۳}$ در طرف دیگر مرکز نوسان خواهد بود، یعنی در شکل زیر، باید نوسانگر از نقطه‌ی P به نقطه‌ی L برود.



برای محاسبه‌ی v_{max} به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\Delta t_{PL} = ۲\Delta t_{OP} = ۲\left(\frac{T}{۶}\right) = \frac{T}{۳} = ۰/۲۵ \Rightarrow T = ۳(۰/۲۵) = ۰/۷۵\ s$$

$$v_{max} = A\omega \overset{\omega=\frac{۲\pi}{T}}{=} A\left(\frac{۲\pi}{T}\right) \xrightarrow[T=۰/۷۵s]{A=۰/۱\ m} v_{max} = \frac{۱}{۱۰} \times \left(\frac{۲\pi}{۰/۷۵}\right) \Rightarrow v_{max} = \frac{۴\pi}{۱۵}\ \frac{m}{s}$$

۱۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بیشترین فاصله از حالت تعادل برابر با دامنه‌ی نوسان است، پس $A = ۸cm$ است، در نتیجه:

$$x = A\,Cos\,(\omega t) \xrightarrow[x=۴\times۱۰^{-۲}\ m]{A=۸\times۱۰^{-۲}\ m} ۴\times۱۰^{-۲} = ۸\times۱۰^{-۲}\,Cos\,(\omega t) \Rightarrow co\,(\omega t) = \frac{۱}{۲}$$

چون جسم برای اولین بار از مکان $x = ۴cm$ عبور کرده است، پس زاویه‌ی به دست آمده در ربع اول است و در نتیجه:

$$Cos\,(\omega t) = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \omega t = \frac{\pi}{۳} \xrightarrow{t=۰/۵s} \omega = \frac{۲\pi}{۳} \overset{\pi=۳}{=} \frac{۲\times۳}{۳} = ۲\ \frac{rad}{s}$$

تنها نیروی وارد بر جسم، نیروی فنر است، بنابراین:

$$\begin{cases} F_e = k\,|x| \\ F_{net} = ma \Rightarrow F_e = ma \end{cases}$$

$$\Rightarrow k\,|x| = ma \xrightarrow{k=m\omega^۲} m\omega^۲ \times |x| = ma \Rightarrow \omega^۲\,|x| = a$$

دقت کنید: x فاصله‌ی جسم تا وضعیت تعادل است.

اندازه‌ی شتاب جسم برابر است با:

$$a = \omega^۲\,|x| \xrightarrow[x=۴\times۱۰^{-۲}\ m]{\omega=۲\ \frac{rad}{s}} a = (۲)^۲ \times \left|۴\times۱۰^{-۲}\right| \Rightarrow a = ۰/۱۶\ \frac{m}{s^۲}$$

۱۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار، بیشینه‌ی نیروی وارد بر نوسانگر، ۱۰N و دامنه‌ی حرکت، ۰/۲m است، بنابراین:

$$F_{max} = mA\omega^2 \xrightarrow[A=0/2\,m]{F_{max}=10N} 10 = \frac{800}{1000}\times\frac{2}{10}\times\omega^2 \Rightarrow \omega^2 = 25\ \frac{rad}{s}$$

$$p_{max} = mv_{max} = mA\omega = \frac{800}{1000}\times\frac{2}{10}\times 25 = 0/4\frac{kg.m}{s}$$

۱۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل مشخص می‌شود نوسانگر A برای دومین‌بار در مکان $x=-\frac{A}{2}$ و نوسانگر B برای اولین‌بار در مکان $x=-\frac{A}{2}$ قرار گرفته است، در این‌صورت می‌توان نوشت:

$$\left(\frac{T}{4}+\frac{T}{12}\right)_B = \left(\frac{T}{2}+\frac{T}{6}\right)_A \Rightarrow \frac{T_B}{3}=\frac{2T_A}{3} \Rightarrow T_B = 2T_A$$

$$\frac{a_{m_A}}{a_{m_B}} = \frac{A_A}{A_B}\times\left(\frac{\omega_A}{\omega_B}\right)^2 = 1\times\left(\frac{T_B}{T_A}\right)^2 = 4$$

۱۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \Rightarrow \text{ثابت فنر } K = m\omega^2$$

$$F = -Kx = ma \Rightarrow a = \frac{-k}{m}x \Rightarrow a = -\omega^2 x$$

$$\text{نمودار}: T+\frac{T}{4}=\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{5T}{4}=\frac{1}{2} \Rightarrow T=\frac{2}{5}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 5\pi$$

$$|a| = +\omega^2 x = 25\pi^2\times\frac{2}{100} \Rightarrow |a| = 5\frac{m}{s^2}$$

۱۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. معادله مکان نوسانگر $x = A\,Cos\,\omega t$ است و در لحظه $t=\frac{1}{24}\,s$ مکان برای بار دوم برابر $+\frac{A}{2}$ شده است.

$$+\frac{A}{2} = A\,Cos\left(\omega\times\frac{1}{24}\right) \rightarrow Cos\left(\frac{\omega}{24}\right) = +\frac{1}{2}$$

$$\rightarrow \frac{\omega}{24} = \overbrace{\frac{\pi}{3}}^{\text{بار اول}}, \overbrace{\frac{5\pi}{3}}^{\text{بار دوم}}, \dots$$

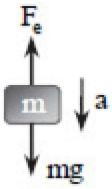
$$\text{بار دوم} \rightarrow \frac{\omega}{24}=\frac{5\pi}{3} \rightarrow \omega = \frac{24+5\pi}{3} = 40\pi$$

$$\text{سرعت عبور از مرکز} = A\omega = 2\pi \rightarrow A\times 40\pi = 2\pi \rightarrow A = \frac{2}{40} = \frac{1}{20}\,m$$

معادله شتاب نوسانگر:

$$a = -\omega^2 x = -A\omega^2\,Cos\,\omega t = -\frac{1}{20}\times 40^2\,\pi^2\,Cos\,40\pi t \Rightarrow a = -80\pi^2\,Cos\,40\pi t$$

۱۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا از حرکت آسانسور استفاده می‌کنیم و معادلات دینامیک وارد بر جسم را می‌نویسیم.



$$mg - F_e = ma \Rightarrow k\Delta x = m(g-a) \Rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g-a}{\Delta x} = \frac{۱۰-۴}{۰/۰۶} = ۱۰۰$$

$$\Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{۱۰۰} = ۱۰\frac{rad}{s} \Rightarrow v_{max} = A\omega = ۰/۰۲\times ۱۰ = ۰/۲\frac{m}{s}$$

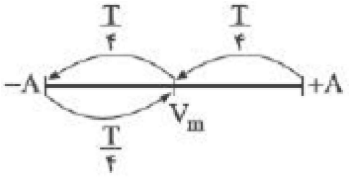
زمان رسیدن به تندی بیشینه برابر $t = (۲n-۱)\frac{T}{۴}$ است.

$$\text{دومین بار} \Rightarrow n = ۲ \Rightarrow t = \frac{۳T}{۴} = \frac{۳}{۴}\times\frac{۲\pi}{\omega} = \frac{۶\pi}{۴\times ۱۰} = \frac{۶\times ۳}{۴۰} = \frac{۹}{۲۰} = ۰/۴۵s$$

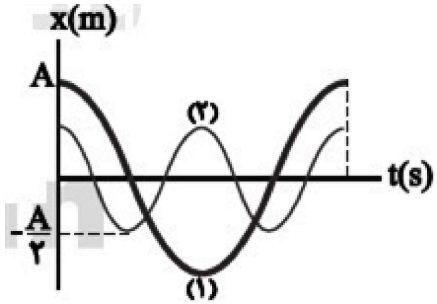
۱۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$T = ۲\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = ۲\pi\sqrt{\frac{۰/۱}{۴۰۰}} = ۲\pi\times\sqrt{\frac{۱}{۴۰۰۰}} = \frac{۲\pi}{۲۰\sqrt{۱۰}} = \frac{۱}{۱۰}(s)$$

$$T = \frac{۱}{۱۰}s \Rightarrow \Delta t = \frac{۳T}{۴} = \frac{۳\times ۰/۱}{۴} = \frac{۳}{۴۰}(s)$$



۱۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم بیشینهٔ تندی نوسانگر از رابطهٔ $V_{max} = A\omega$ به دست می‌آید. بنابراین ابتدا از روی نمودار دامنه (A) و دورهٔ تناوب (T) دو نوسانگر را به دست می‌آوریم. با توجه به نمودار شکل زیر، $A_۱ = A$ و $A_۲ = \frac{A}{۲}$ و همچنین $T_۱ = ۲T_۲$ می‌باشد. بنابراین با توجه به این که $\omega = \frac{۲\pi}{T}$ است، می‌توان نوشت:



$$v_{max} = A\omega = A\left(\frac{۲\pi}{T}\right) \Rightarrow \frac{v_{max_۱}}{v_{max_۲}} = \frac{A_۱}{A_۲}\times\frac{T_۲}{T_۱} \xrightarrow[T_۱=۲T_۲]{A_۱=A \text{ و } A_۲=\frac{A}{۲}}$$

$$\frac{V_{max_۱}}{V_{max_۲}} = \frac{A}{\frac{A}{۲}}\times\frac{T_۲}{۲T_۲} = ۲\times\frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{V_{max_۱}}{V_{max_۲}} = ۱$$

۱۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = ۲۰cm = ۰/۲m \Rightarrow F_m = -۲۰\times A = -۲۰\times ۰/۲ = -۴$$

$$F_m = m\times a_m \Rightarrow ۴ = m\times ۱۰ \Rightarrow m = ۰/۴\,kg$$

۱۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. متحرک در حال نزدیک شدن به مرکز نوسان است بنابراین:

$$\text{Cos}\,\varphi = \frac{-\sqrt{۳}}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = ۵\frac{\pi}{۶} & \times\times \\ \varphi = \frac{۷\pi}{۶} \end{cases}$$

حال دوره‌ی نوسان را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta\varphi = \omega\Delta\text{t} \Rightarrow \frac{۷\pi}{۶} - ۰ = \omega\left(\frac{۷}{۲۴}\right) \Rightarrow \omega = ۴\pi\frac{\text{rad}}{s}$$

اکنون با نوشتن معادله‌ی حرکت نوسانی، مکان جسم را در $\frac{۱}{۱۲}$ ثانیه به دست می‌آوریم:

$$x = ۰/۰۲\,\text{Cos}\,۴\pi\text{t} \Rightarrow x = ۰/۰۲\,\text{Cos}\,\frac{۴\pi}{۱۲} \Rightarrow x = ۰/۰۲\times\frac{۱}{۲} = ۰/۰۱m = ۱\ \text{cm}$$

در نتیجه خواهیم داشت: $F = -\text{Kx} \Rightarrow |F| = |\text{kx}| = ۱۰۰\times۰/۰۱ = ۱N$

۲۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا بسامد سامانهٔ جرم - فنر را به دست می‌آوریم:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{۳/۲\times۱۰۰}{۰/۲}} = ۴۰\frac{\text{rad}}{s}$$

با توجه به رابطهٔ تندی بیشینه، دامنهٔ نوسان را به دست می‌آوریم:

$$v_{\max} = \text{A}\omega \xrightarrow[v_{\max}=۲/۴\frac{m}{s}]{\omega=۴۰\frac{\text{rad}}{s}} A = \frac{۲/۴}{۴۰}m = ۰/۰۶m$$

تفاوت بین حداکثر و حداقل طول فنر برابر با طول پاره‌خط نوسان است.

$$L = ۲A = ۰/۱۲m$$

۲۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. هنگامی‌که در $x = +A$ قسمتی از جرم وزنه کنده شود، جرم وزنه کاهش می‌یابد و می‌توان نوشت: افزایش می‌یابد: $f = \frac{۱}{۲\pi}\sqrt{\frac{k}{m\downarrow}} \Rightarrow f$

اما دامنه‌ی نوسان تغییر نمی‌کند و در نتیجه طبق رابطه‌ی $E = \frac{۱}{۲}\text{kA}^۲$ درمی‌یابیم که انرژی مکانیکی نوسانگر نیز تغییر نخواهد کرد.

۲۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نصف مقدار بیشینه خود می‌باشد، در این لحظه انرژی جنبشی نوسانگر نیز نصف مقدار بیشینه خود می‌باشد. همچنین می‌دانیم که:

$$K(\,\text{max}\,) = U(\,\text{max}\,) = E = \frac{۱}{۲}\text{mA}^۲\omega^۲$$

از طرفی طبق اطلاعات سؤال مقدار سرعت زاویه‌ای برابر است با:

$\omega = ۲\pi\text{f} = ۴۰\pi$ (رد گزینه‌های ۲ و ۴)

$$K = \frac{K(\,\text{max}\,) = E}{۲} \Rightarrow E = ۲K = ۰/۲\pi^۲ \Rightarrow ۰/۲\pi^۲ = \frac{۱}{۲}(۰/۱)(A^۲)(۴۰\pi)^۲$$

$$\Rightarrow A^۲ = \frac{۴}{۱۶۰۰} \Rightarrow A = ۰/۰۵m$$

۲۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

ابتدا با استفاده از ثابت بودن انرژی کل نوسانگر، انرژی جنبشی آن را می‌یابیم و به دنبال آن انرژی کل را حساب می‌کنیم. با استفاده از آن، انرژی جنبشی را در لحظه‌ای که $U_۳ = ۱/۱J$ است، پیدا می‌کنیم.

$$K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \xrightarrow[U_۱=۰/۳\,J, U_۲=۰/۸\,J]{K_۱=۲K_۲} ۲K_۲ + ۰/۳ = K_۲ + ۰/۸ \Rightarrow K_۲ = ۰/۵\,J$$

$$E = K_۲ + U_۲ = ۰/۵ + ۰/۸ \Rightarrow E = ۱/۳\,J$$

$$\Rightarrow U_۳ + K_۳ = ۱/۳\,J \Rightarrow ۱/۱ + K_۳ = ۱/۳ \Rightarrow K_۳ = \frac{۲}{۱۰}\,J$$

با داشتن $K_۳$، به‌صورت زیر، $v_۳$ را می‌یابیم:

$$K_۳ = \frac{۱}{۲}\mathrm{mv}^{۲}_{۳} \xrightarrow[K_۳=\frac{۲}{۱۰}\,J]{m=۱۰۰\,g=۰/۱\ \mathrm{kg}} \frac{۲}{۱۰} = \frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۱۰}\times v^{۲}_{۳} \Rightarrow v^{۲}_{۳} = ۴ \Rightarrow v_۳ = ۲\,\frac{m}{s}$$

۲۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا باید انرژی کل نوسانگر را بیابیم. با توجه به نمودار، در لحظه‌ای که $U = ۲/۵mJ$ است. $K = \frac{۲}{۳}K_{\max}$ می‌باشد. بنابراین با توجه به این‌که $E = U + K$ و $E = K_{\max}$ است، به صورت زیر، $K_{\max}$ و به دنبال آن E را می‌یابیم:

$$E = K + U \xrightarrow[k=\frac{۲}{۳}k_{\max}]{U=۲/۵mJ} E = \frac{۲}{۳}K_{\max} + ۲/۵ \xrightarrow{K_{\max}=E} E = \frac{۲}{۳}E + ۲/۵$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۳}E = ۲/۵ \Rightarrow E = ۷/۵mJ \xrightarrow[۱mJ=۱۰^{-۳}J]{m=۱۰^{-۳}} E = ۷/۵\times۱۰^{-۳}J$$

از طرف دیگر، $E = \frac{۱}{۲}\mathrm{m}\omega^{۲}A^{۲}$ و $F_{\max} = \mathrm{m}\omega^{۲}A$ است. بنابراین، می‌توان نوشت:

$$E = \frac{۱}{۲}\mathrm{m}\omega^{۲}A\times A \xrightarrow{\mathrm{m}\omega^{۲}A=F_{\max}} E = \frac{۱}{۲}F_{\max}.A \xrightarrow[E=۷/۵\times۱۰^{-۳}J]{A=۸\mathrm{cm}=۸\times۱۰^{-۲}m}$$

$$۷/۵\times۱۰^{-۳} = \frac{۱}{۲}\times F_{\max}\times۸\times۱۰^{-۲} \Rightarrow F_{\max} = \frac{۱۵\times۱۰^{-۳}}{۸\times۱۰^{-۲}} = \frac{۱۵}{۸۰}N \Rightarrow F_{\max} = \frac{۳}{۱۶}N$$

۲۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا باید انرژی کل نوسانگر را بیابیم. با توجه به این‌که در نقطهٔ تعادل تندی نوسانگر بیشینه و $K_{max}=E$ است، می‌توان نوشت:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}\xrightarrow{m=\text{ثابت}}\frac{K_{max}}{K}=\left(\frac{v_{max}}{v}\right)^{۲}\xrightarrow[v=\frac{۱}{۲}v_{max}]{K_{max}=E}\frac{E}{K}=\left(\frac{v_{max}}{\frac{۱}{۲}v_{max}}\right)^{۲}$$

$$\Rightarrow\frac{E}{K}=۴\Rightarrow K=\frac{۱}{۴}E$$

از طرف دیگر $U-K=۲۵mJ$ و $E=K+U$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$E=K+U\xrightarrow{U=K+۲۵}E=K+K+۲۵\Rightarrow E=۲K+۲۵\xrightarrow{K=\frac{۱}{۴}E}$$

$$E=۲\times\frac{۱}{۴}E+۲۵\Rightarrow E-\frac{۱}{۲}E=۲۵\Rightarrow\frac{۱}{۲}E=۲۵\Rightarrow E=۵۰mJ$$

در آخر با استفاده از رابطهٔ $E=\frac{۱}{۲}m\omega^{۲}A^{۲}$ و با توجه به این‌که $a_{max}=\omega^{۲}A$ است، به صورت زیر A را می‌یابیم:

$$E=\frac{۱}{۲}m\omega^{۲}A\times A\xrightarrow{\omega^{۲}A=a_{max}}E=\frac{۱}{۲}ma_{max}\times A\xrightarrow[a_{max}=۲۵\frac{m}{s^{۲}},m=۰/۲\,kg]{E=۵۰mJ=۵۰\times۱۰^{-۳}J}$$

$$۵۰\times۱۰^{-۳}=\frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۱۰}\times۲۵\times A\Rightarrow A=۲\times۱۰^{-۲}m\Rightarrow A=۲\,cm$$

۲۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا با توجه به شکل می‌توانیم مقدار Δt را برحسب دورهٔ تناوب T به دست می‌آوریم:

(از $\frac{A}{۲}$ تا صفر مدت $\frac{T}{۱۲}(s)$ و از صفر تا $\frac{-\sqrt{۳}}{۲}A$ مدت $\frac{T}{۶}(s)$ طول می‌کشد.)

$$\Rightarrow T+\frac{T}{۶}+\frac{T}{۱۲}=\frac{۱۵}{۸}s$$

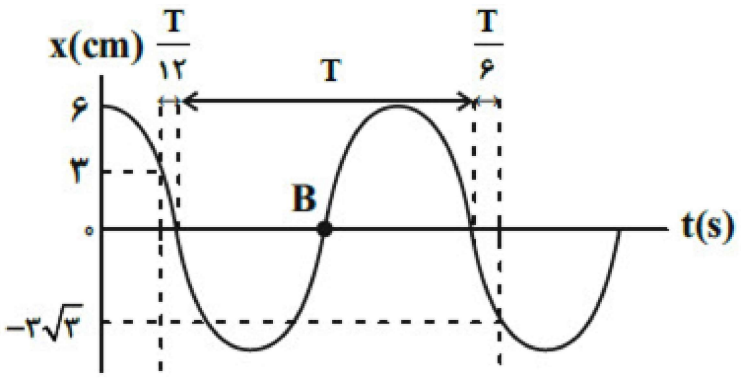
$$\Rightarrow\frac{۵T}{۴}=\frac{۱۵}{۸}\Rightarrow T=\frac{۳}{۲}s$$

در نقطهٔ B انرژی جنبشی نوسانگر بیشینه است و برابر با انرژی مکانیکی نوسانگر است و داریم:

$$E=۲\pi^{۲}mA^{۲}f^{۲},m=\frac{۱}{۲۰}kg$$

$$A=۶\times۱۰^{-۲}m,f=\frac{۲}{۳}Hz$$

$$E=۲\times۱۰\times\frac{۱}{۲۰}\times۳۶\times۱۰^{-۴}\times\frac{۴}{۹}=۱۶\times۱۰^{-۴}=۱/۶\times۱۰^{-۳}J\Rightarrow K_B=E=۱/۶mJ$$



۲۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$E=\frac{۱}{۲}\mathrm{mA}^{۲}\omega^{۲}\xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}}E=\frac{۱}{۲\mathrm{mA}^{۲}}\times\frac{۴\pi^{۲}}{T^{۲}}$$

$$۱/۲۸=\frac{۱}{۲}\times\frac{۱}{۱۰}\times\frac{۱۶}{۱۰۰۰۰}\times\frac{۴۰}{T^{۲}}$$

$$T^{۲}=\frac{۳۲}{۱۲۸۰۰}=\frac{۱}{۴۰۰}\Rightarrow T=\frac{۱}{۲۰}s$$

$$t=\frac{T}{۴}+\frac{T}{۲}+\frac{T}{۱۲}=\frac{۱۰\mathrm{T}}{۱۲}=\frac{۵\mathrm{T}}{۶}$$

$$t=\frac{۱}{۲۰}\times\frac{۵}{۶}=\frac{۱}{۲۴}s$$

۲۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$v=\frac{۱}{۴}v_m\Rightarrow v^{۲}=\frac{۱}{۱۶}v_{\max}^{۲}\Rightarrow k=\frac{۱}{۱۶}k_{\max}=\frac{۱}{۱۶}E$$

$$K=\frac{۱}{۱۶}E\Rightarrow u=\frac{۱۵}{۱۶}E\xrightarrow{E=u_{\max}}u=\frac{۱۵}{۱۶}u_{\max}$$

۲۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار داده شده، در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر برابر $۰/۸J$ است، انرژی جنبشی آن $۰/۴J$ می‌باشد؛ بنابراین انرژی مکانیکی آن برابر است با:

$$E=U+K\xrightarrow[K=۰/۴J]{U=۰/۸J}E=۰/۸+۰/۴=۱/۲J$$

از طرف دیگر، $K_{\max}=E=۱/۲J$ است، بنابراین $v_{\max}$ برابر است با:

$$K_{\max}=\frac{۱}{۲}\mathrm{mv}_{\max}^{۲}\xrightarrow{m=۵۰g=۰/۰۵\,\mathrm{kg}}۱/۲=\frac{۱}{۲}\times۰/۰۵\times v_{\max}^{۲}$$

$$\Rightarrow v_{\max}^{۲}=\frac{۲/۴}{۰/۰۵}=۴۸=۱۶\times۳\Rightarrow v_{\max}=۴\sqrt{۳}\frac{m}{s}$$

۳۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دامنه نوسانگر $A=\frac{۱}{۲}\times۲۰=۱۰\,\mathrm{cm}$

در هر نوسان کامل، مسافت $۴۰\,\mathrm{cm}$ طی شده و این یعنی طی مسافت $۸۰\,\mathrm{cm}$ معادل با ۲ نوسان کامل است که نشان می‌دهد دوره تناوب نوسانگر ۲ ثانیه است. طبق فرض باید انرژی کل را به نسبت ۸ به ۱ تقسیم کنیم:

$$E\begin{cases}۸\Rightarrow u=\frac{۸}{۹}E\\ ۱\Rightarrow K=\frac{۱}{۹}E=\frac{۱}{۹}K_{\max}\end{cases}$$

$$K=\frac{۱}{۲}\mathrm{mV}^{۲}\Rightarrow V=\frac{۱}{۳}V_{\max}=\frac{۱}{۳}A.\omega=\frac{۱}{۳}\times A\times\frac{۲\pi}{T}\Rightarrow V=\frac{۱}{۳}\times۱۰\times\frac{۲\pi}{۲}=۱۰\frac{\mathrm{cm}}{s}$$

$$\downarrow\quad\downarrow$$

$$\frac{۱}{۹}\quad\left(\frac{۱}{۳}\right)^{۲}$$

۳۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی نوسانگر ساده داریم:

$$E_۲ = E_۱ \xrightarrow{E=K+U} K_۲ + U_۲ = K_۱ + U_۱ \xrightarrow[U_۲=۰/۸\,U_۱]{K_۲=۱/۴\,K_۱}$$

$$۱/۴\,K_۱ + ۰/۸U_۱ = K_۱ + U_۱ \Rightarrow ۱/۴\,K_۱ - K_۱ = U_۱ - ۰/۸U_۱$$

$$\Rightarrow ۰/۴\,K_۱ = ۰/۲\,U_۱ \Rightarrow U_۱ = ۲\mathrm{K}_۱ \quad (۱)$$

با جایگذاری رابطه‌ی (۱) در رابطه‌ی $E_۱ = U_۱ + K_۱$ داریم:

$$E_۱ = U_۱ + K_۱ \xrightarrow{U_۱=۲\mathrm{K}_۱} E_۱ = ۲\mathrm{K}_۱ + K_۱ = ۳\mathrm{K}_۱$$

$$\Rightarrow \frac{K_۱}{E_۱} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \left(\frac{v}{v_{\max}}\right)^۲ = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{v_۱}{v_{\max}} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}$$

دقت کنید: با کاهش انرژی پتانسیل نوسانگر، انرژی جنبشی آن افزایش می‌یابد.

۳۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای t یکسان، نسبت $\frac{\omega_B}{\omega_A}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\omega_B}{\omega_A} = \frac{n_B}{n_A} = \frac{\frac{۲}{۴}}{\frac{۳}{۴}} = \frac{۸}{۱۲} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{\omega_B}{\omega_A} = \frac{۲}{۳}$$

با توجه به رابطه‌ی $E = \frac{۱}{۲}\,\mathrm{m}\omega^۲A^۲$، می‌توان نوشت:

$$\frac{E_B}{E_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \left(\frac{\omega_B}{\omega_A}\right)^۲ \times \left(\frac{A_B}{A_A}\right)^۲ \xrightarrow[A_A=۶\mathrm{m}\ \text{و}\ A_b=۲\mathrm{m}]{\frac{\omega_B}{\omega_A}=\frac{۲}{۳}\ \text{و}\ m_A=\frac{۱}{۲}\,m_B}$$

$$\frac{E_B}{E_A} = \frac{m_B}{\frac{۱}{۲}\,m_B} \times \left(\frac{۲}{۳}\right)^۲ \times \left(\frac{۲}{۶}\right)^۲ \Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = ۲ \times \frac{۴}{۹} \times \frac{۴}{۳۶} = \frac{۸}{۸۱} \Rightarrow \frac{E_B}{E_A} = \frac{۸}{۸۱}$$

۳۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که در نقاط بازگشتی، سرعت نوسانگر، صفر است، با تغییر جرم، انرژی مکانیکی و دامنه، ثابت می‌مانند، در نتیجه:

$$\frac{E_۲}{E_۱} = ۱$$

با بررسی رابطه‌ی بین ω، f و m می‌توان نوشت:

$$\omega = ۲\pi\mathrm{f} \xrightarrow{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}} \frac{f_۲}{f_۱} = \sqrt{\frac{m_۱}{m_۲}}$$

$$\xrightarrow{m_۲=\frac{۱}{۲}\,m_۱} \frac{f_۲}{f_۱} = \sqrt{\frac{m_۱}{\frac{m_۱}{۲}}} = \sqrt{۲} \Rightarrow \frac{f_۲}{f_۱} = \sqrt{۲}$$

۳۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای حل این مسائل، نقاط خاص حرکت نوسانگر (منظورمان نقطه‌ی بازگشت و تعادل است) را بررسی می‌کنیم.

می‌دانیم که در نقطه‌ی بازگشت $x=A$، انرژی جنبشی نوسانگر برابر صفر است، پس به ازای $x=A$، باید $K=۰$ شود و می‌توان نوشت:

$$K = ۰/۱۶ - ۴۰۰\,x^۲ \xrightarrow[K=۰]{x=A} ۰ = ۰/۱۶ - ۴۰۰\mathrm{A}^۲$$

$$\Rightarrow A^۲ = \frac{۰/۱۶}{۴۰۰} \Rightarrow A = ۰/۰۲\,m = ۲\mathrm{cm}$$

بنابراین مسافت طی شده توسط نوسانگر در طی هر دوره برابر $۴\mathrm{A}$، یعنی برابر با $۴\times۲=۸\mathrm{cm}$ است.

۳۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

وقتی انرژی پتانسیل نوسانگر صفر می‌شود، نوسانگر در مرکز نوسان قرار داشته و انرژی جنبشی و سرعت آن بیشینه است، پس کافی است $U=۰$ قرار داده و مقدار V را به‌دست آوریم که همان بیشینهٔ سرعت است:

$$U=۰ \Rightarrow ۱۰ - ۰/۴V^۲ = ۰ \Rightarrow V^۲ = \frac{۱۰۰}{۴} = ۲۵ \Rightarrow V = ۵\frac{m}{s}$$

۳۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم در دامنه‌ی نوسان، انرژی جنبشی صفر و هنگام عبور از مرکز نوسان برابر با انرژی مکانیکی است. بنابراین مدت‌زمان حداقل برابر $\frac{T}{۴}$ است. در این صورت داریم:

$$\frac{T}{۴} = ۰/۰۲ \Rightarrow T = ۰/۰۸\mathrm{s} \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۰/۰۸} = ۲۵\pi\frac{\mathrm{rad}}{s}$$

در لحظه‌ای که نوسانگر از مبدأ عبور می‌کند، تندی حرکت آن بیشینه و نیروی وارد بر آن صفر است. در این صورت برای محاسبه‌ی تکانه‌ی نوسانگر می‌توان نوشت:

$$V_{\max} = \mathrm{A}\omega = ۴\times۱۰^{-۲}\times۲۵\pi = \pi\frac{m}{s}$$

$$P = \mathrm{mV} = ۰/۲\pi\frac{\mathrm{kgm}}{s} = \frac{\pi}{۵}\frac{\mathrm{kgm}}{s}$$

۳۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$v_m = \mathrm{A}\omega = ۰۵\times۴۰\pi = ۲۰\pi\frac{m}{s}$$

$$E = U + K \xrightarrow{u=\mathrm{Vk}} K_m = ۸\mathrm{K}$$

$$\frac{۱}{۲}\mathrm{mv}_m^{۲} = ۸\times\frac{۱}{۲}\mathrm{mv}^۲ \Rightarrow v_m = ۲\sqrt{۲}v$$

$$v = \frac{۲۰\pi}{۲\sqrt{۲}} = ۵\sqrt{۲}\pi\frac{m}{s}$$

۳۸ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا مقدار انرژی مکانیکی E را محاسبه می‌کنیم:

$$E = \frac{۱}{۲}\mathrm{mA}^۲\omega^۲ \Rightarrow E = \frac{۱}{۲}\times۰/۲\times۱۶\times۱۰^{-۴}\times۲۵۰۰ = ۴۰۰\,\mathrm{mJ}$$

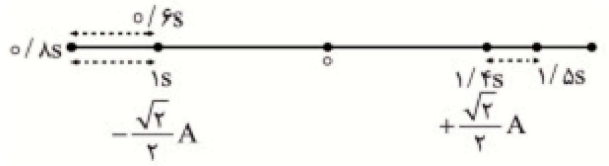
$$E = U_۱ + K_۱ \Rightarrow ۴۰۰ = U_۱ + ۱۵۰ \Rightarrow U_۱ = ۲۵۰\,\mathrm{mJ}$$

۳۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

هنگامی که نوسانگر در نقاط $x = +\frac{\sqrt{۲}}{۲} A$ و $x = -\frac{\sqrt{۲}}{۲} A$ قرار دارد، انرژی جنبشی و انرژی پتانسیل آن برابر است.

در دو انتهای پاره خط نوسان یعنی میان $+\frac{\sqrt{۲}}{۲} A$ تا $+A$ و $-\frac{\sqrt{۲}}{۲} A$ تا $-A$، انرژی پتانسیل نوسانگر از انرژی جنبشی آن بیشتر است. در نوسانگر در لحظاتی که مضرب فردی از $\frac{T}{۸}$ است در $\pm\frac{\sqrt{۲}}{۲} A$ است.

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \rightarrow \frac{۵\pi}{۴} = \frac{۲\pi}{T} \rightarrow T = ۱/۶\ s \rightarrow \frac{T}{۸} = ۰/۲\ s$$



$$\Delta t = (۱ - ۰/۶) + (۱/۵ - ۱/۴) = ۰/۵\ s$$

۴۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. کافی است در این معادله $a = ۰$ قرار دهیم تا سرعت بیشینه به‌دست آید.

$$a = ۰ \Rightarrow ۰/۲v^۲ = ۵ \Rightarrow v^۲ = ۲۵ \Rightarrow v = ۵\frac{m}{s} \Rightarrow v_m = ۵\frac{m}{s}$$

$$E = k_m = \frac{۱}{۲}mv^۲_m = \frac{۱}{۲} \times ۰/۲ \times ۲۵ = ۲/۵J$$

۴۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m}} = \sqrt{\frac{۱۰۰}{۰/۱}} = \sqrt{۱۰۰۰} = ۱\sqrt{۱۰}\frac{\text{rad}}{s}$$

$$E = \frac{۱}{۲}mA^۲\omega^۲ = \frac{۱}{۲}\left(\frac{۱}{۱۰}\right)\left(\frac{۲}{۱۰۰}\right)^۲ \Rightarrow E = \frac{۲}{۱۰۰}J$$

$$K = E - U = \frac{۲}{۱۰۰} - \frac{۱۵}{۱۰۰۰} = \frac{۵}{۱۰۰۰}J$$

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow \frac{۵}{۱۰۰۰} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۱۰}v^۲ \Rightarrow v^۲ = \frac{۱}{۱۰} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}\frac{m}{s} \Rightarrow v = ۱\sqrt{۱۰}\frac{\text{cm}}{s}$$

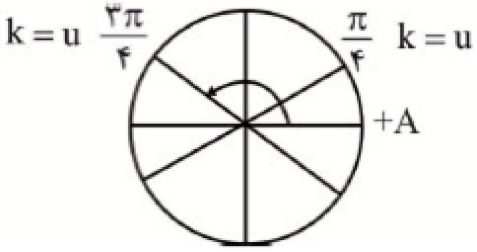
۴۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} E = ۰/۵j \\ A = \%۵m \end{cases}$$

$$E = \frac{۱}{۲}KA^۲$$

$$۰/۵ = \frac{۱}{۲}K(\%۵)^۲ \Rightarrow K = \frac{۰/۵}{\frac{۱}{۲} \times (\%۵)^۲} \Rightarrow K = ۴۰۰\frac{N}{M}$$

۴۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\Delta\theta = \omega\Delta t$$

$$\frac{۳\pi}{۴} = ۳۰\pi t \Rightarrow t = \frac{۱}{۴۰}(s)$$

۴۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گام اول: با توجه به نمودار رسم‌شده در لحظه‌ای که انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر با یک‌دیگر برابر هستند، انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر هر کدام برابر ۰/۱۵J می‌باشند، بنابراین داریم:

$$E = K + U = ۰/۱۸ + ۰/۱۸ = ۰/۳۶J$$

گام دوم: به کمک مقدار انرژی مکانیکی و دامنه‌ی نوسانگر، ثابت فنر را به دست می‌آوریم:

$$E = \frac{۱}{۲}kA^۲ \Rightarrow ۰/۳۶ = \frac{۱}{۲}k(۳۶\times۱۰^{-۴}) \Rightarrow k = ۲۰۰\ \frac{N}{m}$$

گام سوم: به کمک قانون هوک داریم:

$$|F| = k\Delta x = ۲۰۰\left(\frac{۲}{۱۰۰}\right) = ۴N$$

۴۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. سرعت نوسان‌گر هماهنگ ساده زمانی کندشونده است که از مرکز به سمت طول دامنه مثبت یا منفی در حال حرکت باشد، بنابراین از این زمان تا زمانی‌که برای اولین بار از مرکز تعادل عبور کند، نسبت انرژی جنبشی به انرژی پتانسیل ابتداکاهش و سپس افزایش می‌یابد. زیرا در دو طرف انرژی پتانسیل ماکزیمم و در مرکز تعادل انرژی جنبشی ماکزیمم است.

۴۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی $v_{max} = A\omega$ بیشینه‌ی سرعت نوسان‌گر را محاسبه می‌کنیم:

$$v_{max} = A\omega = ۰/۰۵\times\pi = ۰/۰۵\pi\frac{m}{s}$$

$$K_{max} = \frac{۱}{۲}mv_{max}^{۲} = \frac{۱}{۲}\times۵۰\times۱۰^{-۳}\times۲۵\times۱۰^{-۴}\pi^۲J = ۶۲۵\times۱۰^{-۷}\pi^۲J = ۶۲۵\times۱۰^{-۴}\pi^۲\,mJ$$

$$= ۶۲۵\times۱۰^{-۳}\,mJ$$

$$\frac{K}{K_{max}} = \left(\frac{v}{v_{max}}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۵\times۱۰^{-۲}}{۶۲۵\times۱۰^{-۳}} = \frac{v^۲}{۲۵\times۱۰^{-۴}\pi^۲}$$

$$\frac{۵۰}{۶۲۵} = \frac{v^۲}{۲۵\times۱۰^{-۴}\pi^۲} \Rightarrow v^۲ = \frac{\cancel{۲۵}^{۱}\times\cancel{۵۰}^{۲}\times۱۰^{-۴}\pi^۲}{\cancel{۶۲۵}_{\cancel{۲۵}}} = ۲\times۱۰^{-۴}\pi^۲\frac{m^۲}{s^۲}$$

$$v = \sqrt{۲}\times۱۰^{-۲}\pi = ۱/۴\times۱۰^{-۲}\pi = ۰/۰۱۴\pi\frac{m}{s}$$

$$|v - v_{max}| = |۰/۰۱۴\pi - ۰/۰۵\pi| = ۰/۰۳۶\pi\frac{m}{s}$$

۴۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به روابط $U=E-K$، $K=\frac{۱}{۲}\,mv^{۲}$ و $E=\frac{۱}{۲}\,mv^{۲}_{max}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{U_۲}{U_۱}=\frac{E-K_۲}{E-K_۱}=\frac{\cancel{\frac{۱}{۲}mv^{۲}_{max}}-\cancel{\frac{۱}{۲}m}\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}v_{max}\right)^{۲}}{\cancel{\frac{۱}{۲}mv^{۲}_{max}}-\cancel{\frac{۱}{۲}m}\left(\frac{v_{max}}{۲}\right)^{۲}}=\frac{\frac{۱}{۴}\cancel{v^{۲}_{max}}}{\frac{۳}{۴}\cancel{v^{۲}_{max}}}=\frac{۱}{۳}$$

۴۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون از اصطکاک‌ها صرف‌نظر کرده‌ایم، انرژی مکانیکی سامانه پایسته می‌ماند، پس می‌توان نوشت:

$$E=U+K\Rightarrow U=E+K\Rightarrow\frac{U}{K}=\frac{E-K}{K}=\frac{v^{۲}_{max}-v^{۲}}{v^{۲}}\Rightarrow\frac{U}{K}=\frac{v^{۲}_{max}-v^{۲}}{v^{۲}}\xrightarrow{v=\frac{۱}{۲}v_{max}}$$

$$\frac{U}{K}=\frac{v^{۲}_{max}-\frac{۱}{۴}v^{۲}_{max}}{\frac{۱}{۴}v^{۲}_{max}}\Rightarrow\frac{U}{K}=\frac{\frac{۳}{۴}v^{۲}_{max}}{\frac{۱}{۴}v^{۲}_{max}}\Rightarrow\frac{U}{K}=۳\Rightarrow U=۳K$$

۴۹ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. انرژی مکانیکی یک نوسانگر هماهنگ ساده با مجذور دامنه‌ی آن متناسب است، بنابراین داریم:

$$E=\frac{۱}{۲}m\omega^{۲}A^{۲}\Rightarrow\frac{E_۲}{E_۱}=\left(\frac{A_۲}{A_۱}\right)^{۲}\xrightarrow[A_۲=A_۱+۱=۴\,cm]{A_۱=۳\,cm\ و\ E_۱=۹J}\frac{E_۲}{۹}=\left(\frac{۴}{۳}\right)^{۲}\Rightarrow E_۲=۱۶J$$

$$\Delta E=E_۲-E_۱=۱۶-۹\Rightarrow\Delta E=۷J$$

۵۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق اطلاعات سؤال داریم:

$$\alpha=\frac{K_{max}}{F_{max}}\xrightarrow[F_{max}=mA\omega^{۲}]{K_{max}=E=\frac{۱}{۲}\,m\omega^{۲}\,A^{۲}}\alpha=\frac{۱}{۲}\,A$$

$$\beta=\frac{U_{max}}{V^{۲}_{max}}\xrightarrow[v_{max}=A\omega]{U_{max}=E=\frac{۱}{۲}\,m\omega^{۲}\,A^{۲}}\beta=\frac{۱}{۲}\,m$$

از طرفی می‌دانیم نوسانگر در هر دوره، مسافتی برابر با $۴A$ را می‌پیماید، بنابراین:

$$۴A=۳۲\Rightarrow A=۸cm$$

در نتیجه داریم:

$$\alpha\beta=\frac{۱}{۴}\,mA=\frac{۱}{۴}\times۰/۴\times\frac{۸}{۱۰۰}=۰/۰۰۸$$

۱	۱	۲	**۳**	۴
۲	۱	**۲**	۳	۴
۳	۱	۲	۳	**۴**
۴	**۱**	۲	۳	۴
۵	۱	**۲**	۳	۴
۶	۱	**۲**	۳	۴
۷	۱	۲	۳	**۴**
۸	۱	۲	**۳**	۴
۹	۱	**۲**	۳	۴
۱۰	۱	**۲**	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	**۴**
۱۲	۱	۲	۳	**۴**
۱۳	۱	۲	**۳**	۴
۱۴	۱	۲	**۳**	۴
۱۵	۱	**۲**	۳	۴
۱۶	۱	**۲**	۳	۴
۱۷	**۱**	۲	۳	۴
۱۸	۱	**۲**	۳	۴
۱۹	**۱**	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	**۴**
۲۱	۱	۲	**۳**	۴
۲۲	**۱**	۲	۳	۴
۲۳	۱	**۲**	۳	۴
۲۴	**۱**	۲	۳	۴
۲۵	۱	**۲**	۳	۴
۲۶	۱	۲	**۳**	۴
۲۷	۱	**۲**	۳	۴
۲۸	**۱**	۲	۳	۴
۲۹	۱	**۲**	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	**۴**
۳۱	**۱**	۲	۳	۴
۳۲	**۱**	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	**۳**	۴
۳۴	۱	۲	**۳**	۴
۳۵	**۱**	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	**۳**	۴
۳۷	۱	۲	**۳**	۴
۳۸	۱	۲	۳	**۴**
۳۹	۱	۲	**۳**	۴
۴۰	۱	**۲**	۳	۴
۴۱	**۱**	۲	۳	۴
۴۲	**۱**	۲	۳	۴
۴۳	**۱**	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	**۳**	۴
۴۵	۱	۲	**۳**	۴
۴۶	۱	**۲**	۳	۴
۴۷	۱	**۲**	۳	۴
۴۸	**۱**	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	**۳**	۴
۵۰	۱	۲	۳	**۴**