نام دبیر : مهندس مهدی باباخانی

عنوان آزمون : هومورک ۱ نوسان

۱) چه تعداد از عبارات زیر، درباره‌ی حرکت هماهنگ ساده، <u>نادرست</u> هستند؟

الف) وقتی نوسانگر به نقاط بازگشت نزدیک می‌شود، حرکتش کندشونده است.

ب) با دو برابر شدن دامنه‌ی حرکت، دوره‌ی تناوب نیز دو برابر می‌شود.

ج) در نقطه‌ی تعادل، تندی نوسانگر، صفر است.

د) حاصل‌ضرب دوره در بسامد حرکت، برابر عدد یک است.

هـ) مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در هر دوره، برابر است با $2A$.

و) فاصله‌ی بین دو انتهای مسیر، برابر با دامنه است.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲) در شکل زیر منحنی الکترو کاردیوگرام قلب یک شخص رسم شده است. در هر تناوب در نقطه‌ی R بطن‌ها شروع به انقباض می‌کنند. اگر در هر سه دقیقه ۲۰۰ بار این رویداد به طور منظم رخ دهد، دوره‌ی تناوب ضربان قلب این شخص چند ثانیه است؟

۱) ۰/۸ ۲) ۰/۹ ۳) ۰/۸۲ ۴) ۰/۹۲

۳) اگر بسامد زاویه‌ای نوسانگر دوره‌ای A، ۲۵ درصد بیش‌تر از بسامد زاویه‌ای نوسانگر دوره‌ای B باشد، آن‌گاه دوره‌ی حرکت A:

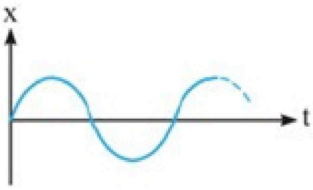
۱) ۲۵ درصد بیش‌تر از دوره‌ی حرکت B است.

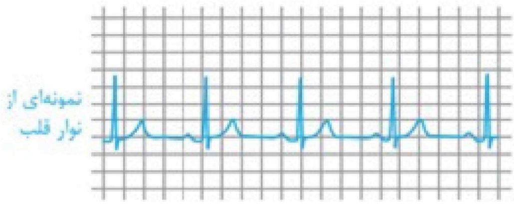
۲) ۲۰ درصد بیش‌تر از دوره‌ی حرکت B است.

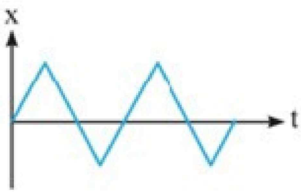
۳) ۲۵ درصد کم‌تر از دوره‌ی حرکت B است.

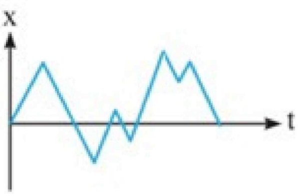
۴) ۲۰ درصد کم‌تر از دوره‌ی حرکت B است.

۴) از بین نمودارهای زیر، کدام‌یک مربوط به یک نوسان دوره‌ای <u>نمی‌باشد</u>؟

۱)


۲)


۳)


۴)


۵) بسامد زاویه‌ای نوسانگر A، در برابر بسامد زاویه‌ای نوسانگر B است. اگر در مدت زمان یک دقیقه، تعداد چرخه‌های طی شده توسط A، ۲۰ دور بیش‌تر از B باشد بسامد حرکت نوسانگر B چند هرتز است؟

۱) ۳　　۲) ۶　　۳) $\frac{۱}{۳}$　　۴) $\frac{۱}{۶}$

۶) چند مورد از عبارت‌های زیر درست است؟

الف) معادله‌ی مکان - زمان هر متحرکی که نوسان دوره‌ای انجام می‌دهد الزاماً به صورت یک تابع سینوسی (یا کسینوسی) است.

ب) در حرکت هماهنگ ساده، مسافت‌های یکسان، الزاماً در مدت یکسان پیموده می‌شود.

ج) هرچه جرم وزنه‌ی آونگ ساده بیش‌تر باشد، دوره‌ی نوسان‌های آن بیشتر خواهد بود.

د) در حرکت هماهنگ ساده، هنگامی که نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک می‌شود حرکتش قطعاً تندشونده است.

۱) ۱　　۲) ۲　　۳) ۳　　۴) ۴

۷) چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با نوسانگر هماهنگ‌ساده‌ای که در حال دور شدن از نقطه‌ی تعادل است، <u>نادرست</u> است؟

الف) اندازه‌ی شتاب نوسانگر افزایش می‌یابد.

ب) اندازه‌ی بردار تکانه‌ی جسم نوسانگر کاهش می‌یابد.

ج) اندازه‌ی بردار مکان جسم افزایش می‌یابد.

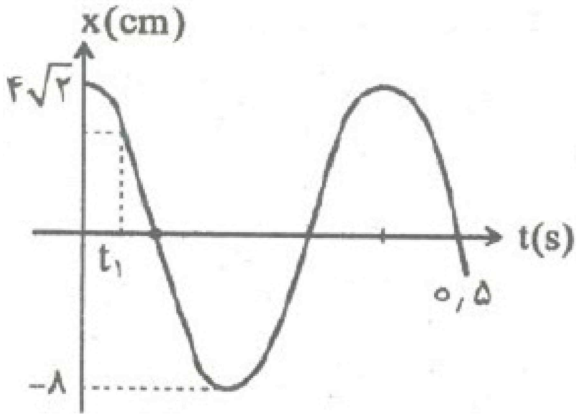
د) حرکت نوسانگر، شتابدار کندشونده است.

هـ) انرژی پتانسیل نوسانگر کاهش می‌یابد.

و) اندازه‌ی نیروی بازگرداننده کاهش می‌یابد.

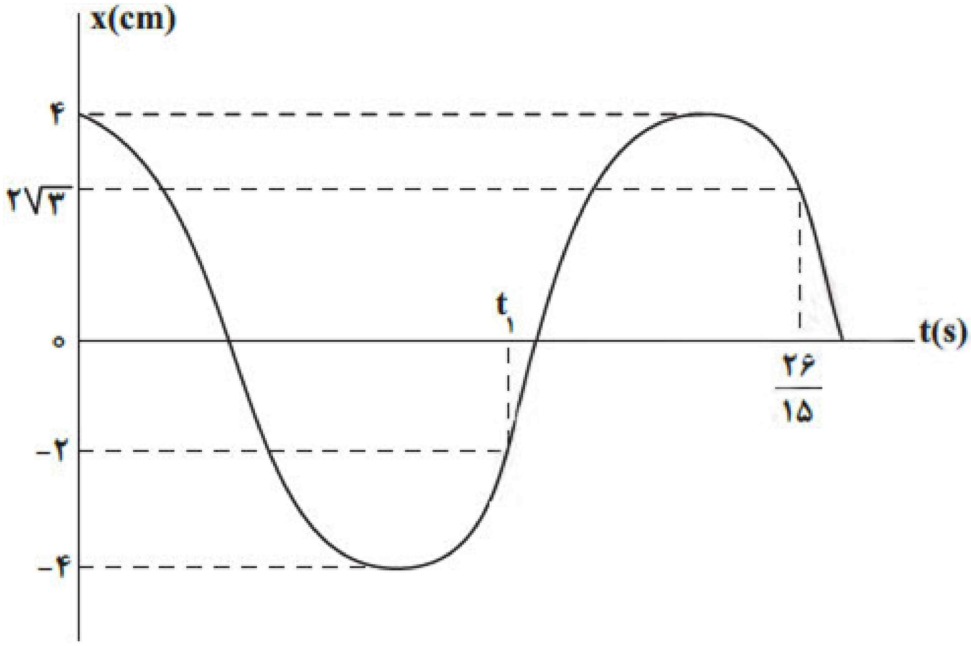
۱) صفر　　۲) ۳　　۳) ۲　　۴) ۱

۸) برای نمودار مکان زمان نوسانگری مطابق شکل مقابل، مقدار $t_۱$ چند ثانیه است؟



۱) $\frac{۱}{۵۰}$　　۲) $\frac{۱}{۱۰}$　　۳) $\frac{۱}{۴}$　　۴) $\frac{۱}{۲۰}$

۹ در شکل زیر، نمودار مکان - زمان نوسانگری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، رسم شده است. در این نمودار $t_۱$ چند ثانیه است؟



۱) $\frac{۱۶}{۱۵}$ ۲) $\frac{۸}{۱۵}$ ۳) $\frac{۴}{۱۵}$ ۴) $\frac{۱۳}{۱۵}$

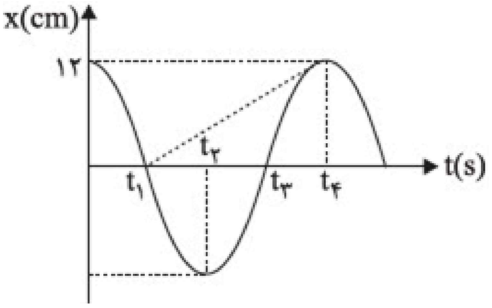
۱۰ معادلهٔ مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = A \operatorname{Cos} ۵۰\pi t$ است. اگر تندی متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۰/۰۲s$ برابر با $۱/۵\frac{m}{s}$ باشد، دامنهٔ نوسان چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۳ ۳) ۴/۵ ۴) ۶

۱۱ معادله مکان - زمان حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = ۰/۴ \operatorname{Cos}(۱۰\pi t)$ است. از لحظهٔ $t_۱ = \frac{۱}{۳۰}s$ تا $t_۲ = \frac{۷}{۴۰}s$ چند ثانیه بردار شتاب و سرعت نوسانگر در یک جهت می‌باشند؟

۱) $\frac{۳}{۴۰}$ ۲) $\frac{۱}{۱۵}$ ۳) $\frac{۱}{۶۰}$ ۴) $\frac{۱}{۴۰}$

۱۲ نمودار مکان - زمان نوسانگر ساده‌ای مطابق شکل است. اگر شیب خطی که نمودار را در دو لحظه‌ی $t_۱$ و $t_۴$ به یکدیگر وصل می‌کند ۰/۴ واحد SI باشد، معادله‌ی مکان - زمان این نوسانگر در SI کدام است؟



۱) $x = ۰/۱۲ \text{Cos}(۵\pi t)$
۲) $x = ۰/۱۲ \text{Cos}(۱۰\pi t)$
۳) $x = ۰/۱۲ \text{Cos}(۲۰\pi t)$
۴) $x = ۰/۱۲ \text{Cos}\left(\frac{۲۵}{۳}\pi t\right)$

۱۳ معادله‌ی مکان - زمان نوسانگری در SI به صورت $x = ۰/۰۳ \text{Cos}(۲۰\pi t)$ داده شده است. در بازه‌ی زمانی $۰ \le t \le \frac{۱}{۳۰} s$، چند ثانیه متحرک به صورت تندشونده حرکت می‌کند؟

۱) $\frac{۱}{۴۰}$
۲) $\frac{۱}{۶۰}$
۳) $\frac{۱}{۱۲۰}$
۴) $\frac{۱}{۸۰}$

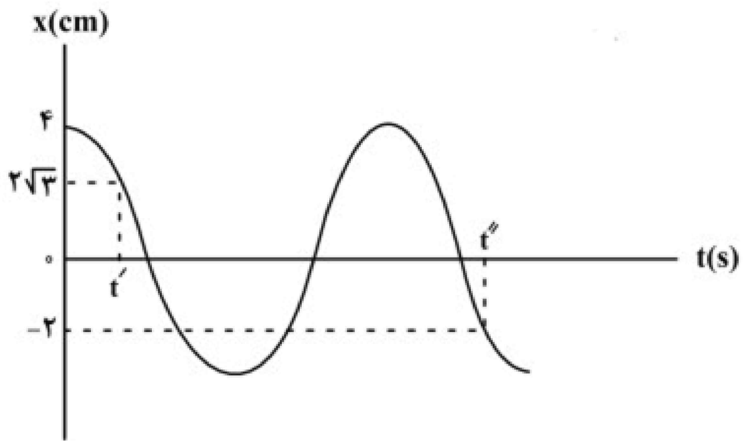
۱۴ معادله‌ی مکان - زمان نوسانگری در SI به صورت $x = ۰/۰۲ \text{Cos}(۵\pi t)$ داده شده است. در کدام‌یک از لحظات زیر شتاب نوسانگر در جهت منفی محور نوسان و حرکت نوسانگر کندشونده است؟

۱) ۰/۰۷
۲) ۰/۱۴
۳) ۰/۲۱
۴) ۰/۳۷

۱۵ در یک حرکت هماهنگ ساده، A دامنه‌ی نوسان و T دوره‌ی نوسان است. اگر بیشترین مسافتی که نوسانگر در مدت زمان $\frac{T}{۶}$ می‌پیماید، ۱۷ سانتی‌متر باشد، طول پاره‌خط نوسان چند سانتی‌متر است؟ $(\sqrt{۲} \approx ۱/۴, \sqrt{۳} \approx ۱/۷)$

۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۱۷
۴) ۳۴

۱۶ نمودار مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای به جرم ۹۰g مطابق شکل زیر است. اگر $t'' - t' = \frac{۳}{۸} s$ باشد، انرژی مکانیکی نوسانگر چند میلی‌ژول است؟ $(\pi^۲ = ۱۰)$



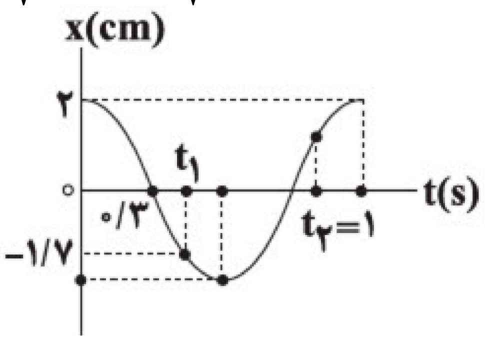
۱) ۴
۲) ۸
۳) ۱۶
۴) ۳۲

۱۷ در یک حرکت هماهنگ ساده در راستای محور x و حول مبدأ مختصات، فاصلهٔ بین دو انتهای مسیر $۲۰\,\text{cm}$ است و نوسانگر این فاصله را در هر دقیقه ۲۴۰ بار طی می‌کند. اندازهٔ سرعت متوسط نوسانگر وقتی با یک بار تغییر جهت از مکان $x_۱ = -۲\,\text{cm}$ به مکان $x_۲ = +۲\,\text{cm}$ می‌رسد، چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱۶

۱۸ نمودار مکان - زمان یک نوسانگر هماهنگ ساده مطابق شکل زیر است. تندی متوسط در این نوسانگر بین دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ چند $\frac{\text{cm}}{s}$ است؟

$(\sqrt{۳} = ۱/۷, \sqrt{۲} = ۱/۴)$



۱) ۷/۴
۲) ۶
۳) ۵/۴
۴) ۶/۶

۱۹ معادلهٔ حرکت هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = ۰/۰۴\,\text{Cos}\,\frac{\pi}{۴}t$ است. در بازهٔ زمانی $۲s \leq t \leq ۶s$ مسافت طی شده و جابه‌جایی برحسب سانتی‌متر به‌ترتیب از راست به چپ کدام است؟

۱) ۸، صفر
۲) ۸ و ۸-
۳) ۱۶ و صفر
۴) ۱۶ و ۸

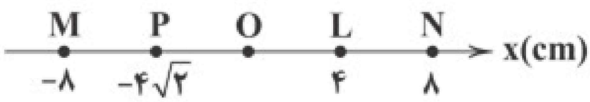
۲۰ نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در حال نوسان بر روی پاره‌خطی می‌باشد. در لحظه‌ای که این نوسانگر در حال نزدیک شدن به نقطهٔ تعادل است، کدام گزینه، در مورد حرکت نوسانگر الزاماً صحیح است؟ (پاره‌خط نوسان روی محور xهاست.)

۱) در مکان‌های مثبت قرار دارد.
۲) بردار سرعت آن در جهت محور xها است.
۳) بردار شتاب آن خلاف جهت محور xها است.
۴) اندازهٔ شتاب آن در حال کاهش است.

۲۱ معادله‌ی مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI، به صورت $x = ۰/۰۶\,\text{Cos}\,(۴۰\pi t)$ است. در کدام‌یک از لحظه‌های زیر بر حسب ثانیه، جسم در حال دور شدن از مرکز نوسان (نقطه‌ی تعادل) است؟

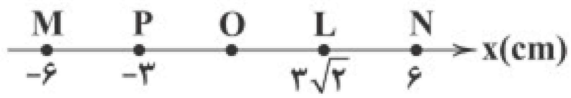
۱) $t = \frac{۱}{۱۶}$
۲) $t = \frac{۱}{۳۲}$
۳) $t = \frac{۱}{۱۶۰}$
۴) $t = \frac{۳}{۱۶۰}$

۲۲ مطابق شکل زیر، نوسانگر هماهنگ ساده‌ای روی پاره‌خط MN در دو طرف نقطه‌ی تعادل O نوسان نموده و در مدت‌زمان ۰/۰۵ از نقطه‌ی P بدون تغییر جهت حرکت، به نقطه‌ی L می‌رود. اگر این نوسانگر در مبدأ زمان از نقطه‌ی N به حرکت درآمده باشد، دومین بار در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه بردار نیروی وارد بر نوسانگر دچار تغییر جهت می‌شود؟



۱) $t = \frac{۱}{۴۰}$
۲) $t = \frac{۶}{۱۰۰}$
۳) $t = \frac{۱۸}{۱۰۰}$
۴) $t = \frac{۳}{۲۰۰}$

۲۳ مطابق شکل زیر، نوسانگر هماهنگ ساده‌ای روی پاره‌خط MN، در دو طرف نقطه‌ی تعادل O نوسان می‌کند. اگر نوسانگر در مدت‌زمان $\frac{۱}{۱۲۰}s$ از نقطه‌ی L، بدون تغییر جهت حرکت، به نقطه‌ی P برود، در هر دقیقه چند بار طول پاره‌خط MN را طی می‌کند؟



۱) ۶۰۰۰ ۲) ۳۰۰۰ ۳) ۱۵۰۰ ۴) ۷۵۰

۲۴ نوسانگری روی پاره‌خطی به طول ۲۰cm، حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. کم‌ترین مدت‌زمانی که نوسانگر می‌تواند مسافت $۱۰\sqrt{۳}$ cm را طی کند، برابر با ۰/۲۵s است. بیشینه‌ی سرعت نوسانگر چند متر بر ثانیه است؟

۱) $\frac{۸\pi}{۱۵}$ ۲) $\frac{۴\pi}{۱۵}$ ۳) $\frac{۳\pi}{۱۰}$ ۴) $\frac{۳\pi}{۲۰}$

۲۵ حداکثر مسافت طی‌شده در یک حرکت نوسانی ساده، در مدت زمان دلخواهی، معادل با $\frac{۱}{۳}$ دوره‌ی این حرکت نوسانی، چند برابر طول پاره‌خط نوسانی است؟

۱) $\sqrt{۳}$ ۲) $۲\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۴}$

۲۶ معادله‌ی مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده‌ای در SI به صورت $x = ۰/۶\,\mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{۳}t\right)$ است. تندی متوسط این نوسانگر در بازه‌ی زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۴s$ چند سانتی‌متر بر ثانیه بوده و در این بازه‌ی زمانی، چند ثانیه انرژی جنبشی نوسانگر در حال افزایش بوده است؟ (به ترتیب از راست به چپ)

۱) $۲/۵ - ۲۲/۵$ ۲) $۱/۵ - ۳۷/۵$ ۳) $۱/۵ - ۲۲/۵$ ۴) $۲/۵ - ۳۷/۵$

۲۷ معادله‌ی مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = ۲\,\mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{۲}t\right)$ است. در کدام‌یک از لحظات زیر، بردار مکان متحرک، قرینه‌ی بردار مکان اولیه‌ی آن نمی‌باشد؟

۱) پایان ثانیه‌ی دوم ۲) پایان ثانیه‌ی چهارم

۳) پایان سه ثانیه‌ی دوم ۴) پایان دو ثانیه‌ی پنجم

۲۸ نوسانگر ساده‌ای با دامنهٔ A نوسان می‌کند. اگر کم‌ترین زمان لازم برای آن‌که از مکان $+\frac{\sqrt{۳}}{۲}A$ بعد از یک تغییر جهت حرکت به مکان $-\frac{A}{۲}$ برسد برابر $\frac{۱}{۶}s$ باشد، بسامد حرکت چند هرتز است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۵ ۳) ۳/۵ ۴) ۴

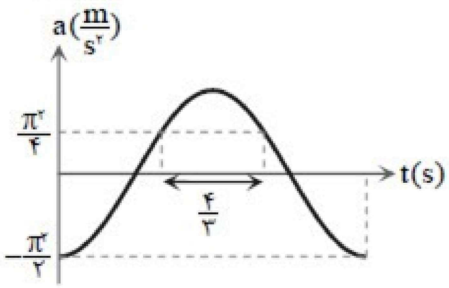
۲۹ نوسان‌گری روی یک پاره‌خط به طول ۱۲ cm حرکت هماهنگ ساده را انجام می‌دهد. حداکثر مسافتی که این نوسان‌گر در مدت زمان $\frac{۱}{۳}$ دوره تناوب می‌تواند طی کند، چند سانتی‌متر است؟

۱) ۶ ۲) $۶\sqrt{۳}$ ۳) $۳\sqrt{۳}$ ۴) $\sqrt{۳}$

۳۰ متحرکی روی پاره‌خط AB نوسان هماهنگ انجام می‌دهد. اگر $AC = CO = OD = DB$ باشد و متحرک فاصله‌ی CD را در $t_۱$ ثانیه و فاصله‌ی DB را در $t_۲$ ثانیه طی کند، نسبت $\frac{t_۱}{t_۲}$ چه‌قدر است؟

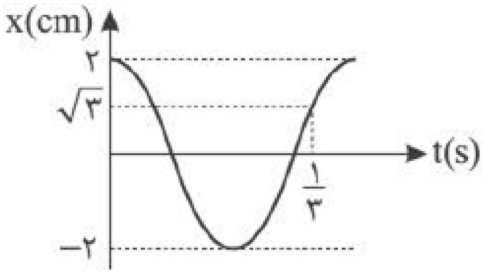
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۳۱ نمودار شتاب زمان نوسان‌گری به جرم ۱۰۰ گرم که حرکت هماهنگ ساده دارد مطابق شکل روبه‌رو است. در لحظه‌ی $t = \frac{۴}{۳}s$، نوسان‌گر در چند سانتی‌متر مرکز نوسان قرار دارد؟



۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\sqrt{۳}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

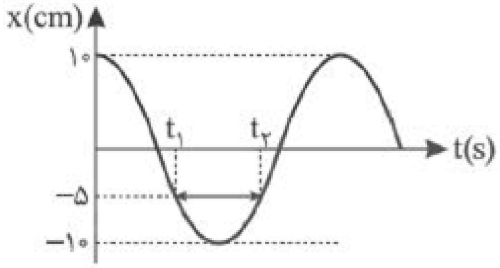
۳۲ نمودار مکان—زمان هماهنگ ساده به‌صورت زیر است. معادلهٔ مکان—زمان این نوسانگر در SI کدام است؟



۱) $x = ۰/۰۲ \cos\left(\frac{۱۱\pi t}{۲}\right)$ ۲) $x = ۰/۰۲ \cos\left(\frac{\pi t}{۲}\right)$ ۳) $x = ۰/۰۲ \cos\left(\frac{۱۳\pi t}{۲}\right)$

۴) $x = ۰/۰۲ \cos(۵\pi t)$

۳۳ شکل زیر نمودار مکان—زمان یک نوسانگر ساده را نشان می‌دهد. اگر تندی متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ برابر $۱/۲\frac{m}{s}$ باشد، بسامد نوسانگر چند هرتز است؟



۱) ۲　　۲) ۲۰　　۳) ۴　　۴) ۴۰

۳۴ رابطهٔ سرعت با مکان برای یک نوسانگر که حرکت هماهنگ ساده دارد در SI به‌صورت $v = \sqrt{۰/۲ - ۸۰۰x^۲}$ داده شده است. طول پاره‌خط نوسان چند سانتی‌متر است؟

۱) ۰/۵　　۲) ۱　　۳) ۲　　۴) ۴

۳۵ نوسانگر هماهنگ ساده‌ای روی پاره‌خطی به طول ۲A، حرکت هماهنگ ساده با دور تناوب T انجام می‌دهد. نسبت بیشینه مسافت به کمینه مسافتی که نوسانگر در مدت زمان $\frac{T}{۴}$ می‌تواند طی کند، کدام است؟

$(\sqrt{۳} \approx ۱/۷, \sqrt{۲} \approx ۱/۴)$

۱) ۱　　۲) $\frac{۷}{۳}$　　۳) $\frac{۱۷}{۱۴}$　　۴) ۲

۳۶ نوسانگری روی محور x حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد و مبدأ مختصات نقطه‌ی تعادل (مرکز نوسان) است. اگر دامنه‌ی حرکت نوسانگر ۲ cm و بسامد حرکتش $\frac{۱}{۴}$Hz باشد. بزرگی سرعت متوسط نوسانگر در کم‌ترین بازه‌ی زمانی که از مکان $+\sqrt{۲}$ cm در جهت محور x عبور می‌کند و سپس به مکان $-\sqrt{۲}$ cm می‌رسد، چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟

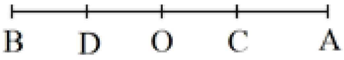
۱) صفر　　۲) $\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$　　۳) $\frac{۲\sqrt{۲}}{۵}$　　۴) $\sqrt{۲}$

۳۷ نوسانگری با بسامد ۷Hz و دامنهٔ ۲۰cm حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد. نوسانگر در لحظهٔ $t_۱$ در فاصلهٔ ۳۴ سانتی‌متری از یک انتهای مسیر نوسان و در لحظهٔ $t_۲$ در فاصلهٔ ۱۰ سانتی‌متری از نقطهٔ تعادل قرار دارد. اگر نوع حرکت نوسانگر در لحظهٔ $t_۱$ کندشونده و در لحظهٔ $t_۲$ تندشونده باشد، حداقل مقدار $(t_۲ - t_۱)$ چند ثانیه است؟

$(\sqrt{۳} \approx ۱/۷$ و $\sqrt{۲} \approx ۱/۴$ ،$t_۲ > t_۱)$

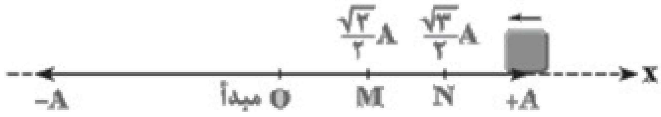
۱) $\frac{۱}{۱۲}$　　۲) $\frac{۱}{۶}$　　۳) $\frac{۱}{۲۴}$　　۴) $\frac{۱}{۱۰}$

۳۸ متحرکی روی پاره‌خط AB نوسان هماهنگ انجام میدهد اگر $\mathrm{AC}=\mathrm{CO}=\mathrm{OD}=\mathrm{DB}$ باشد و متحرک فاصله CD را در $t_۱$ ثانیه و فاصله DB را در $t_۲$ ثانیه طی کند، نسبت $\frac{t_۱}{t_۲}$ چه‌قدر است؟



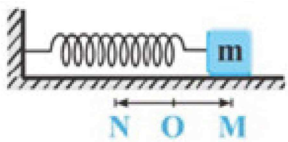
۱) ۱　　۲) ۲　　۳) $\frac{۳}{۲}$　　۴) $\frac{۴}{۳}$

۳۹ نوسان‌گر ساده‌ای بر روی پاره‌خط نشان داده شده، مطابق شکل از نقطه‌ی $+A$ و در خلاف جهت محور x شروع به نوسان می‌کند. اگر متحرک ۲ ثانیه پس از شروع حرکت، بدون تغییر جهت به موقعیت N برسد، چند ثانیه پس از عبور از N، متحرک برای اولین بار به نقطه‌ی M می‌رسد؟



۱) $\frac{۱}{۳}$　　۲) $\frac{۲}{۳}$　　۳) ۱　　۴) ۳

۴۰ مطابق شکل، در لحظه‌ی $t=۰$ بسته‌ای از نقطه‌ی M رها شده و حول نقطه‌ی O شروع به نوسان می‌کند. مکان این نوسان‌گر پس از گذشت مدت زمان $\frac{۱}{۶}$ دوره، چه کسری از دامنه‌ی آن است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$　　۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$　　۳) ۱　　۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۴۱ ذره‌ای روی پاره‌خطی به طول ۱۲ cm با بسامد $۵۰Hz$ حرکت نوسانی هماهنگ ساده می‌کند و در یک لحظه از مرکز نوسان عبور می‌کند. نسبت مسافت طی شده به اندازه‌ی جابه‌جایی این نوسانگر این لحظه تا $\frac{۳}{۲۰۰}$ ثانیه پس از آن کدام است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$　　۲) ۲　　۳) ۳　　۴) ۴

۴۲ نوسانگر هماهنگ ساده‌ای با دامنه‌ی A در لحظه‌ی t در مکان $+\frac{A}{۲}$ به سمت مرکز نوسان در حال حرکت است و پس از یک‌بار تغییر جهت تا مکان $-\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$ می‌رود. در این بازه‌ی زمانی به ترتیب از راست به چپ در چه مدت زمانی مکان آن مثبت بوده و در چه مدت زمانی سرعت آن منفی است؟ (T دوره‌ی حرکت نوسانگر است.)

۱) صفر، صفر　　۲) $\frac{T}{۶}$، $\frac{T}{۲}$　　۳) $\frac{T}{۱۲}$، $\frac{T}{۶}$　　۴) $\frac{T}{۱۲}$، $\frac{T}{۳}$

۴۳ نوسان‌گری که حرکت هماهنگ ساده انجام می‌دهد، در لحظه‌ی t_1 در مکان $+\frac{A}{\sqrt{2}}$ و در لحظه‌ی $t_2 > t_1$ در مکان $+\frac{A}{2}$ قرار دارد. اندازه‌ی بیش‌ترین سرعت متوسط نوسان‌گر در بازه‌ی t_1 تا t_2 کدام است؟ (A دامنه‌ی نوسان، T دوره‌ی حرکت و در $t=0$ نوسان‌گر در مبدأ مختصات است.)

۱) $12(\sqrt{2}+1)\frac{A}{T}$

۲) $\frac{12(\sqrt{2}-1)}{7}\frac{A}{T}$

۳) $\frac{12(\sqrt{2}+1)}{7}\frac{A}{T}$

۴) $12(\sqrt{2}-1)\frac{A}{T}$

۴۴ نوسانگری روی محور x ها بین دو مکان $+6m$ و $-6m$ نوسان می‌کند. اگر این نوسان‌گر در لحظه‌ی t (برحسب ثانیه) در مکان $x=-3m$ و در حال دور شدن از مرکز باشد و هم‌چنین در لحظه‌ی $t+9$ (برحسب ثانیه) برای دومین بار از لحظه‌ی t به بعد به مکان $x=+3\sqrt{3}m$ برسد، این نوسان‌گر در مدت یک دقیقه چند نوسان کامل انجام می‌دهد؟

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۴۵ دامنه‌ی نوسان یک نوسانگر ساده ۱۰ سانتی‌متر و بسامد آن ۲۵ هرتز است، مقدار بیشینه سرعت متوسط نوسانگر، در یک بازه‌ی زمانی معادل $\frac{1}{4}$ دوره، چند متر بر ثانیه است؟

۱) $2\sqrt{2}$
۲) $5\sqrt{2}$
۳) ۱۰
۴) ۰

۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌ها:

الف) تندی نوسانگر در نقاط بازگشت برابر صفر است، بنابراین وقتی نوسانگر به نقاط بازگشت نزدیک می‌شود، حرکتش کندشونده است. (✓)

ب) زیرا دوره‌ی حرکت نوسانگر، مستقل از دامنه‌ی آن است و در نتیجه با دو برابر شدن دامنه، دوره‌ی حرکت تغییری نخواهد کرد. (×)

ج) در نقطه‌ی تعادل، تندی نوسانگر، حداکثر مقدار خودش است، یعنی $v_{\max} = A\omega$. (×)

د) عبارت درست است، زیرا: $T = \frac{۱}{f} \Rightarrow T \times f = \frac{۱}{f} \times f = ۱$ ✓

هـ) مسافت طی‌شده توسط نوسانگر در هر دوره برابر با $۴A$ است. جابه‌جایی نوسانگر در همین مدت برابر صفر است. (×)

و) فاصله‌ی بین دو انتهای مسیر، برابر $۲A$ است که به آن خط نوسان نیز می‌گویند. (×)

۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{۳ \times ۶۰}{۲۰۰} = ۰/۹\,s$$

۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\omega_A = ۰/۲۵\omega_B + \omega_B$$

$$\omega_A = ۱/۲۵\omega_B \Rightarrow f_A = ۱/۲۵ f_B \Rightarrow \frac{۱}{T_A} = \frac{۱/۲۵}{T_B}$$

$$\frac{T_B}{T_A} = ۱/۲۵ \Rightarrow \frac{T_A}{T_B} = \frac{۱}{۱/۲۵}$$

$$\left(\frac{T_A}{T_B} - ۱\right) \times ۱۰۰ = \left(\frac{۱}{۱/۲۵} - ۱\right) \times ۱۰۰ = \frac{-۰/۲۵}{۱/۲۵} \times ۱۰۰ = -۲۰\%$$

پس دوره‌ی A، ۲۰ درصد کم‌تر از دوره‌ی B است.

۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در گزینه‌ی ۴ هیچ الگوی تکرارشونده‌ای دیده نمی‌شود. بنابراین نمی‌تواند متعلق به یک نوسان دوره‌ای باشد.

۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\omega_A = ۲\omega_B \Rightarrow f_A = ۲f_B \qquad f_B = ?$$

$$n_A = n_B + ۲۰ \xrightarrow{n=\mathrm{tf}} \mathrm{tf}_A = \mathrm{tf}_B + ۲۰ \Rightarrow ۱۲۰ f_A = ۱۲۰ f_B + ۲۰$$

$$۱۲۰(۲f_B) = ۱۲۰ f_B + ۲۰ \Rightarrow ۱۲۰ f_B = ۲۰ \Rightarrow f_B = \frac{۲۰}{۱۲۰} = \frac{۱}{۶}\mathrm{Hz}$$

۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مورد «د» درست است و بقیه‌ی موارد نادرست است.

الف) نمودار مکان - زمان برای حرکت هماهنگ ساده که نوع خاصی از نوسان دوره‌ای است، سینوسی می‌باشد.

ب) حرکت هماهنگ ساده حرکتی با شتاب متغیر است و مسافت‌های یکسان الزاماً در مدت زمان برابر طی نمی‌شود.

ج) دوره نوسان‌های آونگ مستقل از جرم گلوله‌ی آن است.

د) وقتی نوسانگر به مرکز نزدیک می‌شود، حرکت تندشونده و وقتی از مرکز دور شود، حرکت کندشونده است.

۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عبارت‌های «هـ» و «و» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

هـ) با دور شدن از نقطه‌ی تعادل، تندی و انرژی جنبشی جسم کاهش می‌یابد و در نتیجه انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابد.

و) هرگاه اندازه‌ی شتاب نوسانگر افزایش یابد، حتماً اندازه‌ی نیروی بازگرداننده نیز افزایش می‌یابد.

۸ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. $t = T + \frac{۱}{۴}T = \frac{۵}{۴}T$

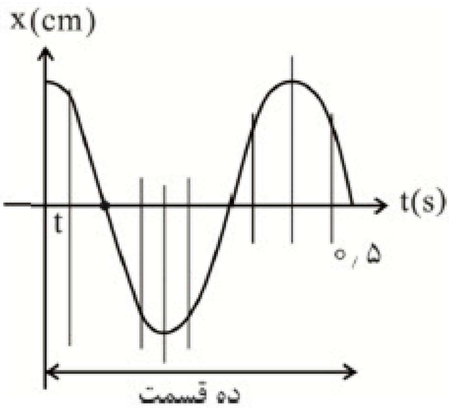
$$\frac{۵}{۴}T = \frac{۵}{۱۰} \Rightarrow T = \frac{۴}{۱۰}S$$

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{۰/۴} = ۵\pi\frac{\text{Rad}}{S}$$

$$x(t) = ۰/۰۸\ \text{Cos}\ ۵\pi\text{t} \Rightarrow x = ۰/۰۴\sqrt{۲} \Rightarrow ۰/۰۴\sqrt{۲} = ۰/۰۸\ \text{Cos}\ ۵\pi\text{t}$$

$$\text{Cos}\ ۵\pi\text{t} = \frac{۰/۰۴\sqrt{۲}}{۰/۰۸} = \frac{\sqrt{۲}}{۲} = \text{Cos}\ \frac{\pi}{۴}$$

$$۵\pi\text{t} = \frac{\pi}{۴} \Rightarrow t = \frac{۱}{۲۰}$$

با توجه به شکل $\Rightarrow$ 

$t = \frac{۰/۵}{۱۰} = ۰/۰۵$

۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که نوسانگر در لحظهٔ $t = \frac{۲۶}{۲۵}s$ در مکان $x = ۲\sqrt{۳}\,\text{cm}$ است، با استفاده از رابطهٔ $x = A\,\text{Cos}\,\omega t$، بسامد زاویه‌ای را می‌یابیم:

$$x = A\,\text{Cos}\,\omega t \xrightarrow[t=\frac{۲۶}{۱۵}s, A=۴\,\text{cm}]{x=۲\sqrt{۳}\,\text{cm}} ۲\sqrt{۳} = ۴\,\text{Cos}\,\omega \times \frac{۲۶}{۱۵} \Rightarrow \text{Cos}\,\frac{۲۶}{۱۵}\omega = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

$$\xrightarrow{\text{با توجه به نمودار}} \frac{۲۶}{۱۵}\omega = ۲\pi + \frac{\pi}{۶} \Rightarrow \frac{۲۶}{۱۵}\omega = \frac{۱۳\pi}{۶} \Rightarrow \omega = \frac{۵\pi}{۴}\,\frac{\text{rad}}{s}$$

اکنون می‌توان $t_۱$ را به دست آورد. چون در لحظهٔ $t_۱$ مکان نوسانگر برابر $x = -۲\,\text{cm}$ است، داریم:

$$x = A\,\text{Cos}\,\omega t \xrightarrow[A=۴\,\text{cm}]{x=-۲\,\text{cm}} -۲ = ۴\,\text{Cos}\,\frac{۵\pi}{۴}t_۱ \Rightarrow \text{Cos}\,\frac{۵\pi}{۴}t_۱ = -\frac{۱}{۲}$$

$$\xrightarrow{\text{با توجه به نمودار}} \frac{۵\pi}{۴}t_۱ = \pi + \frac{\pi}{۳} \Rightarrow \frac{۵\pi}{۴}t_۱ = \frac{۴\pi}{۳} \Rightarrow t_۱ = \frac{۱۶}{۱۵}s$$

۱۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
$$۵۰\pi = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = ۰/۰۴$$

$$۰ \rightarrow ۰/۰۲ \rightarrow \text{نیم دور} \xrightarrow{\text{مسافت}} ۲A$$

$$S_{\text{av}} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow \frac{۲A}{۰/۰۲} = ۱/۵ \Rightarrow A = ۱/۵\,\text{cm}$$

۱۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$t_۱ = \frac{۱}{۳۰}s \Rightarrow x_۱ = ۰/۴\,\text{Cos}\left(۱۰\pi \times \frac{۱}{۳۰}\right) = ۰/۲\text{m}$$

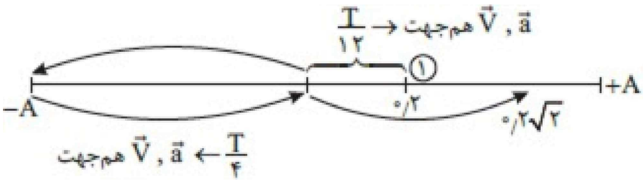
$$t_۲ = \frac{۷}{۴۰}s \Rightarrow x_۲ = ۰/۴\,\text{Cos}\left(۱۰\pi \times \frac{۷}{۴۰}\right)$$

$$= ۰/۲\sqrt{۲}m$$

هنگامی که نوسانگر به سمت مرکز نوسان حرکت می‌کند، بردار شتاب و بردار سرعت هم‌جهت می‌باشد و حرکت تندشونده است.

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{۲\pi}{۱۰\pi} = \frac{۱}{۵}s$$

$$\Delta t = \frac{T}{۱۲} + \frac{T}{۴} = \frac{T}{۳} = \frac{۱}{۳} \times \frac{۱}{۵} = \frac{۱}{۱۵}s$$

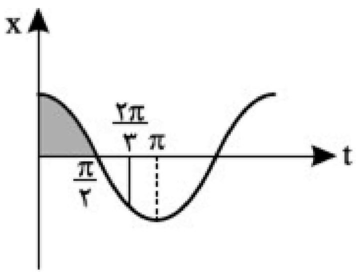


۱۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بازه‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۴$ معادل $۳\frac{T}{۴}$ است و شیب خط واصل این دو لحظه با سرعت متوسط در این بازه برابر است.

$$V_{\text{av}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۰/۴ = \frac{۰/۱۲}{۳\frac{T}{۴}} \Rightarrow T = ۰/۴\text{s} \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{\frac{۴}{۱۰}} = ۵\pi\frac{\text{rad}}{s}$$

$$\Rightarrow x = A\,\text{Cos}\,\omega t = ۰/۱۲\,\text{Cos}\,(۵\pi t)$$

۱۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شناسه (زاویه) $\theta = ۲۰\pi t$ در بازه‌ی معین داریم:



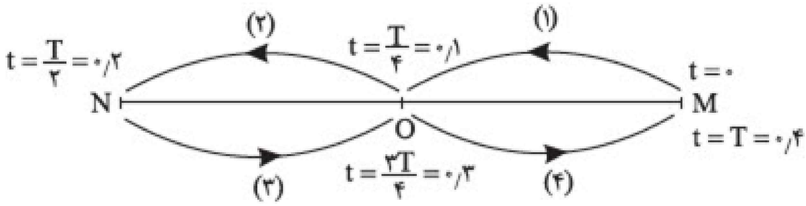
$$\begin{cases} t_۱ = ۰ \Rightarrow \theta_۱ = ۰ \\ t_۲ = \frac{۱}{۳۰} \Rightarrow \theta_۲ = \frac{۲۰\pi}{۳۰} = \frac{۲\pi}{۳} \end{cases}$$

در بازه‌ی ناحیه‌ی اول یعنی $t = \frac{T}{۴}$ به مرکز نوسان نزدیک می‌شود و حرکت تندشونده است.

$$T = \frac{۲\pi}{\omega} = \frac{۲\pi}{۲۰\pi} \Rightarrow t = \frac{۱}{۱۰} \Rightarrow t = \frac{۱}{۴۰}s$$

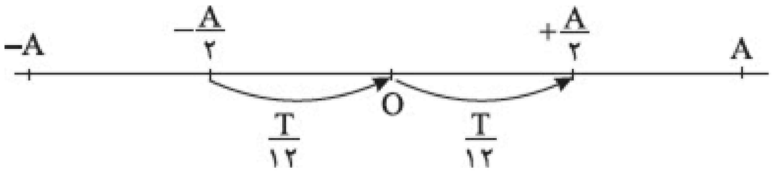
۱۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\omega = ۵\pi = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = ۰/۴s$$



با توجه به پاره‌خط نوسان چون $a < ۰$ و حرکت کندشونده است، باید نوسانگر در ناحیه‌ی ۴ یعنی در بازه‌ی زمانی $۰/۳ < t < ۰/۴$ باشد، پس گزینه‌ی (۴) صحیح است.

۱۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بیش‌ترین مسافتی که نوسانگر در مدت $\frac{T}{۶}$ طی می‌کند مربوط به مسیر زیر است:



$$۲\left(\frac{A}{۲}\right) = A = ۱۷cm$$

طول پاره‌خط دو برابر دامنه است.

$$MN = ۲ \times ۱۷ = ۳۴\,cm$$

دقت کنید بیشترین مسافت در اطراف مرکز نوسان رخ می‌دهد.

۱۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

ابتدا با توجه به این‌که $t'' - t' = \frac{۳}{۸}\,s$ است، دوره‌ی حرکت نوسانگر را به دست می‌آوریم:

$$t'' - t' = \frac{T}{۶} + T + \frac{T}{۱۲} \Rightarrow \frac{۳}{۸} = \frac{۵T}{۴} \Rightarrow T = ۰/۳S$$

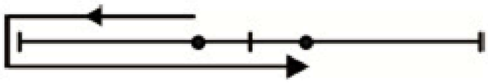
از آن‌جا که $f = \frac{۱}{T}$ است، بنابراین: $F = \frac{۱۰}{۳}\,Hz$

بنابراین انرژی مکانیکی نوسانگر برابر است با:

$$E = ۲\pi^۲ mA^۲ f^۲ = ۲ \times ۱۰ \times ۰/۰۹ \times (۴ \times ۱۰^{-۲})^۲ \times \left(\frac{۱۰}{۳}\right)^۲ \Rightarrow E = ۳۲ \times ۱۰^{-۳}\,J = ۳۲mJ$$

۱۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در هر نوسان کامل ۲ بار طول پاره‌خط طی شده و این یعنی در هر دقیقه ۱۲۰ نوسان کامل داریم و هر نوسان کامل $T = \frac{۱}{۲}s$ طول می‌کشد.

می‌توان نشان داد در چنین حرکتی که متحرک با یک بار تغییر جهت به همان فاصلهٔ قبلی از نقطه تعادل بازمی‌گردد، نصف یک نوسان کامل را طی می‌کند:



$$\Delta \mathrm{t} = \frac{۱}{۲}T = \frac{۱}{۲} \times \frac{۱}{۲}s = \frac{۱}{۴}s$$

$$\Delta \mathrm{x} = x_۲ - x_۱ = +۲ - (-۲) = +۴\,\mathrm{cm}$$

$$V_{\mathrm{av}} = \frac{\Delta \mathrm{x}}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{۴}{\frac{۱}{۴}} = ۱۶\frac{\mathrm{cm}}{s}$$

۱۸ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای تعیین تندی متوسط باید مکان نوسانگر در لحظهٔ $t_۱$ و مکان نوسانگر در لحظهٔ $t_۲$ (یعنی $x_۲$) را بیابیم. برای این منظور، یکی از راه‌حل‌ها، استفاده از معادلهٔ حرکت است. بنابراین ابتدا معادلهٔ حرکت را می‌نویسیم:

$$\frac{T}{۴} = ۰/۳ \Rightarrow T = ۱/۲s \Rightarrow \omega = \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۱/۲} \Rightarrow \omega = \frac{۵\pi}{۳}\frac{\mathrm{rad}}{s}$$

$$\Rightarrow x = A\,\mathrm{Cos}\,\omega \mathrm{t} \xrightarrow{A=۲\,\mathrm{cm}} x = ۲\,\mathrm{Cos}\,۵\frac{\pi}{۳}t$$

با داشتن معادلهٔ حرکت، لحظهٔ $t_۱$ را می‌یابیم. چون نوسانگر در لحظهٔ $t_۱$ در مکان $x = -۱/۷\,\mathrm{cm}$ است، داریم:

$$x = ۲\,\mathrm{Cos}\,\frac{۵\pi}{۳}t \Rightarrow -۱/۷ = ۲\,\mathrm{Cos}\,\frac{۵\pi}{۳}t_۱ \xrightarrow{۱/۷=\sqrt{۳}} \mathrm{Cos}\,\frac{۵\pi}{۳}t_۱ = -\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \mathrm{Cos}\,\frac{۵\pi}{۶}$$

$$\Rightarrow \frac{۵\pi}{۳}t_۱ = \frac{۵\pi}{۶} \Rightarrow t_۱ = \frac{۱}{۲}s$$

برای محاسبهٔ مکان نوسانگر در لحظهٔ $t_۲ = ۱s$ می‌توان نوشت:

$$x_۲ = ۲\,\mathrm{Cos}\,\frac{۵\pi}{۳}t_۲ \xrightarrow{t_۲=۱s} x_۲ = ۲\,\mathrm{Cos}\,\frac{۵\pi}{۳}\times ۱ \xrightarrow{\mathrm{Cos}\,\frac{۵\pi}{۳}=\frac{۱}{۲}} x_۲ = ۲\times\frac{۱}{۲} \Rightarrow x_۲ = ۱\,\mathrm{cm}$$

اکنون مسافت طی شده در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ را پیدا می‌کنیم. با توجه به نمودار، نوسان‌گر ابتدا از مکان $-۱/۷\,\mathrm{cm}$ به مکان $-۲\,\mathrm{cm}$ در خلاف جهت محور جابه‌جا شده است و سپس از مکان $-۲\,\mathrm{cm}$ به مکان $+۱\,\mathrm{cm}$ رفته است؛ بنابراین مسافت طی شده در مجموع برابر است با: $L = ۰/۳ + ۳ = ۳/۳\,\mathrm{cm}$

در نهایت تندی متوسط برابر است با:

$$S_{\mathrm{av}} = \frac{L}{\Delta \mathrm{t}} \xrightarrow[L=۳/۳\,\mathrm{cm}]{\Delta \mathrm{t}=t_۲-t_۱=۱-\frac{۱}{۲}=\frac{۱}{۲}s} S_{\mathrm{av}} = \frac{۳/۳}{\frac{۱}{۲}} \Rightarrow S_{\mathrm{av}} = ۶/۶\frac{\mathrm{cm}}{s}$$

۱۹ گزینهٔ ۱ پاسخ صحیح است. برای محاسبهٔ جابه‌جایی نوسانگر، ابتدا مکان آن‌را در لحظه‌های $t_۱ = ۲s$ و $t_۲ = ۶s$ می‌یابیم:

$$x = ۰/۰۴\,\mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{۴}t \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۲s \Rightarrow x_۱ = ۰/۰۴\,\mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{۴}\times ۲ = ۰/۰۴\,\mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{۲} \Rightarrow x_۱ = ۰ \\ t_۲ = ۶s \Rightarrow x_۲ = ۰/۰۴\,\mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{۴}\times ۶ = ۰/۰۴\,\mathrm{Cos}\,\frac{۳\pi}{۲} \Rightarrow x_۲ = ۰ \end{cases}$$

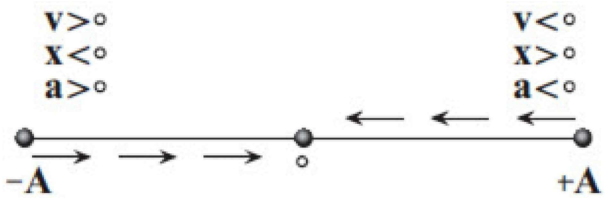
بنابراین جابه‌جایی نوسانگر برابر است با: $\Delta x = x_۲ - x_۱ = ۰ - ۰ \Rightarrow \Delta x = ۰$

برای محاسبهٔ مسافت طی شده، می‌دانیم نوسانگر در هر دورهٔ تناوب، ۴ برابر دامنهٔ نوسان، مسافت طی می‌کند و در هر نصف دوره تناوب، به اندازهٔ ۲ برابر دامنهٔ نوسان مسافت طی می‌کند، بنابراین داریم:

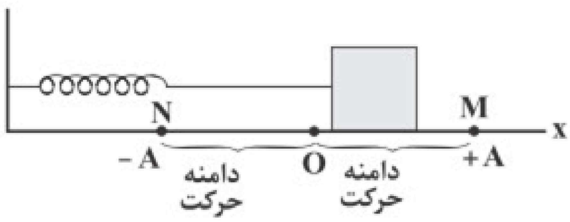
$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \xrightarrow{\omega=\frac{\pi}{۴}\ \frac{\mathrm{rad}}{s}} \frac{\pi}{۴} = \frac{۲\pi}{T} \Rightarrow T = ۸s$$

$$\Delta t = t_۲ - t_۱ = ۶ - ۲ = ۴s \Rightarrow \frac{\Delta t}{T} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \text{مسافت طی شده} = \Delta l = ۲A = ۲\times ۰/۰۴ = ۰/۰۸m = ۸\,\mathrm{cm}$$

۲۰ گزینهٔ ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل مقابل، نوسانگر در مکان‌های مثبت، با شتاب منفی و سرعت منفی و در مکان‌های منفی، با سرعت مثبت و شتاب مثبت، می‌تواند به مرکز نوسان نزدیک شود. بنابراین، گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ نمی‌تواند الزاماً درست باشند. اما از آن‌جایی که اندازهٔ شتاب در دو انتهای مسیر بیشینه و در مرکز نوسان کمینه می‌باشد، لذا با نزدیک شدن نوسان‌گر به مرکز نوسان، الزاماً اندازهٔ شتاب آن کاهش می‌یابد. یا می‌توان گفت، بنا به رابطهٔ $a = -\omega^۲ x$، با نزدیک شدن نوسانگر به نقطهٔ تعادل، اندازهٔ x کاهش می‌یابد، لذا اندازهٔ a نیز کاهش خواهد یافت.



۲۱ گزینهٔ ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به معادله‌ی مکان - زمان نوسانگر می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} x = ۰/۰۶\,\mathrm{Cos}\,(۴۰\pi t) \\ x = A\,\mathrm{Cos}\,(\omega t) \end{cases} \Rightarrow \omega = ۴۰\pi\left(\frac{\mathrm{rad}}{s}\right) \xrightarrow{\omega=\frac{۲\pi}{T}} T = \frac{۱}{۲۰}\,s$$

معادله‌ی مورد نظر برای نوسان‌کننده‌ای است که در لحظه‌ی $t = \frac{T}{۴} = \frac{۱}{۸۰}\,s$ به نقطه‌ی O رسیده ودر لحظه‌ی $t = \frac{T}{۲} = \frac{۱}{۴۰}$ به نقطه‌ی N رسیده، متوقف شده و سپس تغییر جهت داده و در لحظه‌ی $t = \frac{۳T}{۴} = \frac{۳}{۸۰}\,s$ به نقطه‌ی O رسیده و در ادامه در لحظه‌ی $t = T = \frac{۱}{۲۰}\,s$ به نقطه‌ی M می‌رسد. در بازه‌ی زمانی $t = \frac{۱}{۸۰}\,s$ تا $t = \frac{۱}{۴۰}\,s$ و همچنین بازه‌ی زمانی $t = \frac{۳}{۸۰}\,s$ تا $t = \frac{۳}{۲۰}\,s$ در حال دور شدن از نقطه‌ی تعادل است. از بین گزینه‌های موجود، گزینه‌ی (۴)، یعنی $t = \frac{۳}{۱۶۰}\,s$ در بازه‌ی زمانی $\frac{۱}{۸۰}\,s < t < \frac{۱}{۴۰}\,s$ قرار دارد.

۲۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی P در $\left|\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right|\frac{\sqrt{۲}}{۲}\left|\right.$ دامنه قرار دارد، بنابراین کم‌ترین زمان برای آن‌که نوسانگر فاصله‌ی PO را طی کند، $\frac{T}{۸}$ است و نقطه‌ی L در $\frac{۱}{۲}$ دامنه قرار دارد، کم‌ترین زمان برای آن‌که نوسانگر فاصله‌ی OL را طی کند $\frac{T}{۱۲}$ است، پس کل زمان PL به اندازه‌ی $\frac{۵T}{۲۴} = \frac{T}{۱۲} + \frac{T}{۸}$ خواهد بود. می‌توان نوشت:

$$\frac{T}{۸} + \frac{T}{۱۲} = \frac{۵T}{۲۴} = \frac{۵}{۱۰۰} \Rightarrow T = \frac{۲۴}{۱۰۰} = \frac{۶}{۲۵}\,s$$

با داشتن دوره‌ی تناوب، می‌توان مقدار ω را محاسبه کرد:

$$\omega = \frac{۲\pi}{T} \xrightarrow{T=\frac{۶}{۲۵}\,s} \omega = \frac{۲\pi}{\frac{۶}{۲۵}} = \frac{۵۰\pi}{۶} = \frac{۲۵\pi}{۳}\left(\frac{\text{rad}}{s}\right)$$

مقادیر A و ω را در فرم کلی معادله‌ی مکان - زمان نوسانگر هماهنگ ساده جایگذاری می‌کنیم:

$$x = A\,\text{Cos}\,(\omega t) \xrightarrow[\omega=\frac{۲۵\pi}{۳}\left(\frac{\text{rad}}{s}\right)]{A=۰/۰۸\,m} x = ۰/۰۸\,\text{Cos}\left(\frac{۲۵\pi}{۳}t\right)$$

هنگامی که نوسانگر از مرکز نوسان می‌گذرد، نیروی وارد بر آن صفر بوده و در حال تغییر جهت است، پس:

$$x = ۰/۰۸\,\text{Cos}\left(\frac{۲۵\pi}{۳}t\right) = ۰ \Rightarrow \frac{۲۵\pi}{۳}t = (۲\text{n} - ۱)\,\frac{\pi}{۲} \Rightarrow t = (۲\text{n} - ۱)\,\frac{۶}{۱۰۰}\,s$$

$$\Rightarrow \text{اگر}\; n = ۱, ۲, ۳, \cdots \Rightarrow t = \frac{۶}{۱۰۰}\,s$$

بنابراین برای دومین بار در لحظه‌ی $t = \frac{۱۸}{۱۰۰}$، نیروی وارد بر نوسانگر دچار تغییر جهت می‌شود.

۲۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی L در $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ دامنه قرار دارد، بنابراین برای آن‌که نوسانگر فاصله‌ی LO را طی کند، مدت‌زمان $\frac{T}{۸}$ و برای آن‌که از O به P برود، مدت‌زمان $\frac{T}{۱۲}$ طول می‌کشد، در نتیجه کل زمان LP به اندازه‌ی $\frac{۵\pi}{۲۴} = \frac{T}{۱۲} + \frac{T}{۸}$ خواهد بود، پس می‌توان نوشت:

$$\frac{T}{۸} + \frac{T}{۱۲} = \frac{۵\pi}{۲۴} = \frac{۱}{۱۲۰} \Rightarrow T = ۰/۰۴\,s$$

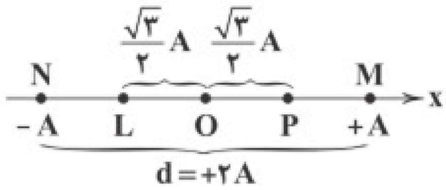
تعداد نوسان‌های کامل در مدت‌زمان یک دقیقه را محاسبه می‌کنیم:

$$n = \frac{t}{T} = ۶۰/۰/۰۴ = ۱۵۰۰$$

از آن‌جایی که نوسانگر در هر نوسان کامل، دو بار طول پاره‌خط نوسانی را طی می‌کند، می‌توان نتیجه گرفت که $۳۰۰۰ = ۲ \times ۱۵۰۰$ بار، طول پاره‌خط MN در هر دقیقه طی می‌شود.

۲۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که مسافت موردنظر، مقدار معینی است، در نتیجه هرچند تندی حرکت جسم در آن ناحیه بیشتر باشد، زمان کم‌تری طول خواهد کشید تا مسافت پیموده شود.

می‌دانیم که هرچه نوسانگر به مرکز نوسان نزدیک‌تر باشد، تندی آن بیشتر است، بنابراین باید مسافت $۱۰\sqrt{۳}$ را در اطراف مرکز نوسان در نظر بگیریم. با توجه به تقارن تندی در دو طرف مرکز نوسان می‌توان دریافت که $\frac{۱۰\sqrt{۳}}{۲} = ۵\sqrt{۳}$ در یک طرف و $۵\sqrt{۳}$ در طرف دیگر مرکز نوسان خواهد بود، یعنی در شکل زیر، باید نوسانگر از نقطه‌ی P به نقطه‌ی L برود.

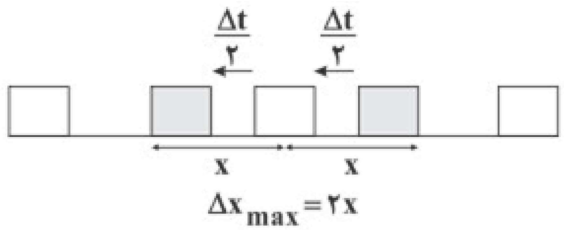


برای محاسبه‌ی $v_{\max}$ به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\Delta t_{PL} = ۲\Delta t_{OP} = ۲\left(\frac{T}{۶}\right) = \frac{T}{۳} = ۰/۲۵ \Rightarrow T = ۳(۰/۲۵) = ۰/۷۵\, s$$

$$v_{\max} = A\omega \overset{\omega=\frac{۲\pi}{T}}{\equiv} A\left(\frac{۲\pi}{T}\right) \xrightarrow[T=۰/۷۵s]{A=۰/۱\, m} v_{\max} = \frac{۱}{۱۰} \times \left(\frac{۲\pi}{۰/۷۵}\right) \Rightarrow v_{\max} = \frac{۴\pi}{۱۵}\,\frac{m}{s}$$

۲۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا $\frac{\Delta t}{۲}$ را محاسبه می‌کنیم:



$$\Delta t = \frac{T}{۳} \Rightarrow \frac{\Delta t}{۲} = \frac{\frac{T}{۳}}{۲} = \frac{T}{۶} \Rightarrow \frac{\Delta t}{۲} = \frac{T}{۶}$$

حاصل $\frac{\Delta t}{۲} - \frac{T}{۴}$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{T}{۴} - \frac{\Delta t}{۲} \overset{\frac{\Delta t}{۲}=\frac{T}{۶}}{\equiv} \frac{T}{۴} - \frac{T}{۶} = \frac{T}{۱۲}$$

مقدار $t = \frac{T}{۱۲}$ را در فرم کلی معادله‌ی مکان - زمان نوسانگر ساده قرار می‌دهیم:

$$x = A\,\mathrm{Cos}\,(\omega t) \Rightarrow x = A\,\mathrm{Cos}\left(\frac{\cancel{۲}\pi}{\cancel{T}} \times \frac{\cancel{T}}{\cancel{۱۲}}\right) = A\,\mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{۶}\right)$$

$$\xrightarrow{\mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{۶}\right)=\frac{\sqrt{۳}}{۲}} x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}A$$

برای محاسبه‌ی $\Delta x_{\max}$، می‌توان نوشت:

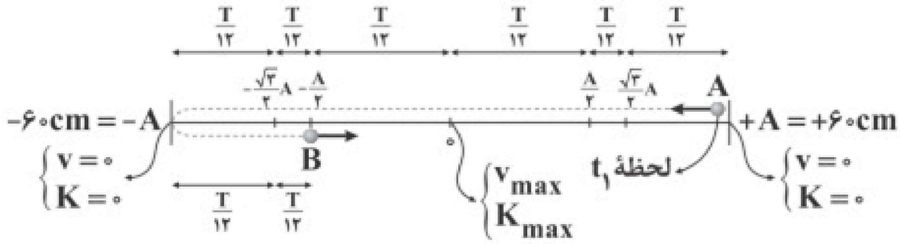
$$\Delta x_{\max} = ۲x = ۲\left(\frac{\sqrt{۳}}{۲}A\right) = \sqrt{۳}A \Rightarrow \Delta x_{\max} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}L$$

۲۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا برای محاسبه‌ی دوره‌ی تناوب به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$x = ۰/۶\,\mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{۳}\right)t \Rightarrow \frac{۲\pi}{T} = \frac{\pi}{۳} \Rightarrow T = ۶\mathrm{s}$$

پس از مشاهده‌ی زمان تناوب، مشاهده می‌شود که بازه‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ برابر $۸\,\frac{T}{۱۲}$ است و داریم:

$$\frac{t}{T} = \frac{۴}{۶} = \frac{۸}{۱۲} \Rightarrow t = ۸\,\frac{T}{۱۲}$$



بنابراین از لحظه‌ی $t_۱$ تا $t_۲$، نوسانگر مسافت $۲\mathrm{A} + \frac{A}{۲}$ را طی کرده و تندی متوسط آن برابر است با:

$$s_{\,\mathrm{av}} = \frac{l}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{۲\times۶۰ + ۳۰}{۴} = \frac{۱۵۰}{۴} = ۳۷/۵\,\frac{\mathrm{cm}}{s}$$

از طرفی از نقطه‌ی A تا مرکز و از انتهای مسیر تا نقطه‌ی B، متحرک به مرکز نوسان نزدیک می‌شود و انرژی جنبشی در حال افزایش است.

بنابراین طول بازه‌ی زمانی که انرژی جنبشی در حال افزایش است برابر است با:

$$\Delta \mathrm{t}' = ۵\,\frac{T}{۱۲} = \frac{۵}{۱۲}\times۶ = ۲/۵\,s$$

۲۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا بردار مکان اولیه‌ی متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x = ۲\,\mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{۲}\,t\right) \xrightarrow{t=۰} x = ۲\mathrm{m}$$

بردار مکان، قرینه‌ی بردار مکان اولیه باشد. $\Rightarrow x = -۲\,m$

در ادامه مکان متحرک را در هر یک از گزینه‌ها به دست می‌آوریم تا ببینیم در کدام گزینه، مکان متحرک، قرینه‌ی مکان اولیه نیست.

بررسی گزینه‌ها:

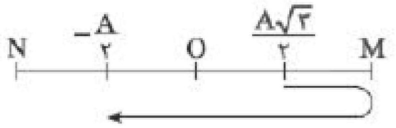
۱) پایان ثانیه‌ی دوم : $t = ۲\mathrm{s} \Rightarrow x = -۲\mathrm{m}$ ×

۲) پایان ثانیه‌ی چهارم : $t = ۴\mathrm{s} \Rightarrow x = ۲\mathrm{m}$ ✓

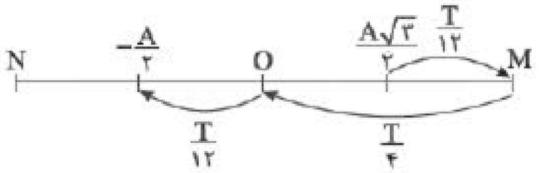
۳) پایان سه ثانیه‌ی دوم : $t = ۶\mathrm{s} \Rightarrow x = -۲\mathrm{m}$ ×

۴) پایان دو ثانیه‌ی پنجم : $t = ۱۰\mathrm{s} \Rightarrow x = -۲\mathrm{m}$ ×

۲۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



اگر بخواهیم در کم‌ترین زمان نوسانگر بعد از یک‌بار تغییر جهت از مکان $\frac{A\sqrt{۳}}{۲}$ به $-\frac{A}{۲}$ برود باید مطابق شکل از مکان $\frac{A\sqrt{۳}}{۲}$ به انتهای مسیر رفته و سپس به مکان $-\frac{A}{۲}$ برود.



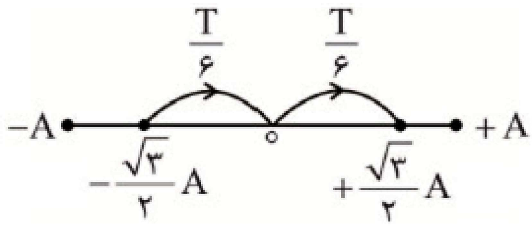
$$\Delta t = \frac{T}{۱۲} + \frac{T}{۱۴} + \frac{T}{۱۲} = \frac{۵T}{۱۲} = \frac{۱}{۶} \Rightarrow T = \frac{۲}{۵}s$$

$$f = \frac{۱}{T} = \frac{۵}{۲} = ۲/۵\,\mathrm{Hz}$$

۲۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در حرکت هماهنگ ساده، در لحظاتی که نوسان‌گر به مرکز نوسان نزدیک‌تر است، تندی حرکت آن بیش‌تر است. پس برای آن‌که حداکثر مسافت توسط نوسان‌گر طی شود، باید به مرکز نوسان نزدیک‌تر باشد. در نتیجه اگر نیمی از این مدت را در سمت چپ مرکز نوسان و نیمی دیگر را در سمت راست مرکز نوسان قرار داشته باشد، بیش‌ترین مسافت را طی می‌کند:

$$\Delta t_۱ = \frac{\frac{T}{۳}}{۲} = \frac{T}{۶}$$

$$l_{\max} = \frac{۲\sqrt{۳}}{۲}A = \sqrt{۳}A \xrightarrow{A=۶\,\mathrm{cm}} l_{\max} = ۶\sqrt{۳}\,\mathrm{cm}$$



۳۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از این اطلاعات باید زمان را استخراج کنیم:

$$x_B=-A, x_D=-\frac{A}{۲}, x_C=+\frac{A}{۲}, x=A\,\mathrm{Cos}\,\omega t$$

$$\begin{cases} x_C=\frac{A}{۲}=A\,\mathrm{Cos}\,\omega t_C\Rightarrow \mathrm{Cos}\,\omega t_C=\frac{۱}{۲}\Rightarrow \omega t_C=\frac{\pi}{۳} \\ x_D=-\frac{A}{۲}=A\,\mathrm{Cos}\,\omega t_D\Rightarrow \mathrm{Cos}\,\omega t_D=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow \omega t_D=\frac{۲\pi}{۳} \\ x_B=-A=A\,\mathrm{Cos}\,\omega t_B\Rightarrow \mathrm{Cos}\,\omega t_B=-۱\Rightarrow \omega t_B=\pi \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Rightarrow \frac{۲\pi}{T}t_C=\frac{\pi}{۳}\Rightarrow t_C=\frac{T}{۶} \\ \Rightarrow \frac{۲\pi}{T}t_D=\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow t_D=\frac{T}{۳} \\ \Rightarrow \frac{۲\pi}{T}t_B=\pi\Rightarrow t_B=\frac{T}{۲} \end{cases}$$

$t_۱$ مدت زمان رفتن از C به D است. پس: $t_۱=t_D-t_C=\frac{T}{۳}-\frac{T}{۶}=\frac{T}{۶}$

$t_۲$ مدت زمان رفتن از D به B است. پس: $t_۲=t_B-t_D=\frac{T}{۲}-\frac{T}{۳}=\frac{T}{۶}$

پس نسبت $\frac{t_۱}{t_۲}$ برابر یک است!

۳۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $a_m=\frac{\pi^۲}{۲}$

$$a=-a_m\,\mathrm{Cos}\,(\omega t)\Rightarrow +\frac{\pi^۲}{۴}=-\frac{\pi^۲}{۲}\mathrm{Cos}\,(\omega t)\Rightarrow \mathrm{Cos}\,(\omega t)=-\frac{۱}{۲}\Rightarrow \omega t=\frac{۲\pi}{۳},\frac{۴\pi}{۳}$$

$$\Rightarrow \omega(\Delta t)=\frac{۴\pi}{۳}-\frac{۲\pi}{۳}=\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow \omega\times\frac{۴}{۳}=\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow \omega=\frac{\pi}{۲}\frac{\mathrm{rad}}{s}$$

$$a_m=A\omega^۲\Rightarrow \frac{\pi^۲}{۲}=A\left(\frac{\pi}{۲}\right)^۲\Rightarrow A=۲m$$

$$x=A\,\mathrm{Cos}\,(\omega t)=۲\,\mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{۲}\times\frac{۴}{۳}\right)=۲\times\left(-\frac{۱}{۲}\right)=-۱$$

۳۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل، $\frac{۳}{۴}T+\frac{T}{۶}=۱۱\frac{T}{۱۲}$ معین شده است، پس:

$$\frac{۱}{۳}=T-\frac{T}{۱۲}=\frac{۱۱T}{۱۲}\Rightarrow T=\frac{۴}{۱۱}s$$

$$\omega=\frac{۲\pi}{T}=\frac{۱۱}{۲}\pi\frac{\mathrm{rad}}{s}$$

$$\Rightarrow x=۰/۰۲\,\mathrm{Cos}\left(\frac{۱۱}{۲}\pi t\right)$$

۳۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

مسافت طی شده $L=(۱۰-۵)\times ۲=۱۰\text{cm}$

$$\overline{S}=\frac{L}{\Delta t}\Rightarrow ۱/۲=\frac{۰/۱}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=\frac{۰/۱}{۱/۲}=\frac{۱}{۱۲}s$$

$$x=A\,\text{Cos}\,(\omega t)\Rightarrow -۵=۱۰\,\text{Cos}\,(\omega t)\Rightarrow \text{Cos}\,(\omega t)=-\frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\omega t_۱=\frac{۲\pi}{۳}\frac{\text{rad}}{s}\\ \omega t_۲=\frac{۴\pi}{۳}\frac{\text{rad}}{s}\end{cases}\Rightarrow \omega(t_۲-t_۱)=\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow \omega\times\frac{۱}{۱۲}=\frac{۲\pi}{۳}\Rightarrow \omega=۸\pi=۲\pi\text{f}\Rightarrow f=۴\,\text{Hz}$$

۳۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

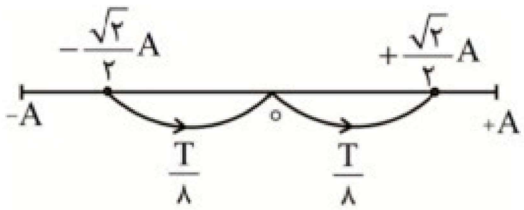
می‌دانیم در لحظه‌ای که سرعت نوسانگر صفر است، نوسانگر در انتهای مسیر قرار داشته و مقدار به‌دست آمده برای x همان دامنه است.

$$v=۰\Rightarrow ۰/۲-۸۰۰\text{x}^۲=۰\Rightarrow ۸۰۰\text{x}^۲=۰/۲$$

$$\Rightarrow x^۲=\frac{۲\times ۱۰^{-۱}}{۸\times ۱۰^{۳}}=\frac{۱}{۴}\times ۱۰^{-۴}\Rightarrow x=\frac{۱}{۲}\times ۱۰^{-۲}m=۰/۵\text{cm}\Rightarrow A=۰/۵\,\text{cm}$$

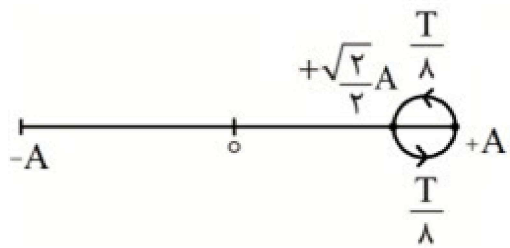
طول پاره‌خط نوسان دو برابر دامنه یعنی ۱cm است.

۳۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بیشترین مسافت طی شده به صورت زیر اتفاق می‌افتد:



$$l_{\max}=۲\frac{\sqrt{۲}}{۲}A=\sqrt{۲}A=۱/۴\,A$$

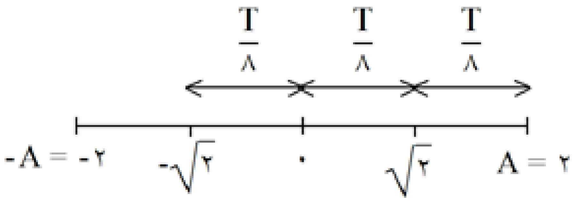
کمترین مسافت طی شده به صورت زیر اتفاق می‌افتد:



$$l_{\min}=۲\left(A-\frac{\sqrt{۲}}{۱}A\right)=(۲-\sqrt{۲})\,A=۰/۶\,A$$

$$\frac{l_{\max}}{l_{\min}}=\frac{۱/۴A}{۰/۶A}=\frac{۷}{۳}$$

۳۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

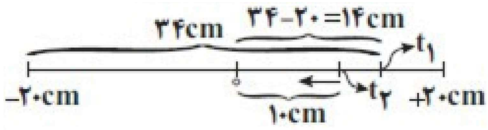


$$\Delta t = ۴\frac{T}{۸} = \frac{T}{۲} = \frac{۴}{۲} = ۲s$$

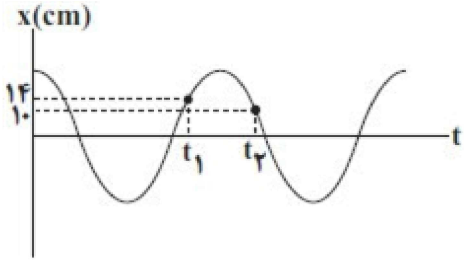
$$f = \frac{۱}{۴} \Rightarrow T = ۴s$$

$$V = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲\sqrt{۲}}{۲} = \sqrt{۲}\,\frac{cm}{s}$$

۳۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



با توجه به این‌که حداقل زمان خواسته شده است، پس متحرک ابتدا به انتهای مسیر نوسان رفته و سپس در بازگشت در لحظهٔ $t_۲$ از ۱۰ سانتی‌متری نقطهٔ تعادل می‌گذرد. داریم:



$$\omega = ۲\pi f = ۱۴\pi\left(\frac{rad}{s}\right)$$

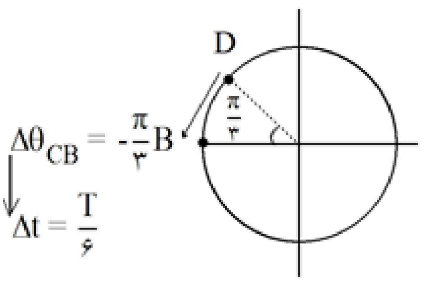
$$\cos\theta_۱ = \frac{۱۴}{۲۰} \xrightarrow{\sqrt{۲}=۱/۴} \cos\theta_۱ = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \theta_۱ = \frac{\pi}{۴}rad \text{ غقق..} \\ \theta_۱ = \frac{۷\pi}{۴}rad \end{cases}$$

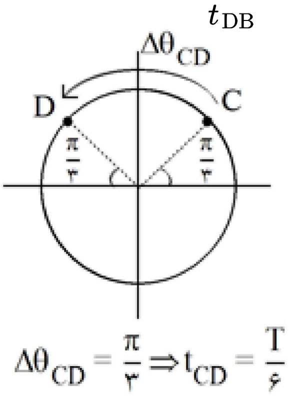
$$\cos\theta_۲ = \frac{۱۰}{۲۰} = \frac{۱}{۲} \xrightarrow{\text{با توجه به نمودار بالا}} \theta_۲ = ۲\pi + \frac{\pi}{۳} = \frac{۷\pi}{۳}rad$$

$$\Delta t = \frac{\Delta\theta}{\omega} = \frac{\frac{۷\pi}{۳} - \frac{۷\pi}{۴}}{۱۴\pi} \Rightarrow \Delta t = \frac{۱}{۲۴}s$$

۳۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{t_{CD}}{t_{DB}} = ?$$





$$\frac{t_{CD}}{t_{DB}} = ۱$$

۳۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x = A\,\mathrm{Cos}\,\omega\mathrm{t} \Rightarrow \frac{x}{A} = \mathrm{Cos}\left(\frac{۲\pi}{T}t\right) \Rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \mathrm{Cos}\left(\frac{۲\pi}{T}t\right) \Rightarrow \frac{۲\pi}{T}t = \frac{\pi}{۶} \Rightarrow t = \frac{T}{۱۲} = ۲s$$

$$\Rightarrow T = ۲۴s$$

$$x = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \mathrm{Cos}\left(\frac{۲\pi}{T}t\right) = \frac{\pi}{۴} \Rightarrow t = \frac{T}{۸} = ۳s \Rightarrow \Delta\mathrm{t} = ۳ - ۲ = ۱s$$

۴۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left.\begin{array}{c} x = A\,\mathrm{Cos}\,\omega\mathrm{t} \\ \omega = \frac{۲\pi}{T} \end{array}\right\} \Rightarrow t = \frac{۱}{۶}T : x = A\,\mathrm{Cos}\left(\frac{\pi}{۳}\right) = \frac{A}{۲}$$

۴۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به دامنه‌ی نوسانگر و بسامد نوسان باید مشخص کنیم در زمان $t_۲$ نوسانگر در چه مکانی قرار دارد.

دامنه : $A = \frac{۱۲}{۲} = ۶cm$

$$f = ۵۰\mathrm{Hz} \Rightarrow T = \frac{۱}{f} = \frac{۱}{۵۰} = ۰/۰۲s$$

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\Delta\varphi}{۲\pi} \Rightarrow \frac{\frac{۳}{۲۰۰}}{۰/۰۲} = \frac{\Delta\pi}{۲\pi} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{۳\pi}{۲}\mathrm{rad}$$

حال با توجه به شکل زیر مسافت طی شده و جابه‌جایی را به‌دست می‌آوریم:

مسافت طی شده $= ۳A = ۳(۶) = ۱۸cm$

اندازه ی جابه جایی $= A = ۶cm$

$$\frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{جابه جایی}} = \frac{۱۸}{۶} = ۳$$

۴۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. وقتی نوسانگر در مکان $x = +\frac{A}{۲}$ است، می‌توان گفت:

$$\text{Cos}\,\theta_۱ = \frac{x_۱}{A} \Rightarrow \text{Cos}\,\theta_۱ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \theta_۱ = \frac{\pi}{۳}\text{rad} \\ \theta_۱ = \frac{۵\pi}{۳}\text{rad} \end{cases}$$

با توجه به این‌که در این مسئله عنوان شده است که در آن لحظه نوسانگر در حال حرکت به طرف مرکز نوسان است، پس $\theta_۱ = \frac{\pi}{۳}\text{rad}$ می‌باشد و برای $\theta_۲$ داریم:

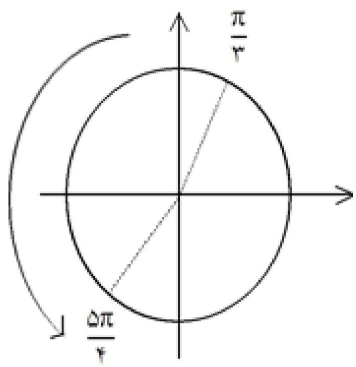
$$\text{Cos}\,\theta_۲ = \frac{x_۲}{A} \Rightarrow \text{Cos}\,\theta_۲ = \frac{-\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \theta_۲ = \frac{۳\pi}{۴}\text{rad} \\ \theta_۲ = \frac{۵\pi}{۴}\text{rad} \end{cases}$$

و از آن‌جا که نوسانگر یک‌بار تغییر جهت داده است، پس $\theta_۲ = \frac{۵\pi}{۴}\text{rad}$ می‌باشد. با توجه به دایره‌ی مثلثاتی شکل مقابل، در بین دو فاز $\theta_۱, \theta_۲$، فقط در بازه‌ی فازهای $\frac{\pi}{۳}\text{rad}$ تا $\frac{\pi}{۲}\text{rad}$ مکان متحرک مثبت است. پس داریم:

$$\Delta\theta = \omega t \Rightarrow \frac{\pi}{۲} - \frac{\pi}{۳} = \frac{۲\pi}{T}\Delta \text{t}_۱ \Rightarrow \Delta \text{t}_۱ = \frac{T}{۱۲}$$

هم‌چنین فقط در بازه‌ی $\frac{\pi}{۳}\text{rad}$ تا $\pi\,\text{rad}$ سرعت نوسانگر منفی می‌باشد. بنابراین زمان سپری شده برابر است با:

$$\Delta \text{t}_۲ = \frac{\Delta\theta}{\omega} = \frac{\pi - \frac{\pi}{۳}}{\frac{۲\pi}{T}} = \frac{۲\pi}{۶\pi}\times T = \frac{T}{۳}$$



۴۳ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Delta x = x_۲ - x_۱ = \frac{A}{۲} - \frac{A}{\sqrt{۲}} = A\left(\frac{۱}{۲} - \frac{\sqrt{۲}}{۲}\right) = A\frac{(۱-\sqrt{۲})}{۲} \Rightarrow |\Delta x| = A\left(\frac{\sqrt{۲}-۱}{۲}\right)$$

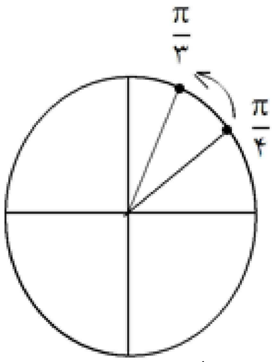
دقت کنید در این‌جا اندازه‌ی سرعت متوسط مطلوب مسئله است.

برای یافتن حداقل زمان (Δt)، از دایره‌ی مرجع کمک می‌گیریم، تغییر فاز را می‌یابیم و از رابطه‌ی $\Delta\varphi = \omega\Delta t$، Δt را محاسبه می‌کنیم. برای استفاده از دایره‌ی مرجع، زوایایی را می‌یابیم که مکان‌های موردنظر را روی قطر عمودی به دست می‌دهند:

(۱) موقعیت : $x_۱ = \frac{\sqrt{۲}}{۲}A \Rightarrow \mathrm{Cos}\,\varphi_۱ = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \varphi_۱ = \frac{\pi}{۴}\mathrm{rad}$

(۲) موقعیت : $x_۲ = \frac{۱}{۲}A \Rightarrow \mathrm{Cos}\,\varphi_۲ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \varphi_۲ = \frac{\pi}{۳}\mathrm{rad}$

حداقل زمان هنگامی رخ می‌دهد که ذره بدون تغییر جهت از موقعیت (۱) به (۲) برود. تغییر فاز برابر است با:



$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{۳} - \frac{\pi}{۴} = \frac{\pi}{۱۲}\mathrm{rad}$$

$$\Delta\varphi = \frac{۲\pi}{T}\Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{۱۲} = \frac{۲\pi}{T}\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{۲۴}$$

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = A\left(\frac{\sqrt{۲}-۱}{۲}\right) \times \frac{۲۴}{T} = ۱۲(\sqrt{۲}-۱)\frac{A}{T}$$

۴۴ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. دامنه‌ی نوسان برابر $6m$ می‌باشد، از طرفی با توجه به معادله‌ی مکان - زمان می‌دانیم:

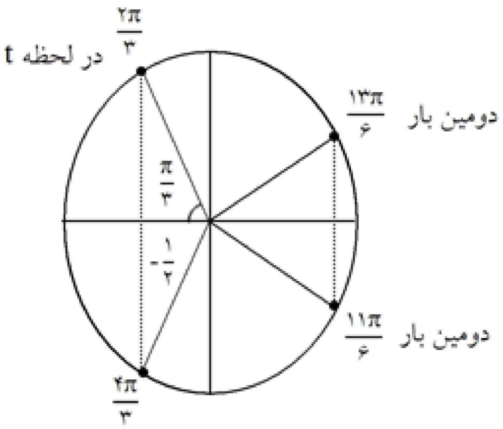
$$\cos\varphi = \frac{x}{A} \xrightarrow{\text{در لحظه t}} \cos\varphi = -\frac{3}{6} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{2\pi}{3} \ \text{ربع دوم} \ \checkmark \\ \varphi = \frac{4\pi}{3} \ \text{ربع سوم} \ \times \end{cases}$$

چون نوسان‌گر در لحظه‌ی t در حال دور شدن از مرکز است، بنابراین فاز آن $\frac{2\pi}{3}$ (ربع دوم) می‌باشد.

$$\cos\varphi = \frac{x}{A} \xrightarrow{\text{در لحظه ی } t+9} \cos\varphi = \frac{3\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \varphi = \frac{11\pi}{6} \ \text{برای اولین بار} \\ \varphi = \frac{13\pi}{6} \ \text{برای دومین بار} \end{cases}$$

بنابراین داریم:



$$\Delta\varphi = \omega.\Delta t$$

$$\frac{13\pi}{6} - \frac{20\pi}{3} = \frac{2\pi}{T}\times 9$$

$$\frac{9\pi}{6} = \frac{2\pi}{T}\times 9 \Rightarrow T = 12s$$

از طرفی نیز داریم: $T = \frac{t}{n} \Rightarrow n = \frac{t}{T} = \frac{60}{12} = 5$

بنابراین این نوسان‌گر در مدت یک دقیقه ۵ نوسان کامل را انجام می‌دهد.

۴۵ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$A = 10\text{cm} = 0/1\,m$

$f = 25\text{HZ} \rightarrow \omega = 2\pi f = 50\pi \frac{\text{rad}}{s},\ f = 25\text{HZ} \rightarrow T = \frac{1}{25}s = 0/04\text{s}$

بیشترین سرعت نوسانگر در لحظه‌ی عبور از نقطه‌ی تعادل است. بنابراین، فاصله‌ی زمانی $\frac{T}{4}$ را چنان تنظیم می‌کنیم که $\frac{T}{8}$ آن مربوط به زمان قبل از رسیدن به نقطه‌ی تعادل و $\frac{T}{8}$ باقی مانده مربوط به زمان بعد از عبور از نقطه‌ی تعادل باشد.

بنابراین، اگر معادله‌ی مکان نوسانگر را به صورت $x = A\cos(\omega t)$ فرض کنیم، t_1 و t_2 را به ترتیب برابر با $-\frac{T}{8}$ و $+\frac{T}{8}$ فرض کنیم و x_1 و x_2 مربوطه را حساب می‌کنیم.

$$\left.\begin{array}{l} t_1 = -\frac{T}{8} \rightarrow x_1 = A\cos\left[\frac{2\pi}{T}\left(-\frac{T}{8}\right)\right] = A\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}A \\ \qquad \rightarrow x_1 = +\frac{\sqrt{2}}{2}\times 0/1 = +0/05\sqrt{2}m \\ t_2 = +\frac{T}{8} \rightarrow x_2 = A\cos\frac{2\pi}{T}\left(\frac{T}{8}\right) = A\cos\frac{\pi}{4} = 0/1\times\frac{\sqrt{2}}{2} = 0/05\sqrt{2}m \end{array}\right\} \Rightarrow \bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 0$$

۱	۱	۲	**۳**	۴
۲	۱	**۲**	۳	۴
۳	۱	۲	۳	**۴**
۴	۱	۲	۳	**۴**
۵	۱	۲	۳	**۴**
۶	**۱**	۲	۳	۴
۷	۱	۲	**۳**	۴
۸	۱	۲	۳	**۴**
۹	**۱**	۲	۳	۴
۱۰	**۱**	۲	۳	۴
۱۱	۱	**۲**	۳	۴
۱۲	**۱**	۲	۳	۴
۱۳	**۱**	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	**۴**
۱۵	۱	۲	۳	**۴**
۱۶	۱	۲	۳	**۴**
۱۷	۱	۲	۳	**۴**
۱۸	۱	۲	۳	**۴**
۱۹	**۱**	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	**۴**
۲۱	۱	۲	۳	**۴**
۲۲	۱	۲	**۳**	۴
۲۳	۱	**۲**	۳	۴
۲۴	۱	**۲**	۳	۴
۲۵	۱	۲	**۳**	۴
۲۶	۱	۲	۳	**۴**
۲۷	۱	**۲**	۳	۴
۲۸	**۱**	۲	۳	۴
۲۹	۱	**۲**	۳	۴
۳۰	**۱**	۲	۳	۴
۳۱	**۱**	۲	۳	۴
۳۲	**۱**	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	**۳**	۴
۳۴	۱	**۲**	۳	۴
۳۵	۱	**۲**	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	**۴**
۳۷	۱	۲	**۳**	۴
۳۸	**۱**	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	**۳**	۴
۴۰	**۱**	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	**۳**	۴
۴۲	۱	۲	۳	**۴**
۴۳	۱	۲	۳	**۴**
۴۴	۱	۲	۳	**۴**
۴۵	۱	۲	۳	**۴**