نام دبیر : مهندس مهدی باباخانی

عنوان آزمون : هومورک۵ حرکت سقوط

۱ جسمی که سقوط آزادانه را دارد، در ثانیهٔ آخر حرکت خود ارتفاعی برابر ۲۵ متر را طی می‌کند. این جسم از چه ارتفاعی نسبت به زمین سقوط کرده است؟

۱) $۶۵m$ ۲) $۸۵m$ ۳) $۴۰m$ ۴) $۴۵m$

۲ در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم $۴۰g$ را از ارتفاع معینی از سطح زمین رها می‌کنیم. اگر انرژی جنبشی گلوله، ۲ ثانیه قبل از برخورد به زمین $۳۲J$ باشد، اندازهٔ جابه‌جایی گلوله در سه ثانیهٔ آخر حرکتش چند متر است؟ $\left(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$

۱) ۱۰۵ ۲) ۱۳۵ ۳) ۱۶۵ ۴) ۱۵۰

۳ فاصله‌ی دهانه‌ی شیر آبی از سطح زمین، ۸۰cm است و در فاصله‌های زمانی مساوی، قطرات آب از شیرچکه می‌کنند. در لحظه‌ای که قطره‌ی اول به سطح زمین می‌رسد، قطره‌ی پنجم از شیر شروع به سقوط می‌کند. در این لحظه فاصله‌ی بین دو قطره‌ی دوم و چهارم چند متر است؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ و از نیروی مقاومت هوا صرف‌نظر کنید.)

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۱ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۳

۴ در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود. اگر اندازه‌ی سرعت متوسط آن در ۲ ثانیه‌ی آخر حرکتش $۲۹/۴\frac{m}{s}$ باشد، اندازه‌ی سرعت آن در لحظه‌ی برخورد با زمین چند متر بر ثانیه است؟ $\left(g = ۹/۸\frac{m}{s^۲}\right)$

۱) ۳۹/۲ ۲) ۴۹ ۳) ۱۹/۶ ۴) ۹/۸

۵ از یک بلندی به ارتفاع H، گلوله‌ای در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه رها می‌شود. ۲ ثانیه بعد، گلولهٔ دیگری در همان محل از ارتفاع ۱۲۵ متری زمین رها می‌شود. این گلوله یک ثانیه بعد از برخورد گلولهٔ اول به زمین، به زمین برخورد می‌کند، ارتفاع H چند متر است؟ $\left(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$

۱) ۳۲۰ ۲) ۲۴۵ ۳) ۱۸۰ ۴) ۱۴۵

۶ از لبهٔ یک چاه به عمق ۴۵ متر، سنگی در شرایط خلأ رها می‌شود. چند ثانیه پس از رها شدن سنگ، صدای برخورد سنگ با ته چاه به گوش می‌رسد؟ (تندی انتشار صوت در هوای محیط ثابت و برابر $۳۰۰\frac{m}{s}$ و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ فرض می‌شود.)

۱) ۲/۸۵ ۲) ۳ ۳) ۳/۱۵ ۴) ۳/۳

۷ گلوله‌ای را در راستای قائم از سطح زمین به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. اگر مدت زمانی‌که حرکت گلوله تندشونده است $\frac{۳}{۲}$ برابر مدت زمانی باشد که حرکت گلوله کندشونده است، اندازه‌ی نیروی مقاومت هوا چند برابر اندازه‌ی وزن گلوله است؟ (اندازه‌ی نیروی مقاومت هوا در طول مسیر ثابت است.)

۱) $\frac{۵}{۱۳}$ ۲) $\frac{۴}{۹}$ ۳) $\frac{۳}{۷}$ ۴) $\frac{۴}{۱۳}$

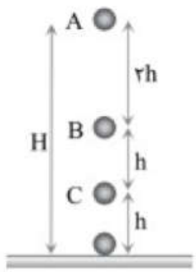
۸ در شرایط خلأ، گلوله‌ای را از ارتفاع معینی از سطح زمین بدون تندی اولیه رها می‌کنیم. اگر این گلوله طی ۳ بازه‌ی زمانی مساوی و متوالی، به سطح زمین برسد، کدام گزینه می‌تواند به‌ترتیب مسافت‌های طی شده در این ۳ بازه‌ی زمانی باشد؟ (تمامی اعداد گزینه‌ها برحسب واحد متر هستند.)

۱) ۱۱/۲۵، ۳۳/۷۵ و ۵۶/۲۵
۲) ۱۱/۲۵، ۲۲/۵ و ۴۵
۳) ۳۱/۲۵، ۶۲/۵ و ۱۲۵
۴) ۳۱/۲۵، ۹۳/۷۵ و ۱۸۷/۵

۹ دو گلوله در شرایط خلأ به فاصله‌ی زمانی ۲/۵s از یک نقطه بالای زمین رها می‌شوند، چند ثانیه پس از رها شدن گلوله‌ی اول، فاصله‌ی دو گلوله به ۶۸/۷۵m می‌رسد؟ $\left(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}\right)$

۱) ۲/۵
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۴/۵

۱۰ مطابق شکل گلوله‌ای از نقطه A رها می‌شود و فاصله بین B تا C را در مدت ۰/۴ ثانیه طی می‌کند و سرعت آن در B، $۸ \frac{m}{s}$ است. در این صورت ارتفاع H را در چند ثانیه طی می‌کند؟



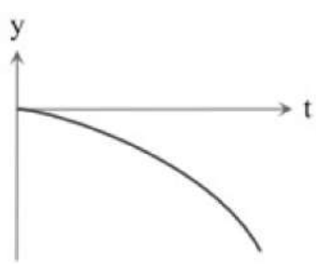
۱) $\frac{۲\sqrt{۶}}{۵}$
۲) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۵}$
۳) $\frac{۳\sqrt{۲}}{۵}$
۴) $\frac{۴\sqrt{۵}}{۵}$

۱۱ دو گلوله A و B از ارتفاع ۱۲۵ متری، در شرایط خلاء و به ترتیب با فاصله‌ی زمانی $۲s$ رها می‌شوند. وقتی گلوله‌ی A به فاصله‌ی ۸۰ متری از سطح زمین می‌رسد گلوله‌ی B در چه فاصله‌ای از گلوله‌ی A قرار دارد؟ $\left(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$

۱) ۴۰
۲) ۳۵
۳) ۲۵
۴) ۲۰

۱۲ گلوله‌ای از ارتفاع ۸۰ متری سطح زمین بدون سرعت اولیّه در شرایط خلأ رها می‌شود. چند گزینه درباره‌ی این حرکت درست است؟ $\left(g \approx ۱۰ \frac{m}{s^۲}\right)$

الف) مقدار سرعت متوسط در ۲ ثانیه‌ی دوم حرکت ۳۰ متر بر ثانیه است.
ب) با گذشت زمان، شتاب حرکت افزایش می‌یابد.
پ) نمودار مکان - زمان به صورت مقابل است.
ت) تندی متوسط و سرعت متوسط هم اندازه‌اند.



۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۱۳ در شرایط خلأ، گلوله‌های A و B از ارتفاع‌های h_A و h_B از سطح زمین رها می‌شوند. اگر مدت زمان سقوط گلوله‌ی A برابر با ۴ ثانیه و تندی گلوله‌ی A در لحظه‌ی برخورد با زمین ۱۵ متر بر ثانیه بیش‌تر از تندی گلوله‌ی B در لحظه‌ی برخورد با زمین باشد، $(h_A - h_B)$ چند متر است؟ $\left(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$

۱) $۷/۵$ ۲) $۱۱/۲۵$ ۳) $۴۸/۷۵$ ۴) $۷۱/۲۵$

۱۴ جسمی در شرایط خلأ از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود و پس از t ثانیه به سطح زمین می‌رسد. اگر جابه‌جایی این جسم در ثانیه‌ی tاُم، ۳ برابر جابه‌جایی آن در ثانیه‌ی $(t-۳)$ اُم باشد، h چند متر است؟ $\left(g = ۱۰\,\frac{m}{s^۲}\right)$

۱) ۴۵ ۲) ۸۰ ۳) ۱۲۵ ۴) ۱۸۰

۱۵ دو گلوله هم‌اندازه‌ی A و B را که جرم گلوله‌ی A بیش‌تر از جرم گلوله‌ی B است، از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌کنیم. با فرض این‌که نیروی مقاومت هوا وارد بر گلوله‌ها یکسان و ثابت باشد، کدام گزینه‌ی زیر درست است؟

۱) اندازه‌ی شتاب حرکت گلوله‌ی B بیش‌تر از اندازه‌ی شتاب حرکت گلوله‌ی A است.

۲) اندازه‌ی شتاب حرکت گلوله‌ها یکساناست.

۳) تندی برخورد گلوله‌ها به سطح زمین یکسان است.

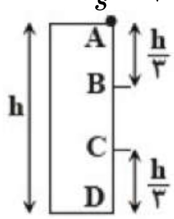
۴) مدت زمان حرکت گلوله‌ی A کم تر از مدت زمان حرکت گلوله‌ی B است.

۱۶ دو گلوله‌ی A, B به‌ترتیب از ارتفاع h و $\frac{h}{۴}$ از سطح زمین در شرایط خلأ رها می‌شوند. ابتدا گلوله‌ی A و سپس ۳ ثانیه بعد از آن گلوله‌ی B رها می‌شود و هر دو هم‌زمان به سطح زمین می‌رسند. h چند متر است؟ $\left(g = ۱۰\,\frac{m}{s^۲}\right)$

۱) ۲۴۰ ۲) ۱۸۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۶۰

۱۷ گلوله‌ای از ارتفاع h مطابق شکل رها می‌شود. اگر گلوله فاصله‌ی B تا C را در مدت ۱ ثانیه طی کند، با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، اندازه‌ی سرعت گلوله هنگام رسیدن به زمین تقریباً چند متر بر ثانیه است؟

$(g \simeq ۱۰\frac{m}{s^۲}, \sqrt{۲} \simeq ۱/۴, \sqrt{۳} \simeq ۱/۷)$



۱) ۳۷ ۲) ۴۸ ۳) ۳۲ ۴) ۴۱

۱۸ در شرایط خلأ، جسمی را از ارتفاع ۸۰ متری سطح زمین و از حال سکون رها می‌کنیم. اندازه‌ی سرعت جسم ۲ ثانیه پس از رها شدن چند برابر اندازه‌ی سرعت آن در فاصله‌ی ۴۰ متری از سطح زمین است؟ $\left(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$

۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۱۹ گلوله‌ای از ارتفاع h بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ رها می‌شود. هنگامی که گلوله ۷۵ درصد h را طی کرده است، سرعتش $۳۰\frac{m}{s}$ است. سرعت برخورد گلوله با زمین چند متر بر ثانیه است؟ $\left(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$

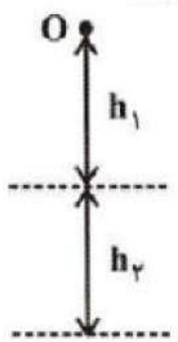
۱) $۱۵\sqrt{۳}$

۲) $۲۰\sqrt{۳}$

۳) $۲۰\sqrt{۲}$

۴) ۴۰

۲۰ در شرایط خلأ و مطابق شکل زیر، گلوله‌ای را از نقطه‌ی O بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. گلوله ارتفاع $h_۱$ را در مدت زمان $t_۱$ و ارتفاع $h_۲$ را در مدت زمان $t_۲$ طی می‌کند. اگر $\frac{t_۱}{t_۲} = \frac{۵}{۲}$ باشد، حاصل $\frac{h_۱}{h_۲}$ کدام است؟



۱) ۲

۲) $\frac{۲۵}{۲۴}$

۳) ۱

۴) $\frac{۵}{۴}$

۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. معادلهٔ حرکت برای یک ثانیهٔ آخر $t = ۰$

$h = ۲۵m$

$h = \frac{۱}{۲}\mathrm{gt}^۲ + V_۰t \Rightarrow ۲۵ = \frac{۱}{۲}\times۱۰\times۱^۲ + V_۰\times۱ \Rightarrow V_۰ = ۲۰\frac{m}{s}$

برای مسیر قبل از ثانیهٔ آخر $V = \mathrm{gt} + V_۰ \Rightarrow ۲۰ = ۱۰t + ۰$

زمان قبل از ثانیهٔ آخر $t = ۲s$

زمان کل $t = ۱ + ۲s = ۳s$

$V_۰ = ۰ \Rightarrow h = \frac{۱}{۲}\mathrm{gt}^۲ = \frac{۱}{۲}\times۱۰\times۳^۲ = ۴۵m$

۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا با توجه به انرژی جنبشی گلوله، تندی آن‌را دو ثانیه قبل از برخورد به زمین محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{۱}{۲}\mathrm{mv}^۲ \Rightarrow ۳۲ = \frac{۱}{۲}\times۴۰\times۱۰^{-۳}\times v^۲ \Rightarrow v = ۴۰\frac{m}{s}$$

اگر جهت مثبت را به سمت پایین و کل زمان سقوط گلوله تا رسیدن به زمین را t درنظر بگیریم، طبق صورت سؤال در لحظهٔ $t_۲ = (t-۲)s$ سرعت گلوله برابر با $v_۲ = ۴۰\frac{m}{s}$ است. از طرفی سه ثانیهٔ آخر حرکت بازهٔ زمانی بین لحظه‌های $t_۱ = (t-۳)s$ تا $t_۳ = (t)s$ است. سرعت گلوله را در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۳$ می‌یابیم. داریم:

$$\xrightarrow{t_۱=(t-۳)s} v_۱ = g(t-۳) = g(t-۲-۱) = g(t-۲) - g \Rightarrow v_۱ = ۴۰ - ۱۰ \Rightarrow v_۱ = ۳۰\frac{m}{s}$$

$$\xrightarrow{t_۳=(t)s} v_۳ = g(t) = g(t-۲+۲) = g(t-۲) + ۲g \Rightarrow v_۳ = ۴۰ + ۲۰ \Rightarrow v_۳ = ۶۰\frac{m}{s}$$

حال با استفاده از تعریف سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_{\mathrm{av}} = \frac{\Delta \mathrm{y}}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{v_۱ + v_۳}{۲} \Rightarrow \frac{\Delta \mathrm{y}}{۳} = \frac{۳۰ + ۶۰}{۲} \Rightarrow \Delta \mathrm{y} = ۱۳۵m$$

۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مدت‌زمانی که طول می‌کشد تا یک قطره به سطح زمین برسد، از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$\Delta \mathrm{y} = -\frac{۱}{۲}\mathrm{gt}^۲ + v_۰t \Rightarrow -۰/۸ = -۵\mathrm{t}^۲ + ۰\times t \Rightarrow t^۲ = ۰/۱۶ \Rightarrow t = ۰/۴\mathrm{s}$$

در این مدت، چهار قطره‌ی آب از شیر چکیده است، بنابراین فاصله‌ی زمانی چکیدن بین هر قطره ۰/۱s می‌باشد.

فاصله‌ی بین دو قطره از رابطه‌ی مقابل محاسبه می‌شود: $\Delta \mathrm{y} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}\Delta \mathrm{t}$

قطره‌ی دوم ۰/۱ ثانیه و قطره‌ی چهارم ۰/۳ ثانیه بعد از قطره‌ی اول چکه کرده‌اند، بنابراین سرعت دو قطره برابر است با:

$$v = -\mathrm{gt} + v_۰ \Rightarrow \begin{cases} \text{قطره ی چهارم} : v = -۱۰\times۰/۳ + ۰ = -۳\frac{m}{s} \\ \text{قطره ی دوم} : v = -۱۰\times۰/۱ + ۰ = -۱\frac{m}{s} \end{cases}$$

بنابراین فاصله ی دو قطره‌ی دوم و چهارم از یک‌دیگر برابر است با:

$$\Delta \mathrm{y} = \frac{-۱-۳}{۲}\times(۰/۳ - ۰/۱) = ۰/۴\,m$$

۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$\Delta y = v_{av}\Delta t \Rightarrow \Delta y = ۲۹/۴\times ۲ = ۵۸/۸m \ (۱)$$

اگر محل رها شدن گلوله را مبدأ مکان و جهت رو به پایین را مثبت فرض کنیم، داریم:

$$y = \frac{۱}{۲}gt^{۲} \Rightarrow \begin{cases} y_۱ = \frac{۱}{۲}gt_۱^{۲} \\ y_۲ = \frac{۱}{۲}gt_۲^{۲} \end{cases} \Rightarrow y_۲ - y_۱ = \frac{۱}{۲}g\left(t_۲^{۲} - t_۱^{۲}\right)$$

$$\Rightarrow y_۲ - y_۱ = \frac{۱}{۲}g(t_۲ - t_۱)(t_۲ + t_۱) \Rightarrow ۵۸/۸ = \frac{۱}{۲}\times ۹/۸\times ۲\times (t_۲ + t_۱) \Rightarrow (t_۲ + t_۱) = ۶ \ \ (۲)$$

از طرفی $(t_۲ - t_۱) = ۲s$ است. با حل هم‌زمان این معادله‌ها داریم:

$$\begin{cases} t_۱ = ۲s \\ t_۲ = ۴s \end{cases}$$

در نتیجه:

$$v = gt \Rightarrow v = ۹/۸\times ۴ = ۳۹/۲\frac{m}{s}$$

۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ابتدا زمان حرکت گلولهٔ دوم را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta y = \frac{۱}{۲}gt^{۲} \Rightarrow ۱۲۵ = ۵t^{۲} \Rightarrow t^{۲} = ۲۵ \Rightarrow t = ۵s$$

با توجه به این‌که گلولهٔ دوم دو ثانیه بعد از گلولهٔ اول رها می‌شود و یک ثانیه پس از برخورد گلولهٔ اول به زمین، به زمین برخورد کرده، پس مدت زمان حرکت گلولهٔ اول $۵ + ۲ - ۱ = ۶s$ است:

برای گلوله اول $\Rightarrow \Delta y = \frac{۱}{۲}gt^{۲} \Rightarrow H = \frac{۱}{۲}\times ۱۰\times ۳۶ = ۱۸۰m$

۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اگر $V = ۳۰۰\frac{m}{s}$ تندی انتشار صوت در هوا باشد:

$$\begin{cases} h = \frac{۱}{۲}gt_۱^{۲} = Vt_۲ \\ t_۱ + t_۲ = ۴/۲۵s \rightarrow t_{\text{کل}} \end{cases}$$

$$h = \frac{۱}{۲}gt^{۲} \Rightarrow ۴۵ = ۵t^{۲}$$

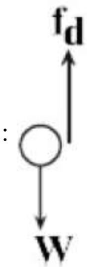
$t_۱^{۲} = ۹ \Rightarrow t_۱ = ۳s \rightarrow$ زمان رسیدن سنگ تا ته چاه

$\Delta x = V\Delta t \Rightarrow ۴۵ = ۳۰۰\times t_۲ \Rightarrow t_۲ = ۰/۱۵s \rightarrow$ زمان برگشت صدا از ته چاه

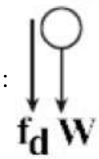
$$t_{\text{کل}} = t_۱ + t_۲ = ۳/۱۵s$$

۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نیروهای وارد بر گلوله را در مسیر بالا رفتن و پایین آمدن مشخص می‌کنیم و شتاب هر مرحله را با درنظر گرفتن جهت مثبت به سمت پایین به دست می‌آوریم:

در مسیر پایین آمدن (حرکت تندشونده) :



در مسیر بالا رفتن (حرکت کندشونده) :



اندازه‌ی شتاب در مسیر بالا رفتن : $F_{\text{net}} = \text{ma} \xrightarrow{F_{\text{net}}=f_d+W} a = \dfrac{-f_d - W}{m} \quad (I)$

اندازه‌ی شتاب در مسیر پایین آمدن : $F'_{\text{net}} = \text{ma}' \xrightarrow{F'_{\text{net}}=W-f_d} a' = \dfrac{W - f_d}{m} \quad (\text{II})$

اکنون با استفاده از معادله‌ی مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

بالا رفتن : $\dfrac{۱}{۲}\text{at}^{۲} = \Delta\text{y}$

پایین آمدن : $\dfrac{۱}{۲}a't'^{۲} = \Delta\text{y}'$

$$\xrightarrow{|\Delta\text{y}|=|\Delta\text{y}'|} \left|\frac{a}{a'}\right| = \left(\frac{t'}{t}\right)^{۲} \xrightarrow{\frac{t'}{t}=\frac{۳}{۲}\,,\,I\,,\,\text{II}} \frac{f_d + W}{W - f_d} = \left(\frac{۳}{۲}\right)^{۲}$$

$$\Rightarrow \frac{f_d + W}{W - f_d} = \frac{۹}{۴} \Rightarrow ۹W - ۹f_d = ۴f_d + ۴W \Rightarrow ۱۳f_d = ۵W \Rightarrow f_d = \frac{۵W}{۱۳}$$

۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در حرکت سقوط آزاد که بدون تندی اولیه انجام می‌گیرد، جابه‌جایی در T ثانیه‌های متوالی، تشکیل دنباله‌ی حسابی می‌دهند، به طوری‌که اگر جابه‌جایی در T ثانیه‌ی اول حرکت، h باشد، در T ثانیه‌های بعدی، جابه‌جایی به صورت $۳h$، $۵h$، $۷h$ و ... خواهد بود.

در نتیجه در بین گزینه‌های داده شده، باید بررسی کنیم که کدام‌یک دارای چنین وضعیتی هستند.

در گزینه‌ی ۱، داریم که $۳\times۱۱/۲۵ = ۳۳/۷۵m$ و $۵\times۱۱/۲۵ = ۵۶/۲۵$ می‌باشد. پس این اعداد می‌توانند مسافت‌های طی شده‌ی متوالی برای سه بازه‌ی زمانی مساوی و متوالی در حرکت سقوط آزاد بدون تندی اولیه باشند. (در بقیه‌ی گزینه‌ها، این تصاعد برقرار نیست).

۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرض کنید گلوله اول t ثانیه حرکت کرده و بنابراین گلوله دوم $t - ۲/۵$ ثانیه حرکت کرده است:

ارتفاعی که گلوله اول سقوط کرده $= h_۱ = \dfrac{۱}{۲}\text{gt}^{۲}$

ارتفاعی که گلوله دوم سقوط کرده $= h_۲ = \dfrac{۱}{۲}g(t - ۲/۵)^{۲}$

$$\rightarrow h_۱ - h_۲ = ۶۸/۷۵ \rightarrow \frac{۱}{۲}g(t^{۲} - (t - ۲/۵)^{۲}) = ۶۸/۷۵$$

$$\rightarrow \cancel{t^{۲}} - (\cancel{t^{۲}} - ۵\text{t} + ۲/۵^{۲}) = \frac{۶۸/۷۵}{۵} = ۱۳/۷۵ \rightarrow ۵\text{t} - ۶/۲۵ = ۱۳/۷۵ \rightarrow ۵\text{t} = ۲۰ \rightarrow t = ۴$$

۱۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$h = y_{\mathrm{BC}} = \left(\frac{V_B + V_C}{۲}\right)(t)$$

$$\Rightarrow y_{\mathrm{BC}} = h = \left(\frac{۸ + (۸ + ۱۰\times ۰/۴)}{۲}\right)(۰/۴) = ۴\mathrm{m} \Rightarrow H = ۴\mathrm{h} = ۱۶\mathrm{m}$$

$$-۱۶ = -۵\mathrm{t}^{۲} \Rightarrow t^{۲} = \frac{۱۶}{۵} \Rightarrow t = \frac{۴\sqrt{۵}}{۵}$$

۱۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا معلوم می‌کنیم گلوله‌ی A در چه لحظه‌ای از حرکت خود به فاصله‌ی ۸۰ متری از سطح زمین می‌رسد. $h = \frac{۱}{۲}\mathrm{gt}^{۲} \Rightarrow -۴۵ = -۵t^{۲} \Rightarrow t = ۳s$

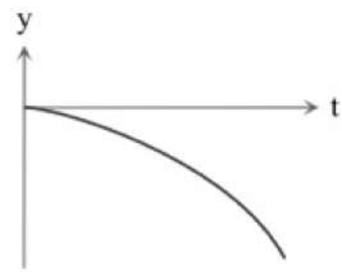
با توجه به این‌که گلوله‌ی B ۲ ثانیه دیرتر شروع به حرکت می‌کند. بنابراین گلوله‌ی B به اندازه‌ی ۱ ثانیه فرصت برای حرکت دارد $h = \frac{۱}{۲}\mathrm{gt}^{۲} = -۵m$. یعنی در فاصله‌ی ۱۲۰ متری از سطح زمین قرار دارد. بنابراین فاصله‌ی گلوله‌ی A و b برابر با ۴۰ متر خواهد بود.

۱۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

درستی گزینه‌ی «الف»:

$$\bar{v} = \frac{v_{t=۲} + v_{t=۴}}{۲} = \frac{(-\mathrm{gt} + v_{۰}) + (-\mathrm{gt} + v_{۰})}{۲} = \frac{(-۲۰) + (-۴۰)}{۲} = -۳۰\ \frac{m}{s}$$

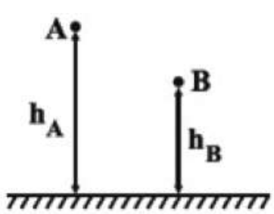
نادرستی گزینه‌ی «ب»: در حرکت سقوط آزاد با گذشت زمان مقدار سرعت افزایش می‌یابد ولی شتاب ثابت است.



درستی گزینه‌ی «پ»: طبق $y = -\frac{۱}{۲}\mathrm{gt}^{۲}$ سهمی قابل با $v_{۰} = ۰$ خواهد بود.

درستی گزینه‌ی «ت»: چون مسیر مستقیم است و تغییر جهت نداریم.

۱۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با فرض جهت مثبت به طرف پایین، داریم:



$$v_B = \mathrm{gt}_B \qquad v_A = \mathrm{gt}_A$$

$$v_A - v_B = \mathrm{gt}_A - \mathrm{gt}_B \Rightarrow ۱۵ = ۱۰(t_A - t_B)$$

$$\Rightarrow t_A - t_B = ۱/s$$

بنابراین مدت زمانی که طول می‌کشد تا گلوله‌ی A از محل پرتاب به سطح زمین برسد، $۱/۵s$ بیش‌تر از گلوله‌ی B است.

داریم: $۴ - t_B = ۱/۵ \Rightarrow t_B = ۲/۵s$

$$h = \frac{۱}{۲}\mathrm{gt}^{۲} \Rightarrow h_A - h_B = \frac{۱}{۲}g\left(t_A^{۲} - t_B^{۲}\right) \Rightarrow h_A - h_B = \frac{۱}{۲}\times ۱۰\times(۴^{۲} - ۲/۵^{۲}) = ۴۸/۷۵m$$

۱۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای محاسبه‌ی جابه‌جایی در ثانیه‌ی tاُم می‌توانیم تفاضل جابه‌جایی از ابتدای حرکت تا لحظات t و $(t-1)$ را به دست آوریم:

$$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \xrightarrow{v_0=0} \begin{cases} \Delta y_{(0-t)} = -\frac{1}{2}gt^2 \\ \Delta y_{(0-(t-1))} = -\frac{1}{2}g(t-2)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta y_{\text{ثانیه } t\text{ام}} = \left[-\frac{1}{2}gt^2\right] - \left[-\frac{1}{2}g(t-1)^2\right] = -\frac{1}{2}g(2t-1)$$

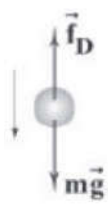
همچنین برای محاسبه‌ی جابه‌جایی در ثانیه ی $(t-3)$اُم نیز می‌توانید تفاضل جابه‌جایی از ابتدای حرکت تا لحظات $(t-3)$و $(t-4)$ را به دست آوریم:

$$\begin{cases} \Delta y_{(t-3)} = -\frac{1}{2}g(t-3)^2 \\ \Delta y_{(t-4)} = -\frac{1}{2}g(t-4)^2 \end{cases} \Rightarrow \Delta y_{\text{ثانیه}(t-3)\text{ام}} = -\frac{1}{2}g(2t-7)$$

$$\frac{\Delta y_{\text{ثانیه } t \text{ ام}}}{\Delta y_{\text{ثانیه } (t-3)\text{ام}}} = \frac{-\frac{1}{2}g(2t-1)}{-\frac{1}{2}g(2t-7)} = 3 \Rightarrow 6t - 21 = 2t - 1 \Rightarrow t = 5s$$

$$h = \left|-\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t\right| \xrightarrow{v_0=0} h = \left|-\frac{1}{2}\times 10 \times 5^2\right| = 125m$$

۱۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل روبه‌رو می‌توان نوشت:



$$mg - f_D = ma \Rightarrow a = g - \frac{f_D}{m}$$

بنابراین (چون f_D و g را ثابت فرض کرده‌ایم) با افزایش m، شتاب حرکت گلوله بیش‌تر می‌شود:

$m_A > m_B \Rightarrow a_A > a_B \Rightarrow$ در گزینه‌های ۱ و ۲

برای محاسبه‌ی تندی برخورد گلوله‌ها به سطح زمین می‌نویسیم:

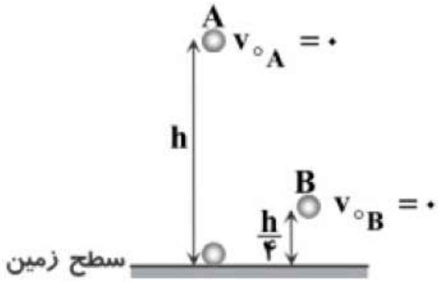
$$v^2 - \cancel{v_0^2} = 2a\Delta y \Rightarrow v^2 = 2ah \xrightarrow[a_A > a_B]{v^2 \propto a} v_A > v_B$$

مدت زمان حرکت گلوله‌ها برابر است با:

$$\Delta y = \frac{1}{2}at^2 + \cancel{v_0}t \Rightarrow h = \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow[a_A > a_B]{t^2 \propto \frac{1}{a}} t_A < t_B$$

دقت کنید: h برای هر دو گلوله یکسان است و چون $\vec{f}_D$ و $m\vec{g}$ ثابت‌اند، شتاب حرکت گلوله‌ها ثابت فرض می‌شود.

۱۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$گلوله ی A: \quad -h = -\frac{۱}{۲}gt^۲ \quad (۱)$$

$$گلوله ی B: \quad -\frac{h}{۴} = -\frac{۱}{۲}g(t-۳)^۲ \quad (۲)$$

از تقسیم دو رابطه‌ی (۱) و (۲) داریم:

$$۴ = \frac{t^۲}{(t-۳)^۲} \xrightarrow{\text{جذر می گیریم}} \pm ۲ = \frac{t}{t-۳} \Rightarrow \begin{cases} t = ۲s \\ t = ۶s \end{cases}$$

پاسخ $t = ۲s$ موردقبول نیست. (چرا؟)

$$h = \frac{۱}{۲}gt^۲ \xrightarrow{t=۶s} h = ۵\times ۶^۲ = ۱۸۰\,m$$

۱۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = -\frac{۱}{۲}\text{gt}^۲ \Rightarrow \left(\frac{t_{AB}}{t_{AC}}\right) = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \left(\frac{t_{AB}}{۱+t_{AB}}\right)^۲ = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{t_{AB}}{۱+t_{AB}} = \frac{۱}{\sqrt{۲}}$$

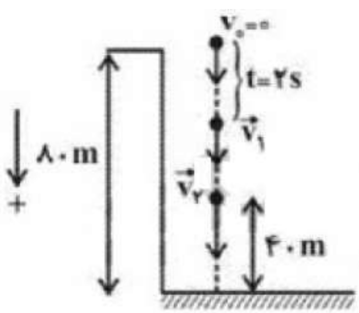
$$\Rightarrow ۱ + t_{AB} = t_{AB}\sqrt{۲} \Rightarrow t_{AB} = \frac{۱}{\sqrt{۲}-۱} = \sqrt{۲}+۱ = ۲/۴s$$

$$\left(\frac{t_{AB}}{t_{AD}}\right)^۲ = \frac{۱}{۳} \Rightarrow t_{AD} = t_{AB}.\sqrt{۳} \simeq ۱/۷\times ۲/۴$$

$$V = \text{at} + V_\circ \Rightarrow V_D \simeq -۱۰\times ۱/۷\times ۲/۴ \simeq ۴۰/۸\frac{m}{s}$$

اگر بدون اعمال تقریب‌ها محاسبه کنیم پاسخ کمی بیش از $۴۱\frac{m}{s}$ خواهد بود.

۱۸ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر جهت رو به پایین را مثبت و محل رها شدن جسم را مبدأ مکان درنظر بگیریم، سرعت جسم $۲s$ پس از رها شدن و همچنین سرعت در ارتفاع ۴۰ متری از سطح زمین، برابر است با:



$$v_۱ = \text{gt} + v_\circ \Rightarrow v_۱ = ۱۰\times ۲ + ۰ = ۲۰\frac{m}{s}$$

$$v_۲^۲ - v_\circ^۲ = ۲\text{g}\Delta\text{y} \Rightarrow v_۲^۲ - ۰ = ۲\times ۱۰\times (۴۰)$$

$$\Rightarrow v_۲ = ۲۰\sqrt{۲}\,\frac{m}{s}$$

$$\frac{v_۱}{v_۲} = \frac{۲۰}{۲۰\sqrt{۲}} = \frac{۱}{\sqrt{۲}} \Rightarrow \frac{v_۱}{v_۲} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۱۹ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. روش اول: از معادله‌ی مستقل از زمان می‌توانیم ارتفاع h را به دست آوریم:

$$V_۱^۲ - V_۰^۲ = ۲g\left(\frac{۷۵}{۱۰۰}h\right) \Rightarrow ۹۰۰ - ۰ = ۱۵h \Rightarrow h = ۶۰m$$

حال معادله‌ی مستقل از زمان را برای کل h می‌نویسیم:

$$V_۲^۲ - V_۰^۲ = ۲gh \Rightarrow V_۲^۲ - ۰ = ۲\times۱۰\times۶۰ \Rightarrow V_۲ = \sqrt{۱۲۰۰} = ۲۰\sqrt{۳}\frac{m}{s}$$

روش دوم: وقتی گلوله‌ای از حال سکون رها می شود و سرعت آن پس از طی $h_۱$ و $h_۲$، $V_۱$ و $V_۲$ می‌شود، داریم:

$$\frac{V_۲^۲}{V_۱^۲} = \frac{h_۲}{h_۱} \Rightarrow \frac{V_۲^۲}{۹۰۰} = \frac{h}{\frac{۳}{۴}h} \Rightarrow V_۲^۲ = \frac{۴}{۳}\times۹۰۰ \Rightarrow V_۲ = \frac{۲}{\sqrt{۳}}\times۳۰ = \frac{۶۰\sqrt{۳}}{۳} = ۲۰\sqrt{۳}\frac{m}{s}$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) اگر در راه حل تستی یا در طرفین وسطین اشتباه کنید به این جواب می‌رسید، یعنی از $\frac{V_۲^۲}{۹۰۰} = \frac{\frac{۳}{۴}h}{h}$ استفاده کرده باشید.

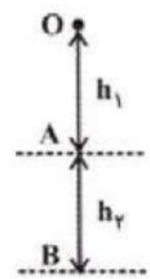
۴) اگر فکر کنید سرعت و مسافت رابطه‌ی مستقیم دارند، به این گزینه می‌رسید.

۲۰ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر محل رها شدن گلوله را مبدأ مکان و جهت رو به پایین را با علامت مثبت در نظر بگیریم، با استفاده از رابطه‌ی $\Delta y = \frac{۱}{۲}gt^۲ + v_۰t$ در مسیرهای OA و OB می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{array}{l} h_۱ = \frac{۱}{۲}gt_۱^۲ \\ h_۱ + h_۲ = \frac{۱}{۲}g(t_۱ + t_۲)^۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{h_۱}{h_۱ + h_۲} = \left(\frac{t_۱}{t_۱ + t_۲}\right)^۲$$

$$\xrightarrow{t_۱ = \frac{۵}{۲}t_۲} \frac{h_۱}{h_۱ + h_۲} = \left(\frac{\frac{۵}{۲}t_۲}{\frac{۵}{۲}t_۲ + t_۲}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{h_۱}{h_۱ + h_۲} = \frac{۲۵}{۴۹} \Rightarrow \frac{h_۱}{h_۲} = \frac{۲۵}{۲۴}$$



۱	۱	۲	۳	**۴**
۲	۱	**۲**	۳	۴
۳	۱	۲	**۳**	۴
۴	**۱**	۲	۳	۴
۵	۱	۲	**۳**	۴
۶	۱	۲	**۳**	۴
۷	**۱**	۲	۳	۴
۸	**۱**	۲	۳	۴
۹	۱	۲	**۳**	۴
۱۰	۱	۲	۳	**۴**
۱۱	**۱**	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	**۳**	۴
۱۳	۱	۲	**۳**	۴
۱۴	۱	۲	**۳**	۴
۱۵	۱	۲	۳	**۴**
۱۶	۱	**۲**	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	**۴**
۱۸	۱	۲	۳	**۴**
۱۹	۱	**۲**	۳	۴
۲۰	۱	**۲**	۳	۴