نام دبیر : مهندس مهدی باباخانی

عنوان آزمون : هومورک ۴ حرکت

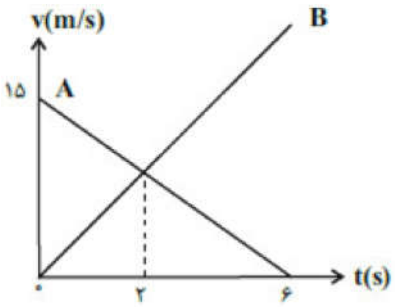
۱ خودرویی پشت چراغ قرمز متوقف است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه کامیون با سرعت ثابت $۷۲\frac{km}{h}$ از آن سبقت می‌گیرد. در چه لحظه و مکانی به‌ترتیب از چپ به راست در SI، خودرو و کامیون به هم می‌رسند؟

۱) ۱۰، ۲۰۰ ۲) ۱۰، ۴۰۰ ۳) ۲۰، ۲۰۰ ۴) ۲۰، ۴۰۰

۲ دو اتومبیل A و B به‌ترتیب با تندی‌های $۱۰\frac{m}{s}$ و $۲۰\frac{m}{s}$ به سمت هم در حرکت هستند. وقتی به فاصلهٔ ۱۰۰ متری یک‌دیگر می‌رسند، هر دو با شتاب ثابت و یکسان a حرکت خود را کند می‌نمایند. حداقل شتاب a چند متر بر مجذور ثانیه باشد تا دو اتومبیل به هم برخورد ننمایند؟

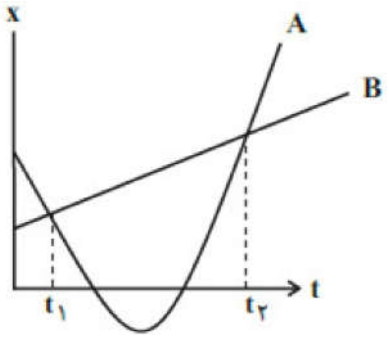
۱) ۲/۲۵ ۲) ۲/۵ ۳) ۴/۵ ۴) ۵

۳ نمودار سرعت - زمان حرکت دو متحرک که در لحظه‌ی $t = ۰$ در فاصله‌ی ۲۰۵ متری از یک‌دیگر روی مسیری مستقیم قرار دارند، مطابق شکل مقابل می‌باشد، این دو متحرک در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه به هم می‌رسند؟ (متحرک A در لحظه‌ی $t = ۶s$ متوقف می‌شود.)



۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۴ نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم به‌ترتیب با شتاب ثابت و سرعت ثابت حرکت می‌کنند، مطابق شکل مقابل است. اگر سرعت متحرک A در لحظه‌های t_1 و t_2 به‌ترتیب $-5\frac{m}{s}$ و $7\frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط متحرک B چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۶ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

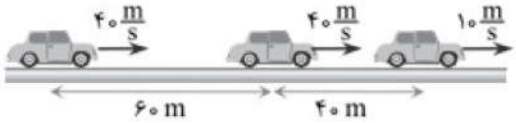
۵ متحرک A با سرعت ثابت $20\frac{m}{s}$ روی محور x در حال حرکت است که از کنار متحرک B که در حال سکون است، عبور می‌کند. اگر متحرک B در لحظه‌ی عبور متحرک A از کنار خود، شروع به حرکت با شتاب ثابت $4\frac{m}{s^2}$ کند، بیشترین فاصله‌ی این دو متحرک از لحظه‌ی $t_1 = 0$ تا لحظه‌ی $t_2 = 10s$ چند متر است؟

۱) ۴۰ ۲) ۴۸ ۳) ۵۰ ۴) ۵۸

۶ حداکثر اندازهٔ شتاب متحرکی در هنگام حرکت تندشونده و کندشونده به ترتیب $3\frac{m}{s^2}$ و $1\frac{m}{s^2}$ است. این متحرک از حال سکون از نقطهٔ A روی خط راست به سمت نقطهٔ B در فاصلهٔ ۱۳۵۰ متری از A شروع به حرکت کرده و در نقطهٔ B متوقف می‌شود. حداقل زمان طی این فاصله توسط این متحرک چند دقیقه است؟ (متحرک محدودیت سرعت ندارد.)

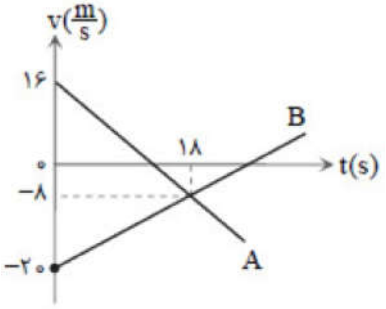
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷ سه خودرو در مسیر مستقیمی با سرعت ثابت در حال حرکت هستند. خودروی وسطی ترمز می‌کند. اندازه‌ی شتاب ترمز خودروی وسط کدام می‌تواند باشد تا در مدت $3s$ اول به هیچ‌کدام از خودروها برخورد نکند؟



۱) ۷ ۲) ۹ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

۸ نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در مدتی که متحرک A در جهت محور x حرکت کرده است، بزرگی جابه‌جایی متحرک B، چند متر است؟



۱) ۱۸۶ ۲) ۱۹۲ ۳) ۲۰۰ ۴) ۲۲۸

۹ در اتومبیل A و B که در حال حرکت با تندی‌های ۴ $\frac{m}{s}$ و ۶ $\frac{m}{s}$ به‌ترتیب، روی مسیر مستقیم در حال حرکت به سمت هم هستند. زمانی که به فاصله‌ی ۱۵ متری یکدیگر می‌رسند با شتاب‌های ۱ $\frac{m}{s^2}$ و ۳ $\frac{m}{s^2}$ به‌ترتیب ترمز می‌کنند. این دو متحرک در چه فاصله‌ای نسبت به هم متوقف می‌شوند؟

۱) ۰/۵ ۲) ۱

۳) ۲/۵ ۴) دو متحرک به هم برخورد می‌کنند.

۱۰ اتوبوسی در ایستگاه ایستاده است، شخصی با سرعت ثابت v می‌دود تا به اتوبوس برسد. وقتی فاصلهٔ شخص از اتوبوس ۸ متر می‌شود. اتوبوس با شتاب ۱ $\frac{m}{s^2}$ از حال سکون در جهت حرکت شخص شروع به حرکت می‌کند. سرعت شخص حداقل چه‌قدر باشد تا به اتوبوس برسد؟ (اتوبوس و شخص را نقطه‌ای فرض کنید.)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

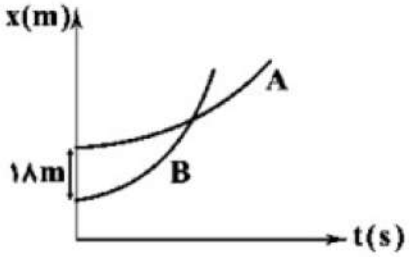
۱۱ متحرکی روی مسیر مستقیم از حال سکون با شتاب ۱ $\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند و پس از مدتی ترمز گرفته و با شتاب $\frac{1}{3}\frac{m}{s^2}$ کاهش سرعت می‌دهد تا متوقف شود. اگر مسافتی که متحرک در کل حرکت طی می‌کند ۲۰۰ متر باشد، متحرک چه مدت در حال حرکت کندشونده بوده است؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۳۰

۱۲ خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ خودرو با شتاب ثابت ۱ $\frac{m}{s^2}$ در مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کند. ۴ ثانیه بعد، کامیونی با سرعت ثابت ۹ $\frac{m}{s}$ از همان محلی که خودرو شروع به حرکت کرده بود و در همان مسیر، عبور می‌کند. چند ثانیه پس از لحظه‌ای که خودرو شروع به حرکت کرده است، از کامیون سبقت می‌گیرد؟

۱) ۲ ۲) ۸ ۳) ۶ ۴) ۱۲

۱۳ نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که هم‌زمان با هم از حال سکون شروع به حرکت کرده‌اند، به صورت دو سهمی شکل زیر است. اگر بزرگی شتاب حرکت دو متحرک A و B به ترتیب $۲\frac{m}{s^۲}$ و $۶\frac{m}{s^۲}$ باشد، در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، دو متحرک به یک‌دیگر می‌رسند؟



۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۶

۱۴ دو خودرو A و B بر روی محور x به ترتیب از مکان ۱۰۰m و ۲۸m با سرعت‌های اولیه $۷۲\frac{km}{h}$ و $-۵۷/۶\frac{km}{h}$ و شتاب‌های ثابت $۶\frac{m}{s^۲}$ و $-۲\frac{m}{s^۲}$ شروع به حرکت می‌کنند. فاصله‌ی نقطه‌ای که این دو خودرو برای دومین بار از کنار هم می‌گذرند تا نقطه ی شروع به حرکت خودرو B چند متر است؟

۱) ۱۲ ۲) ۶۰ ۳) ۳۹ ۴) ۳۳

۱۵ متحرکی بر روی خط راست ابتدا به مدت t ثانیه با سرعت متوسط $۴۰\frac{m}{s}$، سپس به مدت ۳t ثانیه در همان جهت با سرعت متوسط $۲۰\frac{m}{s}$ حرکت کرده و در نهایت به مدت $\frac{t}{۲}$ ثانیه با سرعت متوسط v در خلاف جهت قبلی به حرکت خود ادامه می‌دهد. اگر تندی متوسط در کل حرکت، $\frac{۱۶}{۱۵}$ برابر بزرگی سرعت متوسط در ۴t ثانیه اول باشد، اندازهٔ v چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۱۶ اتومبیل A با سرعت $۲۰\frac{m}{s}$ از اتومبیل B که با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ در حال حرکت است، سبقت می‌گیرد. اگر پس از سبقت اتومبیل B با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ به مسیر خود ادامه دهد، چند ثانیه طول می‌کشد تا بتواند از اتومبیل A سبقت بگیرد؟

۱) ۵ ۲) ۷/۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲/۵

۱۷ دو قطار که روی دو ریل موازی حرکت می‌کنند به‌ترتیب با سرعت‌های $v_۱ = ۴۰\frac{m}{s}$ و $v_۲ = ۳۰\frac{m}{s}$ به طرف یک‌دیگر در حرکت‌اند. هنگامی که ابتدای قطارها در فاصلهٔ ۲۰۰ متری یک‌دیگرند به‌ترتیب با شتاب‌های $a_۱ = ۴\frac{m}{s^۲}$ و $a_۲ = ۲\frac{m}{s^۲}$ ترمز می‌کنند تا در یک ایستگاه توقف کنند. اگر طول دو قطار به‌ترتیب ۸۰m و ۱۲۰m باشد، پس از توقف انتهای قطارها در فاصلهٔ چند متری هم قرار می‌گیرند؟

۱) ۱۲۵ ۲) ۷۵ ۳) ۲۵ ۴) ۵۰

۱۸ اتومبیلی از حال سکون و با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ در مسیری مستقیم به طول $۱۴۱/۷۵m$ شروع به حرکت می‌کند. در لحظهٔ $t = ۱۰s$ راننده مانعی را در انتهای مسیر مشاهده می‌کند و با شتاب $۳/۵$ برابر شتاب اولیهٔ حرکت خود ترمز می‌کند. اگر سه ثانیه پس از لحظهٔ ترمز گرفتن، درست جلوی مانع متوقف شود، زمان تأخیر واکنش راننده کدام است؟

۱) کمتر از $۰/۵s$ ۲) $۰/۵s$ ۳) بیشتر از $۰/۵s$ ۴) ۱s

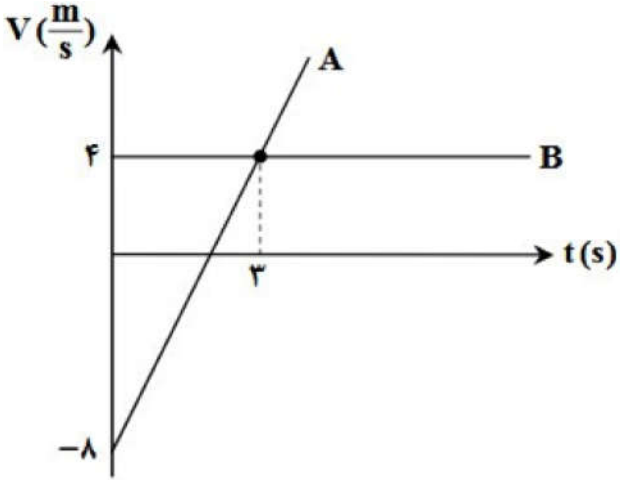
۱۹ قطار A به طول ۱۰۰ متر با سرعت ثابت $۳۰\frac{m}{s}$ در حالت حرکت است. قطار B به طول ۲۰۰ متر روی ریل مجاور توقف کرده است. به محض اینکه قطار A کاملاً از آن عبور کرد، با شتاب $۴\frac{m}{s^۲}$ در همان جهت شروع به حرکت می‌کند و سرعت خود را به $۴۰\frac{m}{s}$ می‌رساند و با همان سرعت به حرکت خود ادامه می‌دهد. قطار B چند ثانیه پس از شروع حرکت، از قطار A سبقت گرفته واز کنار آن عبور می‌کند؟

۱) ۱۵ ۲) ۲۵ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

۲۰ متحرک A با سرعت ثابت $۷۲\frac{km}{h}$ در جهت محور x در حال حرکت است و در لحظه‌ای که به فاصله‌ی ۱۵۰ متری متحرک B می‌رسد، متحرک B با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ در جهت محور x شروع به حرکت می‌کند. کم‌ترین فاصله‌ی بین این دو متحرک چند متر است؟

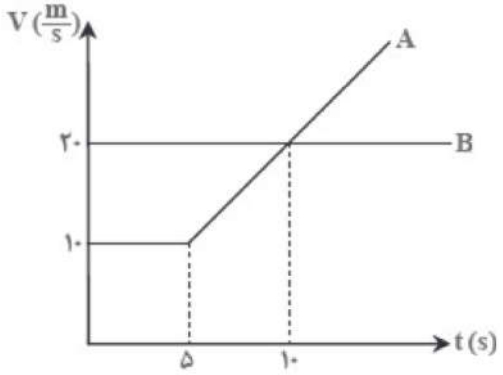
۱) ۱۰۰ ۲) ۷۵ ۳) ۵۰ ۴) ۲۵

۲۱ نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که در $t = ۰$ از نقطهٔ $x = -۵m$ عبور می‌کنند، مطابق شکل است. در چه زمانی فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر ۳۲ متر می‌شود؟



۱) $t = ۸s$ ۲) $t = ۱۱s$ ۳) $t = ۵s$ ۴) $t = ۴s$

۲۲) دو متحرک A و B که روی محور x در حرکت هستند، در لحظه‌ی $t = ۰$ از نقطه‌ی $x = ۱۰۰m$ عبور می‌کنند. این دو متحرک در چه مکانی دوباره به هم می‌رسند؟

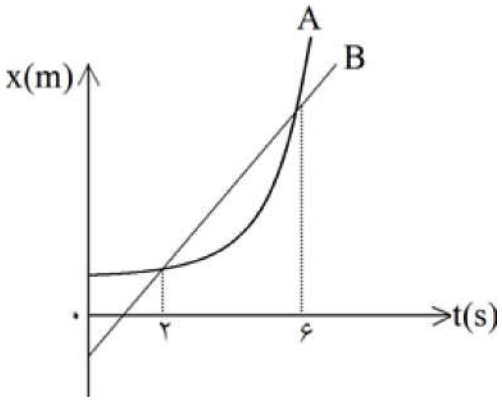


۱) $x = ۱۰۰ + ۲۰۰\sqrt{۳}m$
۲) $x = ۲۰۰ - ۱۰۰\sqrt{۳}m$
۳) $x = ۳۰۰ + ۱۰۰\sqrt{۳}m$
۴) $x = ۴۰۰ - ۱۰۰\sqrt{۳}m$

۲۳) اتومبیلی با شتاب $۴\ \frac{m}{s^۲}$ و از حال سکون حرکت خود را آغاز می‌کند. اگر موتورسواری از ۱۰۰ متر عقب‌تر و به طور هم‌زمان با سرعت ثابت $۱۲\ \frac{m}{s}$ حرکت خود را آغاز کند، کم‌ترین فاصله‌ی اتومبیل و موتور از یکدیگر چند متر است؟

۱) ۸۲
۲) ۵۴
۳) ۳۶
۴) ۷۵

۲۴) نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر حرکت متحرک A از حال سکون و با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ و حرکت متحرک B به‌طور یکنواخت و با سرعت ثابت v باشد، سرعت v چندمتر بر ثانیه است؟



۱) ۸
۲) ۴
۳) ۱۲
۴) ۶

۲۵) دو اتومبیل با سرعت های ثابت $۱۰\frac{m}{s}$ و $۲۰\frac{m}{s}$ در مسیری مستقیم و در خلاف جهت یکدیگر به‌سمت هم در حال حرکت هستند. وقتی فاصله‌ی آن‌ها به یک کیلومتر می‌رسد، اتومبیل اول با شتاب ثابت $۳\frac{m}{s^۲}$ سرعت خود را افزایش و اتومبیل دوم با شتاب ثابت $۱\frac{m}{s^۲}$ سرعت خود را کاهش می‌دهد. پس از چند ثانیه این دو اتومبیل به هم می‌رسند؟

۱) ۵۰
۲) ۲۰
۳) ۳۰
۴) ۷۰

۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. معادله ی حرکت خودرو (شتاب ثابت) A و معادله‌ی حرکت کامیون (سرعت ثابت) B را می‌نویسیم:

$$v_B = ۷۲\frac{km}{h} = ۲۰\frac{m}{s}$$

$$x_A = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t = \frac{۱}{۲}\times ۲\times t^۲ + ۰ = t^۲$$

$$x_B = v_Bt + x_۰ = ۲۰t$$

دقت شود که $x_۰$ مکان اولیه هر دو متحرک یکسان بوده و صفر درنظر گرفته می‌شود.

لحظه به هم رسیدن $x_A = x_B \Rightarrow t^۲ = ۲۰t \Rightarrow t = ۲۰s$

$$x_B = ۲۰t = ۲۰\times ۲۰ = ۴۰۰m$$

۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای آن‌که دو اتومبیل به هم برخورد نکنند باید:

$$|\Delta x_A| + |\Delta x_B| \leqslant ۱۰۰$$

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{v^۲ - v_۰^۲}{۲a}$$

$$\left|\frac{۰ - ۱۰^۲}{۲a}\right| + \left|\frac{۰ - ۲۰^۲}{۲a}\right| \leqslant ۱۰۰ \Rightarrow \frac{۲۵۰}{|a|} \leqslant ۱۰۰ \Rightarrow |a| \geqslant ۲/۵\frac{m}{s^۲}$$

۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. متحرک A در لحظه‌ی $t = ۶s$ می‌ایستد و جابه‌جایی آن تا این لحظه (با استفاده از مساحت زیر منحنی) برابر خواهد بود با:

$$\Delta x_A = \frac{۱۵\times ۶}{۲} = ۴۵m$$

در لحظه‌ی $t = ۲s$، سرعت دو متحرک با هم برابر است. با استفاده از تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{۱۵ - ۰}{۶} = \frac{۱۵ - v'}{۲} \Rightarrow v' = ۱۰\frac{m}{s}$$

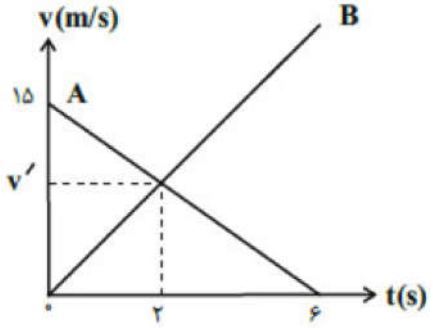
شتاب حرکت متحرک B برابر است با:

$$a_B = \frac{v' - ۰}{۲ - ۰} = \frac{۱۰ - ۰}{۲ - ۰} = ۵\frac{m}{s^۲}$$

برای محاسبه‌ی جابه‌جایی متحرک B، معادله‌ی مکان - زمان آن‌را می‌نویسیم:

$$x_B = \frac{۱}{۲}at \Rightarrow x_B = \frac{۱}{۲}\times ۵t^۲ \Rightarrow x_B = ۲/۵t^۲ \Rightarrow ۲۰۵ + ۴۵ = ۲/۵t^۲ \Rightarrow t^۲ = ۱۰۰ \Rightarrow t = ۱۰s$$

دقت کنید دو متحرک تا لحظه‌ی $t = ۶s$ به هم نمی‌رسند و چون متحرک A پس از این لحظه‌ی حرکتی ندارد، پس متحرک B باید $۲۰۵ + ۴۵ = ۲۵۰m$ حرکت کند تا به محل متحرک A برسد.



۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون متحرک B با سرعت ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است، بنابراین سرعت متوسط متحرک B با سرعت لحظه‌ای آن در هر بازه‌ی زمانی دلخواه یکسان است. برای محاسبه‌ی سرعت متحرک B داریم:

$$v_B = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} \quad (۱)$$

از طرفی $x_۱$ و $x_۲$ در لحظه‌هایی رخ می‌دهد که دو متحرک A (که با شتاب ثابت در حال حرکت است) و B (که با سرعت ثابت در حال حرکت است، در یک مکان قرار دارند.) بنابراین با توجه به معادله‌ی حرکت متحرک A (حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم) ، داریم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{t=t_۱} x_۱ = \frac{۱}{۲}at_۱^۲ + v_۰t_۱ + x_۰ \\ \xrightarrow{t=t_۲} x_۲ = \frac{۱}{۲}at_۲^۲ + v_۰t_۲ + x_۰ \end{cases} \quad (۲)$$

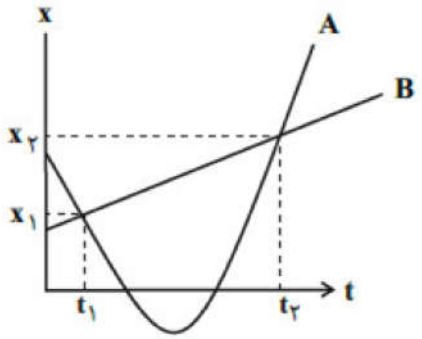
بنابراین از ۱ و ۲ داریم:

$$v_B = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{\left(\frac{۱}{۲}at_۲^۲ + v_۰t_۲ + x_۰\right) - \left(\frac{۱}{۲}at_۱^۲ + v_۰t_۱ + x_۰\right)}{t_۲ - t_۱}$$

$$\Rightarrow v_B = \frac{\left(\frac{۱}{۲}a(t_۲ - t_۱)(t_۲ + t_۱) + v_۰(t_۲ - t_۱)\right)}{t_۲ - t_۱} \Rightarrow v_B = \frac{a(t_۲ + t_۱) + ۲v_۰}{۲}$$

$$\Rightarrow v_B = \frac{(at_۲ + v_۰) + (at_۱ + v_۰)}{۲} \Rightarrow v_B = \frac{v_A(t_۲) + v_A(t_۱)}{۲} \Rightarrow v_B = \frac{۷ + (-۵)}{۲}$$

$$\Rightarrow (v_{av})_B = v_B = ۱\,\frac{m}{s}$$



۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای محاسبه‌ی بیشترین فاصله، ابتدا نیاز است تا معادله‌ی حرکت دو جسم را به دست آورده و از هم کم کنیم. متحرک A با سرعت ثابت و متحرک B با شتاب ثابت و سرعت اولیه‌ی صفر از یک نقطه شروع به حرکت کرده‌اند. محل شروع حرکت دو متحرک را $x = ۰$ در نظر می‌گیریم، بنابراین:

$$x_A = V_A t + x_{۰_A} = ۲۰\text{t} + ۰ = ۲۰\text{t}$$

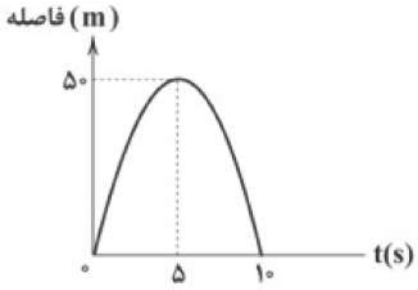
$$x_B = \frac{۱}{۲}\text{at}^۲ + v_{۰_B} t + x_{۰_B} = \frac{۱}{۲}\times ۴ \times t^۲ + ۰ \times t + ۰ = ۲\text{t}^۲$$

با تفریق دو معادله‌ی حرکت، معادله‌ی فاصله‌ی دو متحرک به دست می‌آید:

$$\text{فاصله} = |x_B - x_A| = \left|۲\text{t}^۲ - ۲۰\text{t}\right|$$

در آخر رفتار نمودار را در بازه‌ی زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۱۰\text{s}$ بررسی می‌کنیم.

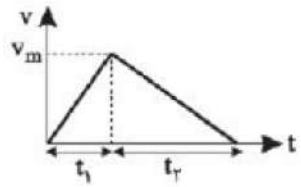
برای این کار می‌توان نمودار مقابل را رسم کرد:



بنابراین بیشترین فاصله‌ی بین دو متحرک، ۵۰ متر می‌باشد.

۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

ابتدا نمودار سرعت—زمان این متحرک را رسم می‌کنیم. این متحرک برای طی این فاصله باید با حداکثر شتاب شروع به حرت کرده و بلافاصله بعد از رسیدن به سرعت بیشینهٔ مورد نیاز باید با حداکثر شتاب کندشونده سرعت خوء را کم کند به طوری که در نقطهٔ B متوقف شود.



$$a_۱ = ۳\frac{m}{s^۲} \Rightarrow \frac{v_m}{t_۱} = ۳ \Rightarrow t_۱ = \frac{v_m}{۳}$$

$$|a_۲| = ۱ \Rightarrow \frac{v_m}{t_۲} = ۱ \Rightarrow t_۲ = v_m$$

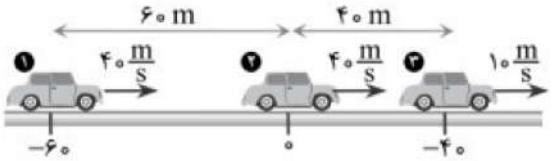
$$\Delta\text{x} = S \Rightarrow ۱۳۵۰ = \frac{v_m(t_۱ + t_۲)}{۲} = \frac{v_m\left(v_m + \frac{۱}{۳}v_m\right)}{۲} = \frac{۲}{۳}v_m^۲$$

$$\frac{۲}{۳}v_m^۲ = ۱۳۵۰ \Rightarrow v_m^۲ = ۲۰۲۵$$

$$v_m = ۴۵\frac{m}{s} \Rightarrow t_۱ = ۱۵\text{s}, t_۲ = ۴۵\text{s}$$

$$t_T = t_۱ + t_۲ = ۶۰\text{s} = ۱\text{min}$$

۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای برخورد خودروی ۲ و ۳ داریم: $x_۲ = x_۳$



$$\frac{at^۲}{۲} + ۴۰t = ۱۰t + ۴۰ \xrightarrow{t=۳s} \frac{۹}{۲}a + ۱۲۰ = ۳۰ + ۴۰ \Rightarrow a = -\frac{۱۰۰}{۹}\frac{m}{s^۲}$$

بنابراین اگر مقدار شتاب ترمز بیش از $\frac{۱۰۰}{۹}\frac{m}{s^۲}$ باشد، خودروی ۲ و ۳ برخورد نمی‌کنند.

برای برخورد خودروی ۱ و ۲ داریم:

$$x_۱ = x_۲ \rightarrow ۴۰t - ۶۰ = \frac{at^۲}{۲} + ۴۰t \xrightarrow{t=۳s} -۶۰ = \frac{۹a}{۲} \Rightarrow a = \frac{-۱۲۰}{۹}\frac{m}{s^۲}$$

برای این‌که خودروی ۱ و ۲ به هم برخورد نکنند، مقدار شتاب ترمز خودروی ۲ باید کم‌تر از $\frac{۱۲۰}{۹}$ باشد، در نتیجه داریم:

$$\frac{۱۰۰}{۹} < |a_{\text{ترمز}}| < \frac{۱۲۰}{۹}$$

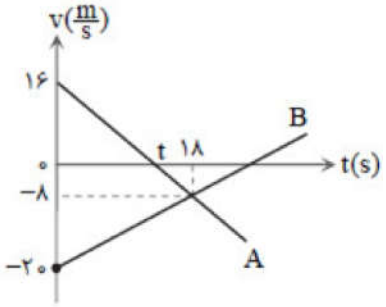
۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با تشابه دو مثلث، t را به دست می‌آوریم:

$$\frac{۱۶}{۸} = \frac{t}{۱۸-t} \Rightarrow t = ۱۲s$$

تا این لحظه متحرک A در جهت محور x حرکت کرده است. بنابراین جابه‌جایی متحرک B را تا لحظه $t = ۱۲s$ به دست می‌آوریم:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۸-(-۲۰)}{۱۸} = \frac{۲}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

$$\Delta x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + V_{۰B}t = \frac{۱}{۲}\times\frac{۲}{۳}\times ۱۲^۲ - ۲۰\times ۱۲ = -۱۹۲m$$



۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. Δx اندازه جابه‌جایی تا زمان توقف است.

دقت شود شتاب ترمز کردن منفی است.

$$V_{۲}^{۲} - V_{۱}^{۲} = ۲a\Delta x \xrightarrow{V_{۲}=۰} \Delta x = \frac{V_{۱}^{۲}}{۲a}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta x_A = V^{۲}\frac{A}{۲a_A} = -\frac{۴^{۲}}{۲\times -۱} = ۸\text{m} \\ \Delta x_B = V^{۲}\frac{B}{۲a_B} = -\frac{۶^{۲}}{۲\times -۳} = ۶\text{m} \end{cases} \Rightarrow \Delta x_A + \Delta x_B = ۱۴(m)$$

$$L = ۱۵ - ۱۴ = ۱(m)$$

بنابراین در ۱ متری هم متوقف می‌شوند.

۱۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

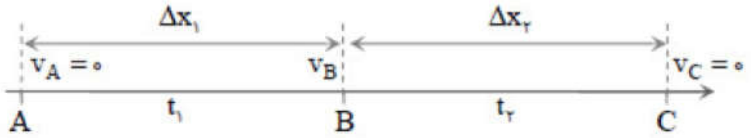
برای آن‌که شخص به اتوبوس برسد باید جابه‌جایی شخص برابر با جابه‌جایی اتوبوس به‌علاوهٔ $۸m$ باشد.

$$\Delta x_{\text{شخص}} = \Delta x_{\text{اتوبوس}} + ۸$$

$$vt = \frac{۱}{۲}t^{۲} + ۸ \Rightarrow \frac{۱}{۲}t^{۲} - vt + ۸ = ۰$$ این معادله باید ریشه داشته باشد.

$$\Rightarrow \Delta \geqslant ۰ \Rightarrow v^{۲} - ۱۶ \geqslant ۰ \Rightarrow v \geqslant \pm ۴ \Rightarrow v_{\min} = ۴\frac{m}{s}$$

۱۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. متحرک از سرعت صفر از A شروع به حرکت می‌کند و پس از زمان $t_۱$ در B به سرعت v_B می‌رسد و سپس حرکت خود را کند کرده و در C به سرعت صفر می‌رسد.



$$\left.\begin{aligned} V_{B}^{۲} - ۰ = ۲a_۱\Delta x_۱ \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{V_{B}^{۲}}{۲\times ۱} = \frac{V_{B}^{۲}}{۲} \\ ۰^{۲} - V_{B}^{۲} = ۲a_۲\Delta x_۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = \frac{-V_{B}^{۲}}{۲\times\left(-\frac{۱}{۳}\right)} = \frac{۳}{۲}V_{B}^{۲} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۲۰۰$$

$$\frac{V_{B}^{۲}}{۲} + \frac{۳}{۲}V_{B}^{۲} = ۲۰۰ \Rightarrow V_{B}^{۲} = ۱۰۰ \Rightarrow V_B = ۱۰\frac{m}{s}$$

$$V_c = V_B + a_۲t_۲ \Rightarrow ۰ = ۱۰ - \frac{۱}{۳}\times t_۲ \Rightarrow t_۲ = ۳۰(s)$$

۱۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. خودرو را متحرک (۱) و کامیون را متحرک (۲) و محل شروع حرکت (چراغ) را مبدأ مختصات در نظر می‌گیریم. معادله‌های حرکت خودرو کامیون برابر است با:

$$x_۱ = \frac{۱}{۲}\mathrm{at}^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow x_۱ = \frac{۱}{۲}t^۲$$

$$x_۲ = v(t-۴) \Rightarrow x_۲ = ۹(t-۴)$$

در لحظه‌ای که خودرو از کامیون سبقت می‌گیرید، مکان آن‌ها برابر است، بنابراین:

$$x_۱ = x_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}t^۲ = ۹(t-۴) \Rightarrow t^۲ - ۱۸t + ۷۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۶s \\ t = ۱۲s \end{cases}$$

در لحظهٔ $t = ۶s$، کامیون به خودرو می‌رسد و از آن سبقت می‌گیرید و در لحظهٔ $t = ۱۲s$ خودرو به کامیون می‌رسد و از آن سبقت می‌گیرد.

۱۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گام اول: فرض می‌کنیم مکان اولیه‌ی متحرک B برابر $x_۰$ باشد، بنابراین مکان اولیه‌ی متحرک A برابر $x_۰ + ۱۸$ می‌باشد و معادله‌ی حرکت دو متحرک برابر است با:

$$x = \frac{۱}{۲}\mathrm{at}^۲ + v_۰t + x_۰ \xrightarrow{v_۰=۰} \begin{cases} x_A = \frac{۱}{۲}(۲)\,t^۲ + (x_۰ + ۱۸) \\ x_B = \frac{۱}{۲}(۶)\,t^۲ + (x_۰) \end{cases}$$

گام دوم: هنگامی که دو متحرک به یک‌دیگر می‌رسند، مکان آن‌ها یکسان است و داریم:

$$x_A = x_B$$

$$t^۲ + (x_۰ + ۱۸) = ۳\mathrm{t}^۲ + x_۰$$

$$۱۸ = ۲\mathrm{t}^۲ \Rightarrow t = ۳\mathrm{s}$$

۱۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

ابتدا سرعت‌های اولیه‌ی دو خودرو را به متر بر ثانیه تبدیل می‌کنیم:

$$v_{۰_A} = -۷۲\ \frac{\text{km}}{h} \times \frac{۱۰^{۳}\ m}{۱\text{km}} \times \frac{۱\text{h}}{۳۶۰۰\text{s}} = -۲۰\ \frac{m}{s}$$

$$v_{۰_B} = -۵۷/۶\ \frac{\text{km}}{h} \times \frac{۱۰^{۳}\ m}{۱\text{km}} \times \frac{۱\text{h}}{۳۶۰۰\text{s}} = +۱۶\ \frac{m}{s}$$

حال معادله‌ی مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت را برای دو خودرو می‌نویسیم:

$$x = \frac{۱}{۲}\,\text{a}\text{t}^{۲} + v_{۰}t + x_{۰} \Rightarrow \begin{cases} x_A = \frac{۱}{۲(۶)}\,t^{۲} + (-۲۰)\,t + ۱۰۰ \\ \quad \Rightarrow x_A = ۳\text{t}^{۲} - ۲۰\text{t} + ۱۰۰ \\ x_B = \frac{۱}{۲(-۲)}\,t^{۲} + (۱۶)\,t + ۲۸ \\ \quad \Rightarrow x_B = -t^{۲} + ۱۶\text{t} + ۲۸ \end{cases}$$

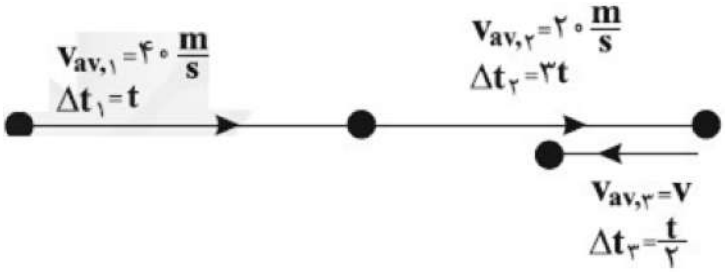
هنگامی دو متحرک از کنار هم عبور می‌کنند که مکان‌های آن با هم یکسان شود، لذا داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow ۳\text{t}^{۲} - ۲۰\text{t} + ۱۰۰ = -t^{۲} + ۱۶\text{t} + ۲۸ \Rightarrow ۴\text{t}^{۲} - ۳۶\text{t} + ۷۲ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t_{۱} = ۳\text{s} \\ t_{۲} = ۶\text{s} \end{cases}$$

در نتیجه دو خودرو برای دومین بار در لحظه‌ی $t_{۲} = ۶\text{s}$ از کنار هم عبور می‌کنند. حال کافی است که جابه‌جایی خودرو B در این ۶ ثانیه را محاسبه کنیم تا به خواسته‌ی سؤال برسیم:

$$\Delta\text{x} = \frac{۱}{۲}\,\text{a}\text{t}^{+v_{۰}}t \Rightarrow \Delta\text{x}_B = \frac{۱}{۲} \times -۲ \times (۶)^{۲} + ۱۶(۶) = ۶۰\text{m}$$

۱۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شکلی مطابق زیر از حرکت رسم کرده‌ایم:



ابتد مسافت کلی طی شده توسط متحرک را به دست می‌آوریم:

$$l=|\Delta x_1|+|\Delta x_2|+|\Delta x_3|=|v_{av,1}\Delta t_1|+|v_{av,2}\Delta t_2|+|v_{av,3}\Delta t_3|$$
$$\Rightarrow l=|40\times t|+|20\times 3t|+\left|v\left(\frac{t}{2}\right)\right|=100t+\frac{|v|\,t}{2}$$

مدت زمان کل حرکت نیز برابر است با:

$$\Delta t_{\text{کل}}=t+3t+\frac{t}{2}=\frac{9t}{2}\Rightarrow s_{av}(\text{کل})=\frac{l\ \text{کل}}{\Delta t\ \text{کل}}=\frac{100t+\frac{|v|t}{2}}{\frac{9t}{2}}=\frac{200+|v|}{9}$$

از طرف دیگر جابه‌جایی انجام شده توسط متحرک در $4t$ ثانیه اول برابر است با:

$$\Delta x'=\Delta x_1+\Delta x_2=(40\times t)+(20\times 3t)+(20\times 3t)\ 100t$$

مدت زمان این بازه نیز چنین است:

$$\Delta t'=t+3t=4t$$
$$\Rightarrow v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{100t}{4t}=25\frac{m}{s}$$

براساس صورت سوال:

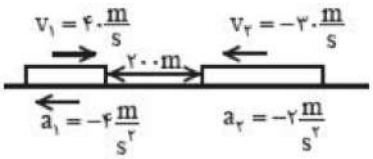
$$s_{av\,(\text{کل})}=\frac{16}{15}\times v_{av}=\frac{16}{15}\times 25=\frac{80}{3}\Rightarrow\frac{200+|v|}{9}=\frac{80}{3}\Rightarrow|v|=40\frac{m}{s}$$

۱۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left.\begin{array}{l}\Delta x_A=vt=20t\\ \Delta x_B=\frac{1}{2}at^2+v_0t=\frac{1}{2}(2)t^2+10t\end{array}\right\}\Rightarrow\Delta x_A=\Delta x_B$$
$$20t=t^2+10t\Rightarrow 10t=t^2\Rightarrow t=10(s)$$

۱۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\Delta x_1=\left|\frac{0-v_0^2}{2a}\right|=\frac{40^2}{8}=200\text{m}$$
$$\Delta x_2=\frac{30^2}{4}=225m$$
$$\Delta x_{\text{کل}}=425-(200+120+80)=25\text{m}$$



۱۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در ۱۰ ثانیهٔ ابتدایی حرکت، جابه‌جایی متحرک برابر است با:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = \frac{1}{2}\times 2\times 10^2 \Rightarrow \Delta x_1 = 100m$$

بعد از دیدن مانع توسط راننده، او به مدت t' ثانیه در ترمز گرفتن تأخیر دارد و طی این مدت، حرکت را مطابق با ۱۰s ابتدایی حرکت ادامه می‌دهد.

$$v_{10} = a_1 t_1 = 2\times 10 \Rightarrow v_{10} = 20\frac{m}{s}$$

$$\Delta x_2 = \frac{1}{2}a_1 t'^2 + v_{10}t' = \frac{1}{21}\times 2\times t'^2 + 20t' \Rightarrow \Delta x_2 = t'^2 + 20t'$$

سه ثانیه بعد از ترمز کردن با شتاب ثابت $a_2 = -3/5a_1 = -3/5\times 2 = -7\frac{m}{s^2}$، متحرک درست در جلوی مانع متوقف می‌شود. داریم:

$$\Delta x_3 = -\frac{1}{2}a_2 t_2^2 + v_{\text{نهایی}}t_2 \xrightarrow{v_{\text{نهایی}}=0} \Delta x_3 = -\frac{1}{2}\times(-7)\times 3^2 + 0 \Rightarrow \Delta x_3 = 31/5m$$

حال با توجه به طول مسیر، داریم:

$$\Delta x_{\text{کل}} = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 \Rightarrow 141/75 = 100 + r'^2 + 20t' + 31/5$$

$$\Rightarrow t'^2 + 20t' - 10/25 = 0 \Rightarrow t' = 0/5s$$

۱۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا مدت زمانی که طول می‌کشد سرعت قطار B به $40\frac{m}{s}$ برسد را محاسبه می‌کنیم.

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{40}{4} = 10s$$

در این مدت، قطار A مسافت $\Delta x = 30\times 10 = 300\text{m}$ را طی می‌کند و قطار B مسافت $\Delta x = \left(\frac{40+0}{2}\right)10 = 200\ m$ را طی می‌کند. برای اینکه قطار B کاملاً از A عبور کند باید انتهای قطار B مجاور ابتدای قطار A قرار گیرد.

$$x_A = x_B$$

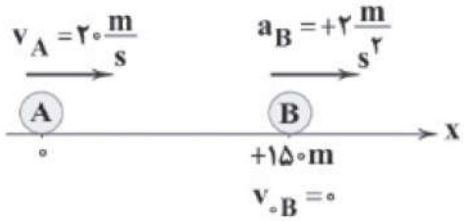
$$40t' = 30t' + 400$$

$$t' = 40\text{s}$$

$$t = 10 + 40 = 50\text{s}$$

۲۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. لحظه‌ای که متحرک A به فاصله‌ی ۱۵۰ متری متحرک B می‌رسد را $t_0 = 0$ فرض می‌کنیم و مکان متحرک A را در این لحظه مبدأ مختصات محور x فرض می‌کنیم. معادله‌ی حرکت دو متحرک را می‌نویسیم:

$$v_A = \frac{72}{3/6}\frac{m}{s} = 20\frac{m}{s}$$



$$x_A = v_A t + \cancel{x_0} \Rightarrow x_A = 20t$$

$$x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + \cancel{v_{0B}t} + x_{0_B} \Rightarrow x_B = t^2 + 150$$

برای محاسبه‌ی فاصله‌ی بین دو متحرک می‌توان نوشت:

$$x_B - x_A = t^2 + 150 - 20t = t^2 - 20t + 100 + 50 = (t-10)^2 + 50$$

حداقل مقدار $(t-10)^2$ برابر صفر است $(t = 10s)$، بنابراین کم‌ترین مقدار $x_B - x_A$ (فاصله‌ی بین دو متحرک) برابر $50m$ می‌باشد.

۲۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

حرکت با شتاب ثابت A : $a_A = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{۱۲}{۳} = ۴\ \frac{m}{s^۲}$; $V_{۰A} = -۸\ \frac{m}{s}$

$x_A = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_۰t + x_۰ = ۲t^۲ - ۸t + x_۰ = ۲t^۲ - ۸t - ۵$

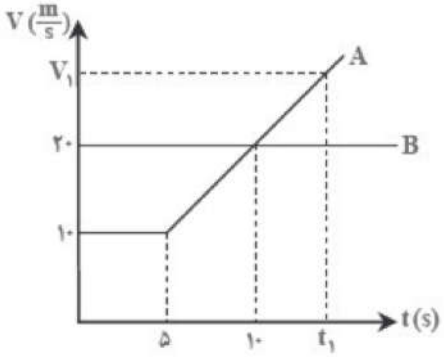
$x_B = Vt + x_۰ = ۴t - ۵$

فاصلهٔ دو متحرک : $|x_A - x_B| = ۳۲ \Rightarrow |۲t^۲ - ۸t - ۴t| = ۳۲ \Rightarrow |۲t^۲ - ۱۲t| = ۳۲$

$\Rightarrow ۲t^۲ - ۱۲t = \pm ۳۲ \Rightarrow t^۲ - ۶t \pm ۱۶ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} (t-۳)^۲ = ۲۵ \Rightarrow t - ۳ = \pm ۵ \Rightarrow t = ۸s \\ (t-۳)^۲ = -۷ \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$

۲۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به هم رسیدن دو متحرک یعنی A و چون از یک محل شروع می‌کنند یعنی $\Delta x_A = \Delta x_B$، پس باید مساحت زیر نمودار $V_۱$ آن‌ها برابر باشد.

اگر در شکل مقابل $t_۱$ زمان به هم رسیدن آن‌ها باشد، لازم است مساحت زیر دو نمودار از $t = ۰$ تا $t = t_۱$ با یک‌دیگر مساوی باشد.



$S_B = ۲۰t_۱$ $\qquad a_A = \frac{۲۰-۱۰}{۱۰-۵} = ۲\ \frac{m}{s^۲}$

$V_۱ = ۲۰ + (t_۱ - ۱۰)\times ۲ = ۲t_۱$

$S_A = ۵۰ + \frac{۱۰+V_۱}{۲} \times (t_۱ - ۵)$

$\Rightarrow S_A = ۵۰ + (۵ + t_۱)(t_۱ - ۵) = t_۱^۲ + ۲۵$

$S_A = S_B \Rightarrow t_۱^۲ + ۲۵ = ۲۰t_۱ \Rightarrow t_۱^۲ - ۲۰t_۱ + ۲۵ = ۰ \Rightarrow t_۱ = ۱۰ + \sqrt{۷۵} = ۱۰ + ۵\sqrt{۳}s$

$x_A = x_B = ۱۰۰ + ۲۰(۱۰ + ۵\sqrt{۳}) = ۳۰۰ + ۱۰۰\sqrt{۳}m$

۲۳ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. مبدأ مکان را محل اولیه‌ی موتور در نظر می‌گیریم و معادله‌ی حرکت را برای اتومبیل (۱) و موتور (۲) می‌نویسیم:

$x_۱ = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_۰t + x_۰ = \frac{۱}{۲}\times ۴ \times t^۲ + (۰ \times t) + ۱۰۰ = ۲t^۲ + ۱۰۰$

$x_۲ = Vt + x_۰ = ۱۲t$

$\Delta x = ۲t^۲ + ۱۰۰ - ۱۲t$

برای کمینه شدن این تابع باید مشتق آن را برابر صفر قرار دهیم:

$\Delta x' = ۴t - ۱۲ = ۰ \Rightarrow t = ۳s$

$\Delta x_{min} = ۲\times ۳^۲ + ۱۰۰ - ۱۲\times ۳ = ۸۲\ m$

۲۴ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار، چون شیب نمودار بین دو لحظه‌ی $۲s$ و $۶s$ برای دو متحرک A و B یکسان است، بنابراین سرعت متوسط متحرک A که با شتاب ثابت در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، بین دو لحظه‌ی $۲s$ و $۶s$ برابر با سرعت ثابت متحرک B است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$v_A = a_A t + v_{۰A} \Rightarrow \begin{cases} v_{۱A} = ۲\times ۲ + ۰ = ۴\frac{m}{s} \\ v_{۲A} = ۲\times ۶ + ۰ = ۱۲\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\overrightarrow{v}A = \frac{v_{۱A} + v_{۲A}}{۲} = \frac{۴ + ۱۲}{۲} = ۸\frac{m}{s} \Rightarrow v_B = \overrightarrow{v}A = ۸\frac{m}{s}$$

۲۵ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. روش اول: اگر جهت حرکت اتومبیل اول را به‌عنوان جهت مثبت و مکان آن در لحظه‌ی تغییر سرعت را به‌عنوان مبدأ مختصات انتخاب کنیم و معادله‌ی حرکت هریک از اتومبیل‌ها را بنویسیم، داریم:

$$x_۱ = \frac{۱}{۲}a_۱t^۲ + v_{۰۱}t + x_{۰۱} \Rightarrow x_۱ = \frac{۱}{۲}\times ۳t^۲ + ۱۰t + ۰$$

$$\Rightarrow x_۱ = \frac{۳}{۲}t^۲ + ۱۰t$$

$$x_۲ = \frac{۱}{۲}a_۲t^۲ + v_{۰۲}t + x_{۰۲} \Rightarrow x_۲ = \frac{۱}{۲}\times ۱\times t^۲ - ۲۰t + ۱۰۰۰ \Rightarrow x_۲ = \frac{۱}{۲}t^۲ - ۲t + ۱۰۰$$

در لحظه ای که دو متحرک به هم می‌رسند، مکان آن‌ها یکسان می‌شود، بنابراین داریم:

$$x_۱ = x_۲ \Rightarrow \frac{۳}{۲}t^۲ + ۱۰t = \frac{۱}{۲}t^۲ - ۲۰t + ۱۰۰۰t^۲ + ۳۰t - ۱۰۰۰ = ۰ \Rightarrow (t + ۵۰)(t - ۲۰) = ۰$$

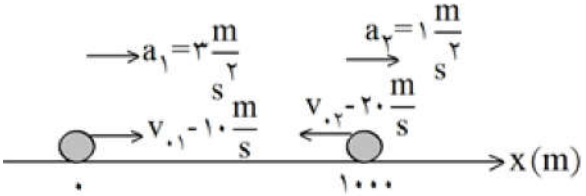
$$\Rightarrow \begin{cases} t = ۲۰s & \text{ق ق} \\ t = -۵۰s & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

روش دوم: با استفاده از سرعت و شتاب نسبی، حرکت نسبی آن‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$\left.\begin{array}{c} v_{۰\text{نسبی}} = v_{۰۱} + v_{۰۲} = ۱۰ + ۲۰ = ۳۰\frac{m}{s} \\ a_{\text{نسبی}} = a_۲ + a_۱ = ۳ - ۱ = ۲\frac{m}{s^۲} \\ \Delta x_{\text{نسبی}}\ ۱۰۰۰m \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta x_{\text{نسبی}} = \frac{۱}{۲}a_{\text{نسبی}}t^۲ + v_{۰\text{نسبی}}t$$

$$\Rightarrow ۱۰۰۰ = \frac{۱}{۲}\times ۲\times t^۲ + ۳۰t \Rightarrow t^۲ + ۳۰t - ۱۰۰۰ = ۰$$

$$\Rightarrow (t + ۵۰)(t - ۲۰) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۲۰s & \text{ق ق} \\ t = -۵۰s & \text{غ ق ق} \end{cases}$$



۱	۱	۲	۳	**۴**
۲	۱	**۲**	۳	۴
۳	۱	۲	**۳**	۴
۴	۱	**۲**	۳	۴
۵	۱	۲	**۳**	۴
۶	**۱**	۲	۳	۴
۷	۱	۲	**۳**	۴
۸	۱	**۲**	۳	۴
۹	۱	**۲**	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	**۴**
۱۱	۱	۲	۳	**۴**
۱۲	۱	۲	۳	**۴**
۱۳	۱	۲	**۳**	۴
۱۴	۱	**۲**	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	**۴**
۱۶	۱	۲	**۳**	۴
۱۷	۱	۲	**۳**	۴
۱۸	۱	**۲**	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	**۴**
۲۰	۱	۲	**۳**	۴
۲۱	**۱**	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	**۳**	۴
۲۳	**۱**	۲	۳	۴
۲۴	**۱**	۲	۳	۴
۲۵	۱	**۲**	۳	۴