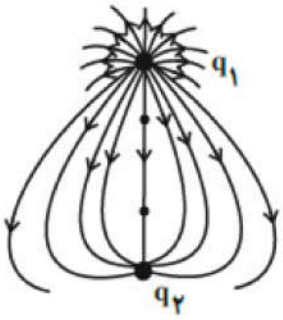
**نام دبیر :** مهندس مهدی باباخانی

**عنوان آزمون :** هومورک۳ ساکن

۱ در شکل مقابل که خطوط میدان الکتریکی را اطراف دو بار الکتریکی نقطه‌ای نشان می‌دهد، کدام گزینه صحیح است؟




۱) $q_۱ < ۰$ و $q_۲ > ۰$ و $|q_۱| > |q_۲|$

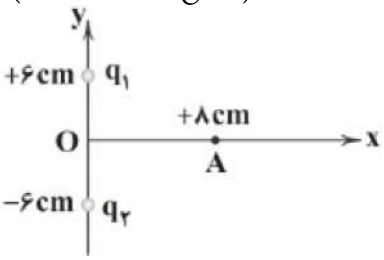
۲) $q_۱ > ۰$ و $q_۲ < ۰$ و $|q_۱| > |q_۲|$

۳) $q_۱ > ۰$ و $q_۲ < ۰$ و $|q_۱| = |q_۲|$

۴) $q_۱ > ۰$ و $q_۲ < ۰$ و $|q_۱| < |q_۲|$

۲ در شکل زیر $q_۱ = -q_۲ = +۵\mu C$ است. برایند میدان‌های الکتریکی در نقطه‌ی A برحسب بردارهای یکه چند نیوتون بر کولن است؟

$\left(k = ۹\times۱۰^{۹}\ \frac{N.m}{C^۲}\right)$



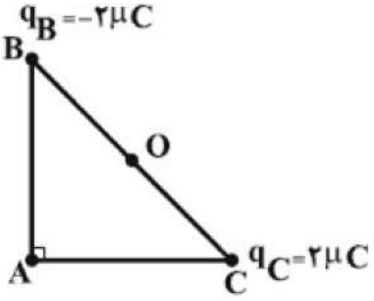

۱) $+۵۴\times۱۰^{۵}\vec{i}$

۲) $-۵۴\times۱۰^{۵}\vec{j}$

۳) $+۷۲\times۱۰^{۵}\vec{i}$

۴) $-۷۲\times۱۰^{۵}\vec{j}$

۳ مطابق شکل، دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_B = -۲\mu C$ و $q_C = +۲\mu C$ در دو رأس B و C از مثلث قائم‌الزاویهٔ متساوی الساقین ABC قرار دارند. اندازهٔ میدان الکتریکی برایند حاصل از این دو بار در نقطهٔ O (وسط ضلع BC) چند برابر اندازهٔ میدان الکتریکی برایند در رأس A است؟



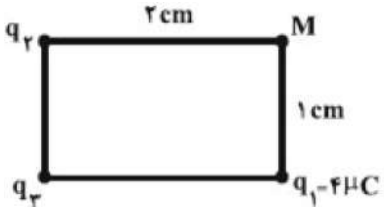

۱) $۴\sqrt{۲}$

۲) $۲\sqrt{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۴}$

۴) $\sqrt{۲}$

**۴** مطابق شکل زیر، سه بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۱$، $q_۲$ و $q_۳$ در سه رأس مستطیلی ثابت شده‌اند. اگر برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از این سه بار در نقطهٔ M برابر با صفر باشد، $q_۲$ چند میکروکولن است؟




۱) -۱۶ ۲) ۴ ۳) ۳۲ ۴) -۸

**۵** در شکل مقابل، میدان الکتریکی حاصل از دو بار در نقطه‌ی $M$، بردار $\vec{E}$ است. اگر اندازه‌ی بار $q_۱$ دو برابر شود، میدان در $M$ بردار $-\vec{E}$ می‌شود. $\frac{q_۲}{q_۱}$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) -۶ ۳) $\frac{۳}{۸}$ ۴) $-\frac{۳}{۸}$

**۶** دو بار الکتریکی $q_۱$ و $q_۲$ در فاصلهٔ معینی از هم قرار دارند و شدت میدان الکتریکی در نقطهٔ M وسط دو بار برابر $\vec{E}$ است. اگر اندازه بار $q_۱$ را ۲ برابر کنیم، شدت میدان در همان نقطه $\frac{-\vec{E}}{۲}$ می‌شود. نسبت $\frac{q_۱}{q_۲}$ کدام است؟

۱) $+۰/۳$ ۲) $+۰/۶$ ۳) $-۰/۳$ ۴) $-۰/۶$

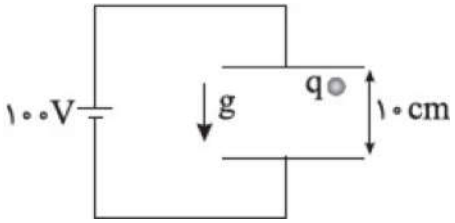
**۷** اندازه‌ی برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲$ که در فاصله‌ی $r$ از یکدیگر قرار دارند، در نقطه‌ی $M$ واقع در بین دو بار که فاصله‌ی آن از بار $q_۱$ برابر $\frac{r}{۳}$ است، برابر $E$ می‌باشد. اگر بار $q_۱$ را حذف کنیم، اندازه‌ی میدان الکتریکی در این نقطه برابر $\frac{E}{۴}$ و در همان جهت قبلی می‌شود، حاصل $\frac{q_۲}{q_۱}$ برابر کدام گزینه است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $-\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $-\frac{۱}{۳}$

**۸** در آزمایش قطرهٔ روغن میلیکان، قطرهٔ روغنی به جرم $۴۳/۲\times۱۰^{-۱۷}\,kg$ را درنظر بگیرید که در فضای بین دو صفحهٔ فلزی موازی و افقی معلق است اگر بین این صفحات میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $۴/۵\times۱۰^{۳}\,\frac{N}{C}$ و رو به بالا برقرار باشد، این قطره باید ..... الکترون ..... باشد و جهت نیروی الکتریکی وارد به قطره از طرف میدان رو به ..... است. $\left(g=۱۰\frac{N}{kg}, e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}\,C\right)$

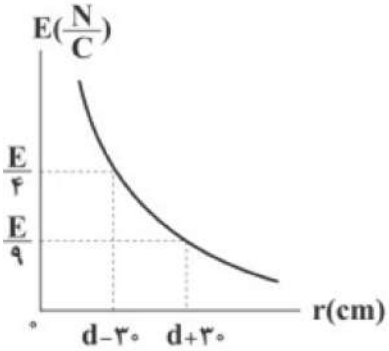
۱) ۶ - گرفته - پایین ۲) ۶ - از دست داده - بالا ۳) ۷۲ - گرفته - پایین ۴) ۷۲ - از دست داده - بالا

۹) در شکل مقابل ذره‌ای به جرم $۲mg$ و بار الکتریکی $q$ را بین دو صفحه فلزی از حالت سکون رها می‌کنیم. ذره با شتاب $۵\frac{m}{s^۲}$ به طرف پایین شروع به حرکت می‌کند. بار $q$ چند میکروکولن است؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)




۱) $-۱۰^{-۸}$ ۲) $-۱۰^{-۲}$ ۳) $۱۰^{-۲}$ ۴) $۱۰^{-۸}$

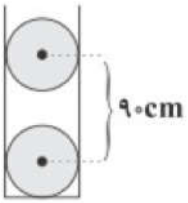
۱۰) نمودار تغییرات اندازه‌ی میدان الکتریکی حاصل از بار الکتریکی نقطه‌ای $q = +۲\mu C$ برحسب فاصله از آن مطابق شکل است. به ترتیب (از راست به چپ) $d$ چند سانتی‌متر و $E$ چند نیوتون بر کولن است؟ ($K = ۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^۲}{C^۲}$)




۱) $۵۰\times۱۰^{۳} - ۱۵۰$ ۲) $۵۰\times۱۰^{۳} - ۳۰۰$ ۳) $۴۰\times۱۰^{۳} - ۱۵۰$ ۴) $۴۰\times۱۰^{۳} - ۳۰۰$

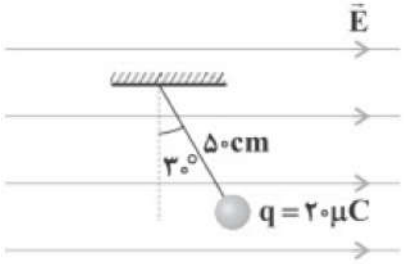
۱۱) مطابق شکل زیر، مراکز دو گوی مشابه، هر یک به جرم $۴۰g$ که بار الکتریکی یکسان $+q$ در هر یک از آن‌ها به طور یکنواخت توزیع شده است، در فاصله‌ی ۹۰ سانتی‌متری از هم قرار دارند و گوی بالایی به حالت معلق مانده است. چند درصد از بار الکتریکی گوی بالایی را کاهش دهیم تا پس از رسیدن به تعادل الکتروستاتیکی، فاصله‌ی مرکز گوی‌ها از هم ۳۰ سانتی‌متر کاهش یابد؟ (اصطکاک گوی‌ها با جداره‌ی استوانه‌ی شیشه‌ای ناچیز است،

($k = ۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^۲}{C^۲}$ و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)



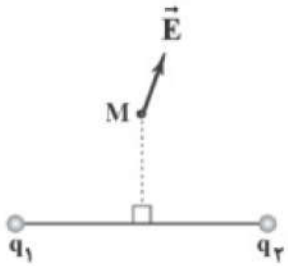

۱) ۶۰ ۲) ۵۰ ۳) $\frac{۵۰۰}{۹}$ ۴) $\frac{۵۰۰}{۳}$

۱۲ مطابق شکل، گلوله‌ای که دارای بار الکتریکی $۲۰\mu C$ است، با نخ سبکی آویخته شده است و درون میدان الکتریکی یکنواخت افقی $\vec{E}$ به حالت تعادل قرار دارد. اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی بین نقاط ابتدا و انتهای نخ برابر $۲۵۰V$ باشد، جرم گلوله چند گرم است؟ $(g = ۱۰ \frac{N}{kg})$



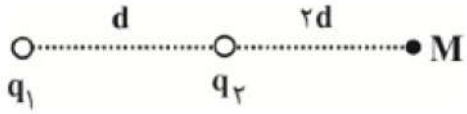

۱) $۲\sqrt{۳}$ ۲) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۳ در شکل مقابل، نقطه‌ی $M$ روی عمودمنصف پاره‌خط واصل دو بار $q_۱$ و $q_۲$ است. اگر برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار در نقطه‌ی $M$ در جهت نشان داده‌شده باشد، بار $q_۱$ .....، بار $q_۲$ ..... و اندازه‌ی بار $q_۱$ ..... از اندازه‌ی بار $q_۲$ است. (به ترتیب از راست به چپ)




۱) مثبت، منفی، بیشتر ۲) مثبت، مثبت، بیشتر ۳) مثبت، مثبت، کم‌تر ۴) مثبت، منفی، کم‌تر

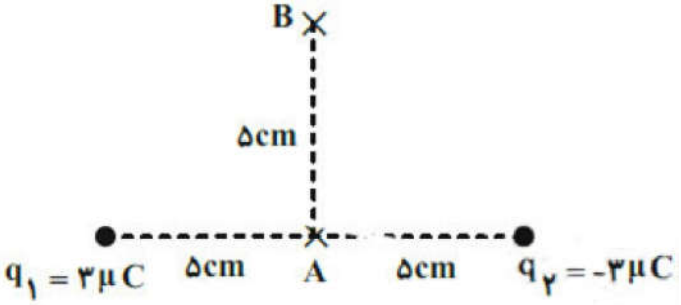
۱۴ در شکل مقابل، میدان الکتریکی برایند حاصل از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ در نقطه‌ی M برابر با $\vec{E}$ است. اگر بار نقطه‌ای $q_۱$ را دو برابر کنیم و بار نقطه‌ای $q_۲$ را به اندازه‌ی d به سمت راست منتقل کنیم، میدان الکتریکی برایند در این نقطه $-۲\vec{E}$ می‌شود. نسبت $\frac{q_۲}{q_۱}$ کدام است؟




۱) $-\frac{۸}{۲۷}$ ۲) $-\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۸}{۲۷}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۱۵) در شکل مقابل بزرگی میدان الکتریکی برایند ناشی از بارهای الکتریکی نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲$ در نقطه‌ی A چند برابر نقطه‌ی B است؟

$\left(k = ۹\times۱۰^{۹}\ \frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}\right)$




۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $۲\sqrt{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۴

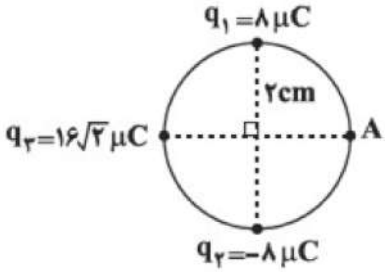
۱۶) به ذره‌ای به جرم $۲\ mg$ بار الکتریکی $۳۰\mu_C$ می‌دهیم و آن‌را در میدان الکتریکی با شدت $۲\times۱۰^{۳}\ \frac{N}{C}$ رها می‌کنیم. اگر فقط نیروی الکتریکی بر ذره وارد شود، سرعت ذره، $۵s$ پس از رها شدن چند متر بر ثانیه است؟

۱) $۵/۱\times۱۰^{۳}$ ۲) $۵/۷\times۱۰^{۳}$ ۳) $۷/۵\times۱۰^{۳}$ ۴) $۱۵\times۱۰^{۳}$

۱۷) در شکل زیر، برایند میدان الکتریکی حاصل از دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲$ در نقطه‌ی $O$ برابر $\vec{E}$ است. اگر بار $q_۱$ را خنثی کنیم، میدان الکتریکی برایند در نقطه‌ی $O$ برابر با $-\vec{E}$ می‌شود. $\frac{q_۲}{q_۱}$ برابر کدام گزینه است؟

۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) -۲ ۴) $-\frac{۱}{۲}$

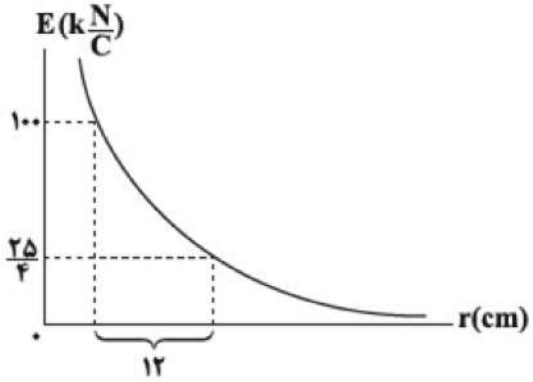
۱۸) در شکل مقابل سه بار الکتریکی نقطه‌ای در جای خود بر روی محیط یک دایره ثابت شده‌اند. برایند میدان‌های الکتریکی ناشی از آن‌ها در نقطه A چند $\frac{kN}{C}$ و جهت آن به کدام سمت است؟ $\left(k = ۹\times۱۰^{۹}\ \frac{N.m^{۲}}{C^{۲}}\right)$




۱) $۱۸\times۱۰^{۷}$، ↘ ۲) $۱۸\times۱۰^{۷}$، → ۳) $۱۸\times۱۰^{۴}$، ↘ ۴) $۱۸\times۱۰^{۴}$، →

۱۹) نمودار میدان الکتریکی حاصل از یک بار الکتریکی نقطه‌ای به جرم $4\ mg$ برحسب فاصله از آن، مطابق شکل مقابل است. اگر این بار در یک میدان الکتریکی یک‌نواخت قائم به بزرگی E به حالت تعادل قرار داشته باشد، E چند $\frac{N}{C}$ است؟

$$\left(g = 10\frac{N}{kg}, k = 9\times10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2}\right)$$

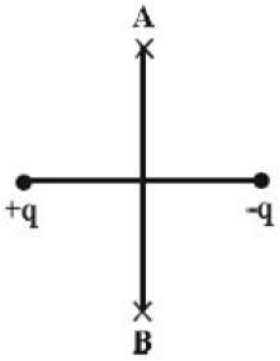



۱) ۲۵۰۰ ۲) ۲۲۵۰ ۳) ۱۲۵ ۴) ۱۲۵۰

۲۰) دو بار الکتریکی $q_1 = 80\mu C$ و $q_2 = -50\mu C$ در فاصله‌ی d از هم قرار دارند، و بزرگی برآیند میدان الکتریکی حاصل از دو بار در وسط فاصله‌ی آن‌ها برابر با $E_1$ است. اگر ۲۵ درصد از بار $q_1$ را برداریم و به بار $q_2$ منتقل کنیم، برآیند میدان‌های الکتریکی در وسط این دو بار $E_2$ می‌شود. $\frac{E_2}{E_1}$ کدام است؟

۱) $\frac{۹}{۱۳}$ ۲) $\frac{۱۳}{۹}$ ۳) $\frac{۹}{۲۰}$ ۴) $\frac{۲۰}{۹}$

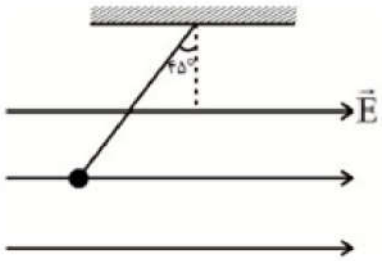
۲۱) در شکل زیر اگر بر روی عمودمنصف خط واصل دو بار از نقطه‌ی A تا B جابه‌جا شویم، اندازه‌ی میدان الکتریکی برایند چگونه تغییر می‌کند؟




۱) همواره افزایش می‌یابد. ۲) همواره کاهش می‌یابد.

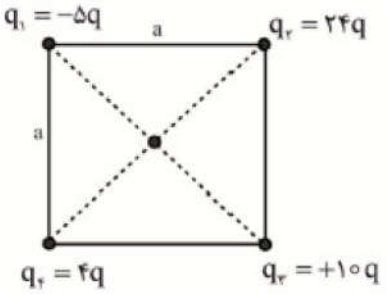
۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد. ۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

۲۲ ذره‌ای با بار الکتریکی q و جرم ۸۰ میلی‌گرم در یک میدان الکتریکی یک‌نواخت به بزرگی $۲\times ۱۰^{۳}\ \frac{N}{C}$ در حال تعادل است. بار q کدام است؟ $\left(g = ۱۰\frac{m}{s^{۲}}\right)$



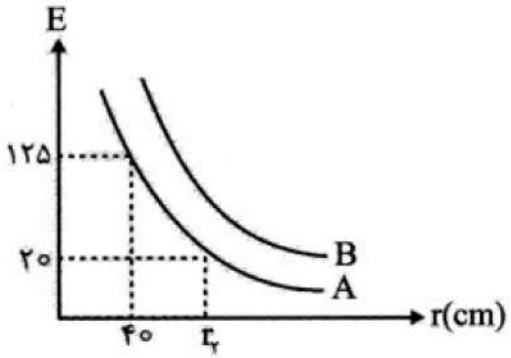

۱) $-۰/۴\mu C$ ۲) $+۰/۴\mu C$ ۳) $-۰/۴\ mC$ ۴) $+۰/۴\ mC$

۲۳ بزرگی میدان الکتریکی بار نقطه‌ای q در فاصله a از آن E است.
میدان الکتریکی خالص در مرکز مربع در شکل مقابل چند E است؟



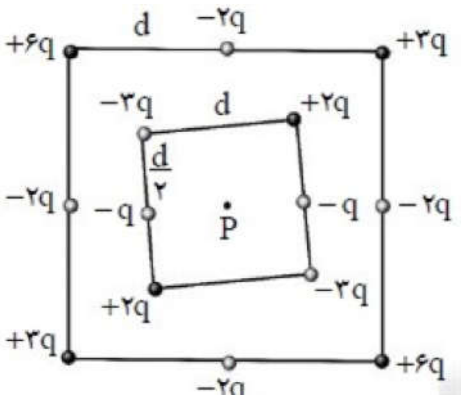

۱) ۱۲/۵ ۲) ۲۵ ۳) ۵۰ ۴) $۱۰\sqrt{۱۷}$

۲۴ نمودار تغییرات میدان برحسب فاصله از دو بار نقطه‌ای $q_A$ و $q_B$ به صورت مقابل است. در این صورت اندازه کدام بار بیشتر است و مقدار $r_۲$ برحسب سانتی‌متر کدام است؟




۱) $q_A$، ۲۵۰ ۲) $q_B$، ۲۵۰ ۳) $q_A$، ۱۰۰ ۴) $q_B$، ۱۰۰

۲۵ شکل زیر دو آرایهٔ مربعی از ذرات باردار را نشان می‌دهد. مربع‌ها که در نقطهٔ P هم‌مرکزند، هم‌ردیف نیستند. ذره‌ها روی محیط مربع با فاصلهٔ d یا $\frac{d}{۲}$ از هم قرار گرفته‌اند. کدام گزینه بزرگی میدان الکتریکی برآیند در نقطهٔ P در SI و جهت آن را به‌درستی بیان می‌کند؟




۱ صفر

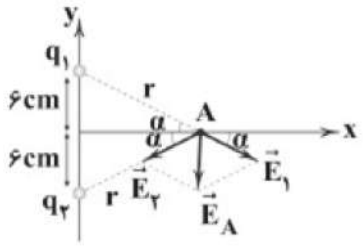
۲ $\frac{kq}{d^۲}$ ، ↗

۳ $\frac{۴kq}{d^۲}$ ، ↗

۴ $\frac{kg}{d^۲}$ ، ↙

۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که خط های میدان الکتریکی از بار $q_۱$ خارج و به بار $q_۲$ وارد شده‌اند. بنابراین $q_۱ > ۰$ و $q_۲ < ۰$ است. از طرف دیگر چون تراکم خطوط در اطراف بار $q_۱$ بیش‌تر است و خطوط میدان کم‌تر از حالت خود منحرف شده‌اند، بنابراین $|q_۱| > |q_۲|$ است.

۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فاصله‌ی هریک از بارها تا نقطه‌ی A برابر است با:

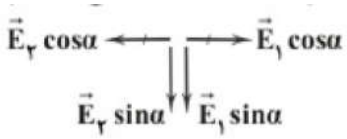



$$r = \sqrt{۶^۲ + ۸^۲} = ۱۰\,\text{cm}$$

بزرگی میدان‌های الکتریکی در نقطه‌ی A یکسان است.

$$E_۱ = E_۲ = k\frac{|q|}{r^۲} = ۹\times۱۰^{۹} \times \frac{۵\times۱۰^{-۶}}{۱۰^{-۲}} = ۴۵\times۱۰^{۵}\,\frac{N}{C}$$

با توجه به شکل زیر برای پیدا کردن برایند میدان‌ها در نقطه‌ی A می‌نویسیم:




$$\vec{E}_A = -(۲E_۱ \operatorname{Sin}\alpha)\vec{j} = -\left(۲\times۴۵\times۱۰^{۵} \times \frac{۶}{۱۰}\right)\vec{j}$$

$$\Rightarrow \vec{E}_A = -۵۴\times۱۰^{۵}\vec{j}$$

**۳** گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون مثلث متساوی‌الساقین قائم‌الزاویه است، داریم:

$$\overline{AB}=\overline{AC}=a\Rightarrow \overline{BC}=a\sqrt{۲}\Rightarrow \overline{OB}=\overline{OC}=\frac{a}{\sqrt{۲}}$$

برای نقطهٔ O داریم: $|q_B|=|q_C|\ ,\overline{OB}=\overline{OC}$

$$\Rightarrow E'_B=E'_C=k\frac{|q_B|}{\overline{OB}^{۲}}=k\frac{|q_B|}{\left(\frac{a}{\sqrt{۲}}\right)^{۲}}=\frac{۲k|q_B|}{a^{۲}}$$

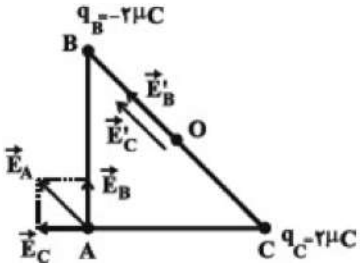
$$E_O=E'_B+E'_C=\frac{۴k|q_B|}{a^{۲}}$$

برای نقطهٔ A داریم: $|q_B|=|q_C|\ ,\overline{AB}=\overline{AC}=a$

$$\Rightarrow E_B=E_C=k\frac{|q_B|}{\overline{AB}^{۲}}=k\frac{|q_B|}{a^{۲}}$$

$$\Rightarrow E_A=E_B\sqrt{۲}=\frac{\sqrt{۲}K|q_B|}{a^{۲}}$$

بنابراین: $\Rightarrow \frac{E_O}{E_A}=\frac{\frac{۴k|q_B|}{a^{۲}}}{\frac{\sqrt{۲}k|q_B|}{a^{۲}}}=۲\sqrt{۲}$

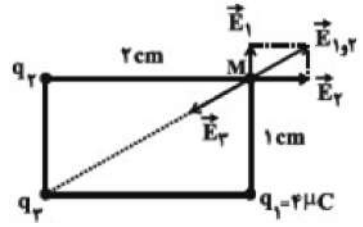



**۴** گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بار $q_۱>۰$ و برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از سه بار نقطه‌ای $q_۱$ ، $q_۲$ و $q_۳$ در نقطهٔ M برابر با صفر است، با این توضیحات الزاماً $q_۲>۰$ و $q_۳<۰$ خواهد بود.

از طرفی برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ باید در راستای قطر مستطیل باشد تا میدان الکتریکی حاصل از بار $q_۳$ را خنثی کند، بنابراین با توجه به ابعاد مستطیل، $E_۲=۲E_۱$ می‌باشد. بنابراین:

$$E_۲=۲E_۱\Rightarrow k\frac{|q_۲|}{r_۲^{۲}}=۲k\frac{|q_۱|}{r_۱^{۲}}$$

$$\xrightarrow{q_۲>۰}\frac{q_۲}{۲^{۲}}=۲\times\frac{۴}{۱^{۲}}\Rightarrow q_۲=۳۲\mu C$$



**۵** گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left.\begin{array}{l}\text{در حالت اول}: \overrightarrow{E_1}+\overrightarrow{E_2}=\overrightarrow{E} \\ \text{در حالت دوم}: 2\overrightarrow{E_1}+\overrightarrow{E_2}-\overrightarrow{E}\end{array}\right\} \xrightarrow{(+)} 3\overrightarrow{E_1}+2\overrightarrow{E_2}=0$$

$$3\overrightarrow{E_1}=-2\overrightarrow{E_2} \Rightarrow \frac{E_1}{E_2}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{|q_1|}{|q_2|}\times\left(\frac{2d}{d}\right)^2=\frac{2}{3} \Rightarrow \left|\frac{q_1}{q_2}\right|=\frac{1}{6} \Rightarrow \left|\frac{q_2}{q_1}\right|=6$$

با توجه ه اینکه میدان حاصل از دو بار در خلاف جهت هم است، پس بارها همنام هستند، پس:

$$\frac{q_2}{q_1}=6$$

**۶** گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از فرض مسأله می‌توان تشخیص داد که در هر دو حالت میدان حاصل از دو بار خلاف جهت هم بوده، ولی در حالت اول $E_2>E_1$ و در حالت دوم میدان $2q_1$ بزرگ‌تر است.

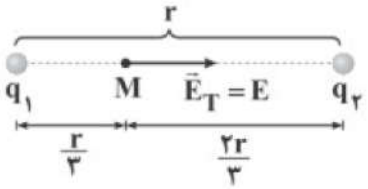
از طرفی واضح است که با ۲ برابر شدن بار $q_1$ میدان آن نیز ۲ برابر حالت اولیه می‌شود:

$$(2E_1-E_2)=\frac{1}{2}(E_2-E_1) \Rightarrow 4E_1-2E_2=E_2-E_1 \Rightarrow 5E_1=3E_2 \Rightarrow E_1=0/6E_2$$

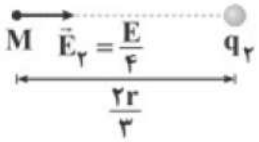
در فاصلهٔ یکسان، نسبت میدان با نسبت بار معادل است. از طرفی با توجه به خلاف جهت بودن میدان ۲ بار در نقطه‌ای بین آن‌ها، بارها الزاماً همنام‌اند: $q_1=+0/6q_2$

**۷** گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای تحلیل این سؤال، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

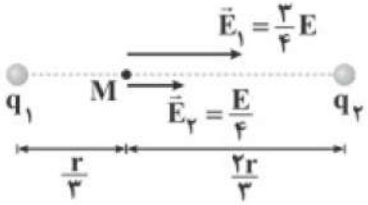
حالت اول (در حضور دو بار الکتریکی):




حالت دور (بار $q_۱$ حذف می‌شود):




در این حالت $\frac{E}{۴}$ همان میدار بار $q_۲$ می‌باشد و اگر در نقطه‌ی $M$ بار مثبت آزمون را قرار دهیم، بار $q_۲$ منفی است. از طرفی داریم:




$$\vec{E}_T = \vec{E}_۱ + \vec{E}_۲ \Rightarrow E = \vec{E}_۱ + \frac{E}{۴} \Rightarrow \vec{E}_۱ = \frac{۳}{۴}E$$

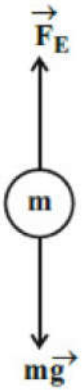
پس اندازه‌ی میدان الکتریکی حاصل از بار $q_۱$ نیز $\frac{۳}{۴}E$ و در همان جهت است و بار $q_۱$ مثبت است، چون بار مثبت آزمون واقع در $M$ را دفع کرده است.

$$\frac{E_۲}{E_۱} = \frac{|q_۲|}{|q_۱|} \times \left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲ \Rightarrow \frac{\frac{E}{۴}}{\frac{۳}{۴}E} = \frac{|q_۲|}{|q_۱|} \times \left(\frac{\frac{r}{۳}}{\frac{۲r}{۳}}\right)^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{|q_۲|}{|q_۱|} \times \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{|q_۲|}{|q_۱|} = \frac{۴}{۳} \xrightarrow{\text{بارها ناهمنام هستند}} \frac{q_۲}{q_۱} = -\frac{۴}{۳}$$

دقت کنید: اگر جهت $E$ را در شکل اصلی برعکس می‌گرفتیم، $q_۱$ منفی و $q_۲$ مثبت می‌شد، ولی در هر حال، در این $\frac{q_۲}{q_۱}$ سؤال مقداری منفی است.

**۸** گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که قطرهٔ روغن در تعادل است، داریم:




$$F_E = mg \Rightarrow E|q| = mg \Rightarrow |q| = \frac{mg}{E} = \frac{۴۳/۲\times۱۰^{-۱۶}}{۴/۵\times۱۰^{۳}} = ۹/۶\times۱۰^{-۱۹}C$$

$$|q| = ne \Rightarrow n = \frac{|q|}{e} = \frac{۹/۶\times۱۰^{-۱۹}}{۱/۶\times۱۰^{-۱۹}} = ۶$$

چون جهت نیروی الکتریکی رو به بالا است و بر بار مثبت در جهت میدان (رو به بالا) نیرو وارد می‌شود، بنابراین علامت بار قطرهٔ روغن باید مثبت باشد؛ یعنی قطره ۶ الکترون از دست داده است.

**۹** گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گام اول: بر ذره نیروهای الکتریکی و گرانش اثر می‌کند و جهت نیروی گرانش به طرف پایین است. آن را با علامت $\oplus$ در نظر می‌گیریم و می‌توان نوشت:

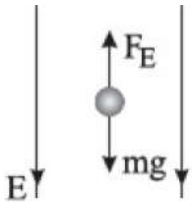
$$F_E + mg = ma \Rightarrow F_E + ۲\times۱۰^{-۶}\times۱۰ = ۲\times۱۰^{-۶}\times۵$$

$$F_E = -۱۰^{-۵}N$$

گام دوم: چون علامت $F_E$ منفی است پس می‌توان نتیجه گرفت جهت آن رو به بالا است. چون جهت میدان الکتریکی رو به پایین است می‌توان نتیجه گرفت برا منفی است.

گام سوم: اکنون از رابطه $F_E = E|q|$ و $E = \frac{\Delta V}{d}$ می‌توان مقدار $x$ را حساب کرد.

$$۱۰^{-۵} = |q| \times \frac{۱۰۰}{۰/۱} \Rightarrow |q| = ۱۰^{-۸}C \Rightarrow q = -۱۰^{-۲}\mu C$$



**۱۰** گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک ذره‌ی باردار داریم:

$$E=\frac{k\,|q|}{r^{۲}} \xrightarrow{q:\text{ثابت}} \frac{E_{۱}}{E_{۲}}=\left(\frac{r_{۲}}{r_{۱}}\right)^{۲} \Rightarrow \frac{\frac{E}{۴}}{\frac{E}{۹}}=\left(\frac{d+۳۰}{d-۳۰}\right)^{۲} \Rightarrow \frac{۹}{۴}=\left(d+\frac{۳۰}{d}-۳۰\right)^{۲}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{۳}{۲}=\frac{d+۳۰}{d-۳۰} \Rightarrow ۳\mathrm{d}-۹۰=۲\mathrm{d}+۶۰ \Rightarrow d=۱۵۰\,\mathrm{cm}$$

حال با توجه به رابطه $E=k\frac{|q|}{r^{۲}}$، بزرگی میدان الکتریکی برابر است با:

$$\begin{cases} E=\frac{E}{۴} \\ r=d-۳۰=۱۲۰\ \mathrm{cm} \end{cases} \Rightarrow \frac{E}{۴}=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{۲\times۱۰^{-۶}}{(۱۲۰\times۱۰^{-۲})^{۲}}$$

$$\Rightarrow E=\frac{۹\times۲\times۴\times۱۰^{۳}}{۱۲\times۱۲\times۱۰^{-۲}}=۰/۵\times۱۰^{۵}=۵۰\times۱۰^{۳}\ \frac{N}{C}$$

**۱۱** گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

روش اول: ابتدا بار الکتریکی هر یک از گوی‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$W=F_e \Rightarrow \mathrm{mg}=\frac{k|q|^{۲}}{r^{۲}} \Rightarrow ۴۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰=\frac{۹\times۱۰^{۹}\times|q|^{۲}}{(۹\times۱۰^{-۱})^{۲}}$$

$$\Rightarrow ۴\times۱۰^{-۱}=\frac{۹\times۱۰^{۹}\times|q|^{۲}}{۹\times۹\times۱۰^{-۲}} \Rightarrow |q|^{۲}=۳۶\times۱۰^{-۱۲} \Rightarrow |q|=۶\times۱۰^{-۶}\ C=۶\mu\mathrm{C}$$

در حالت جدید، بار گوی پایینی را $۶\mu\mathrm{C}$ و بار گوی بالایی را $q'$ در نظر می‌گیریم و با توجه به این‌که نیروی وزن و نیروی الکتریکی در حالت دوم نیز متوازن هستند، درصد تغییرات بار گوی بالایی را به صورت زیر به دست می‌آوریم:

$$W=F'_e \Rightarrow \mathrm{mg}=\frac{k\,|q|\,|q'|}{r'^{۲}} \Rightarrow ۴۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰$$

$$=\frac{۹\times۱۰^{۹}\times۶\times۱۰^{-۶}\times|q'|^{۲}}{۳۶\times۱۰^{-۲}} \Rightarrow ۴\times۱۰^{-۱}\times۳۶\times۱۰^{-۲}=۵۴\times۱۰^{۳}\times|q'|$$

$$\Rightarrow |q'|=\frac{۴\times۳۶\times۱۰^{-۳}}{۵۴\times۱۰^{۳}}=\frac{۸}{۳}\times۱۰^{-۶}\ C=\frac{۸}{۳}\,\mu\mathrm{C}$$

درصد تغییرات بار الکتریکی گوی بالایی برابر است با:

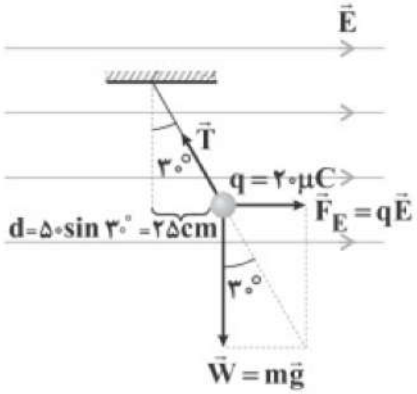
$$\frac{|q'|-|q|}{|q|}\times۱۰۰=\frac{\frac{۸}{۳}-۶}{۶}\times۱۰۰=\frac{-\frac{۱۰}{۳}}{۶}\times۱۰۰=-\frac{۱۰}{۱۸}\times۱۰۰=-\frac{۵}{۹}\times۱۰۰=\%-\frac{۵۰۰}{۹}$$

روش دوم: با توجه به این‌که نیروهای وارد بر گوی بالایی، در هر دو حالت متوازن هستند، بنابراین اندازه‌ی نیروی الکتریکی وارد بر گوی‌ها در هر دو حالت با هم برابر است. در نتیجه:

$$\frac{k|q|^{۲}}{r^{۲}}=k\frac{|q|\times|q'|}{r'^{۲}} \Rightarrow \frac{|q'|}{|q|}=\left(\frac{r'}{r}\right)^{۲}=\left(\frac{۶۰}{۹۰}\right)^{۲}=\frac{۴}{۹}$$

$$\text{درصد تغییرات بار گوی بالایی}=\frac{|q'|-|q|}{|q|} \Rightarrow \times۱۰۰=\frac{\frac{۴}{۹}|q|-|q|}{|q|}\times۱۰۰=\frac{-۵}{۹}\times۱۰۰=\%-\frac{۵۰۰}{۹}$$

**۱۲** گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل زیر، فاصله‌ی افقی ابتدا و انتهای نخ برابر $۲۵\text{cm}$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

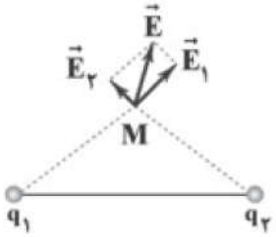



$$\Delta V = Ed \Rightarrow ۲۵۰ = E\times ۰/۲۵ \Rightarrow E = ۱۰۰۰\ \frac{N}{C}$$

$$\tan ۳۰^\circ = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{|q|E}{mg} \Rightarrow \frac{۱}{\sqrt{۳}} = \frac{۲۰\times ۱۰^{-۶}\times ۱۰۰۰}{m\times ۱۰}$$

$$\Rightarrow m = ۲\sqrt{۳}\times ۱۰^{-۳}\ \text{kg} = ۲\sqrt{۳}g$$

**۱۳** گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شکل مقابل نشان می‌دهد که بردارهای $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ باید چگونه باشند تا بردار $\vec{E}$ برایند آن‌ها شود. جهت میدان‌ها نشان می‌دهد که بارهای $q_۱$ و $q_۲$ مثبت‌اند و اندازه‌ی بار $q_۱$ نیز بیشتر از اندازه‌ی بار $q_۲$ است:

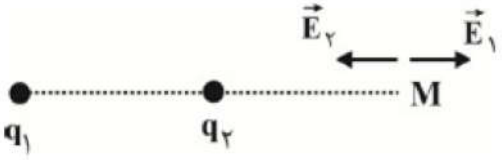



$$E_۱ > E_۲ \xrightarrow[r_۱=r_۲]{E\propto|q|} |q_۱| > |q_۲|$$

**۱۴** گزینه ۱ پاسخ صحیح است. $q_۱$ دو برابر شده، پس $\vec{E}'_۱ = ۲\vec{E}_۱$ و فاصله‌ی $q_۲$ از $M$، از $۲d$ به d کاهش یافته، پس $\vec{E}'_۲ = ۴\vec{E}_۲$ است.

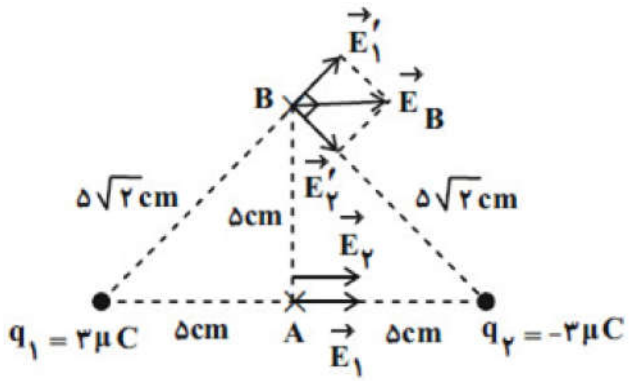
$$\begin{cases} \vec{E} = \vec{E}_۱ + \vec{E}_۲ \\ -۲\vec{E} = ۲\vec{E}_۱ + ۴\vec{E}_۲ \end{cases} \Rightarrow \vec{E}_۲ = -۲\vec{E},\ \vec{E}_۱ = ۳\vec{E}$$

یعنی دو بردار در نقطه‌ی M در خلاف جهت هم هستند. (با رسم یک شکل فرضی از بردارهای میدان در نقطه‌ی M درمی‌یابیم $q_۱$ و $q_۲$ ناهم‌نام هستند.)




$$\frac{E_۲}{E_۱} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \frac{\frac{|q_۲|}{۴d^۲}}{\frac{|q_۱|}{۹d^۲}} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \left|\frac{q_۲}{q_۱}\right| \times \frac{۹}{۴} = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \left|\frac{q_۲}{q_۱}\right| = \frac{۸}{۲۷} \xrightarrow{q_۱q_۲<۰} \frac{q_۲}{q_۱} = -\frac{۸}{۲۷}$$

**۱۵** گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در هر حالت اندازه‌ی میدان برایند را جداگانه می‌یابیم:




$$E_1 = E_2 = \frac{k|q_1|}{r_1^2} \Rightarrow E_1 = E_2$$

$$\frac{9\times10^{9}\times3\times10^{-6}}{(5\times10^{-2})^2} = 1/08\times10^{7}\ \frac{N}{C}$$

$$E_A = E_1 + E_2 = 1/08\times10^{7} + 1/08\times10^{7} = 2/16\times10^{7}\ \frac{N}{C}$$

$$E'_1 = E'_2 = \frac{k|q_1|}{r_1'^2} \Rightarrow E'_1 = E'_2 = \frac{9\times10^{9}\times3\times10^{-6}}{(5\sqrt{2}\times10^{-2}\,m)^2} = 5/4\times10^{6}\ \frac{N}{C}$$

$$E_B = \sqrt{E_1'^2 + E_2'^2} = E'_1\sqrt{2} = 5/4\sqrt{2}\times10^{6}\ \frac{N}{C}$$

$$\frac{E_A}{E_B} = \frac{2/16\times10^{7}}{5/4\sqrt{2}\times10^{6}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

**۱۶** گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$F_T = ma, F_T = qE$$

$$ma = qE \Rightarrow a = \frac{qE}{m}\begin{cases} q = 30\times10^{-6}\,C \\ m = 20\times10^{-3}\,g = 20\times10^{-6}\,kg \\ E = 2\times10^{3}\ \frac{N}{C} \end{cases}$$

$$a = \frac{30\times10^{-6}\times2\times10^{3}}{20\times10^{-6}} = \frac{60\times10^{-3}}{20\times10^{-6}} \Rightarrow a = 3\times10^{3}\ \frac{m}{s^2}$$

$$V = at + \cancel{V_0} \Rightarrow V = 3\times10^{3}\times5 = 15\times10^{3}\ \frac{m}{s}$$

**۱۷** گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق اطلاعات سؤال داریم:

$$\begin{cases} \text{حالت اول}: \vec{E}_{T_1} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \vec{E} \\ \text{حالت دوم}: \vec{E}_{T_2} = 0 + \vec{E}_2 = -\vec{E} \end{cases} \Rightarrow \vec{E}_1 - \vec{E} = \vec{E} \Rightarrow \vec{E}_1 = 2\vec{E}$$

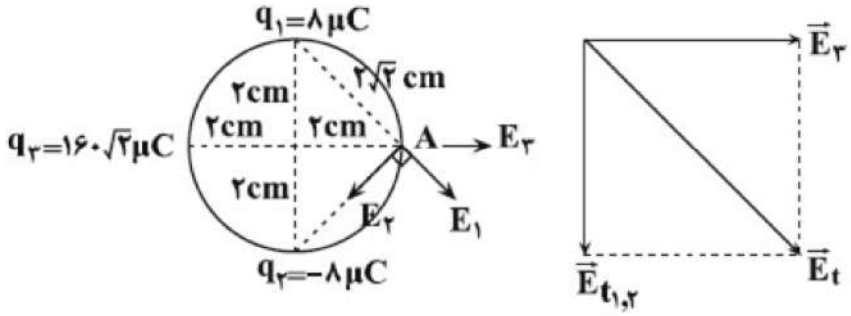
با استفاده از رابطه‌ی بزرگی میدان الکتریکی حاصل از یک ذره‌ی باردار داریم:

$$\begin{cases} E_1 = 23 = \frac{k|q_1|}{20^2} \\ E_2 = E = \frac{k|q_2|}{40^2} \end{cases} \Rightarrow 2 = \frac{|q_1| \times 16}{|q_2| \times 4} \Rightarrow \frac{|q_2|}{|q_1|} = \frac{16}{8} = 2$$

از آن‌جایی که میدان‌ها در فاصله‌ی بین دو بار، در خلاف جهت هم هستند، بنابراین هر دافعه یا جاذبه‌اند، پس هر دو بار، همنام هستند، بنابراین:

$$\frac{q_2}{q_1} = 2$$

**۱۸** گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا با توجه به خارج شدن بردار میدان الکتریکی از بار الکتریکی مثبت و وارد شدن آن به بار الکتریکی منفی، جهت میدان‌های الکتریکی ناشی از هر بار الکتریکی را روی شکل مشخص می‌کنیم:




حال بزرگی میدان‌های الکتریکی را محاسبه می‌کنیم:

$$\xrightarrow[r_1=r_2]{|q_1|=|q_2|} \left|\vec{E}_1\right| = \left|\vec{E}_2\right| = k\frac{q_1}{r_1^2} = 9\times10^9 \times \frac{8\times10^{-6}}{(2\sqrt{2}\times10^{-2})^2} = 9\times10^7 \frac{N}{C}$$

$$\left|\vec{E}_{t(1,2)}\right| = \sqrt{E_1^2 + E_2^2} = 9\sqrt{2}\times10^7 \frac{N}{C} \downarrow$$

$$\left|\vec{E}_3\right| = k\frac{q_3}{r_3^2} = 9\times10^9 \times \frac{16\sqrt{2}\times10^{-6}}{(4\times10^{-2})^2} = 9\sqrt{2}\times10^7 \frac{N}{C} \rightarrow$$

$$\left|\vec{E}_t\right| = \sqrt{E_{t(1,2)}^2 + E_3^2} = 18\times10^7 \frac{N}{C} = 18\times10^4 \frac{kN}{C} \searrow$$

**۱۹** گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی میدان الکتریکی $r_۱$ را می‌یابیم:

$$E=k\frac{q}{r^۲}\xrightarrow{r_۲=r_۱+۱۲}\frac{E_۲}{E_۱}=\left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲=\left(\frac{r_۱}{r_۱+۱۲}\right)^۲$$

$$\xrightarrow{E_۱=۱۰۰k\frac{N}{C}\ ,\ E_۲=\frac{۲۵}{۴}k\frac{N}{C}}\sqrt{\frac{\frac{۲۵}{۴}}{۱۰۰}}=\frac{r_۱}{r_۱+۱۲}\Rightarrow\frac{۱}{۴}=\frac{r_۱}{r_۱+۱۲}\Rightarrow ۳r_۱=۱۲\Rightarrow r_۱=۴\ \text{cm}$$

اکنون بار $|q|$ را پیدا می‌کنیم:

$$E=k\frac{|q|}{r^۲}\xrightarrow[r=۴\text{cm}=۴\times۱۰^{-۲}m,E=۱۰۰k\frac{N}{C}=۱۰^{۵}\frac{N}{C}]{k=۹\times۱۰^{۹}\frac{N.m^۲}{C^۲}}$$

$$۱۰^{۵}=۹\times۱۰^{۹}\times\frac{|q|}{۱۶\times۱۰^{-۴}}\Rightarrow|q|=\frac{۱۶}{۹}\times۱۰^{-۸}C$$

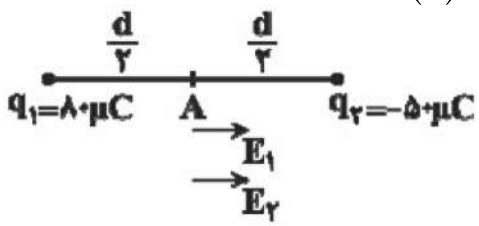
در نهایت با استفاده از شرط تعادل داریم:

$$F_E=\text{mg}\Rightarrow E|q|=\text{mg}\Rightarrow E=\frac{\text{mg}}{|q|}\xrightarrow[g=۱۰\frac{N}{\text{kg}},|q|=\frac{۱۶}{۹}\times۱۰^{-۸}C]{m=۴\text{mg}=۴\times۱۰^{-۶}\text{ kg}}$$

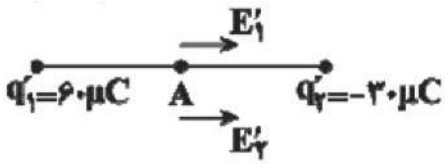
$$E=\frac{۴\times۱۰^{-۶}\times۱۰}{\frac{۱۶}{۹}\times۱۰^{-۸}}=۲۲۵۰\frac{N}{C}$$

**۲۰** گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل‌های زیر داریم:

$$E_{T_۱}=E_۱+E_۲\xrightarrow[r_۱=r_۲=\frac{d}{۲}]{E=k\frac{|q|}{r^۲}}E_{T_۱}=\frac{k}{\left(\frac{d}{۲}\right)^۲}(۸۰+۵۰)=\frac{۴k}{d^۲}\times۱۳۰(\ *\ )$$




$$q_۱'=q_۱-۰/۲۵q_۱=۸۰-۲۰=۶۰\mu\text{C}$$
$$q_۲'=q_۲+۰/۲۵q_۱=-۵۰+۲۰=-۳۰\mu\text{C}$$



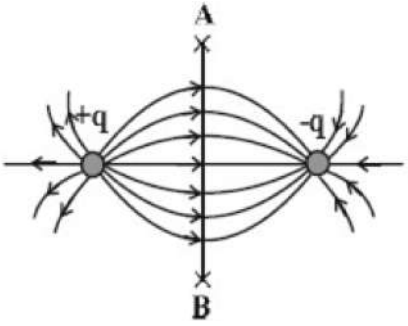

$$E_{T_۲}=E_۱'+E_۲'\xrightarrow[r'_۱=r'_۲=\frac{d}{۲}]{E=k\frac{|q|}{r^۲}}$$

$$\frac{k}{\left(\frac{d}{۲}\right)^۲}(۶۰+۳۰)=\frac{۴k}{d^۲}\times۹۰\ (**)$$

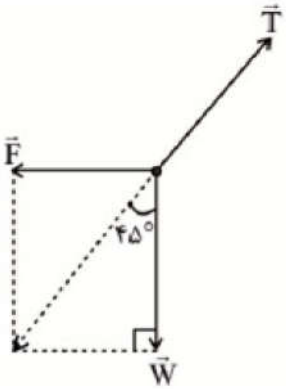
$$(*,**)\Rightarrow\frac{E_{T_۲}}{E_{T_۱}}=\frac{۹۰}{۱۳۰}=\frac{۹}{۱۳}$$

**۲۱** گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون دو بار هم‌اندازه و ناهم‌نام‌اند، لذا با رسم خطوط میدان بین آن‌ها که به صورت شکل زیر متقارن است. داریم:

با توجه به خطوط میدان رسم شده، اگر از نقطه‌ی A روی عمودمنصف به نقطه‌یB برویم، درمی‌یابیم که ابتدا تراکم خطوط میدان تا رسیدن به خط واصل دو ذره‌ی باردار افزایش و بعد از آن با حرکت از روی خط واصل تا نقطه‌ی B کاهش می‌یابد. لذا اندازه‌ی میدان ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.




**۲۲** گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از آن‌جا که نیروی وارد از طرف میدان الکتریکی در خلاف جهت $\vec{E}$ است پس $q < ۰$ است.

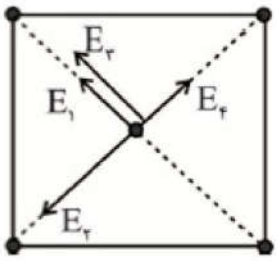



$$\text{tg}\,۴۵^\circ = \frac{F}{W} \xrightarrow{\text{tg}\,۴۵^\circ = ۱} F = W \Rightarrow |q|\,E = \text{mg}$$

$$|q| \times ۲ \times ۱۰^{۳} = ۸۰ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰ \Rightarrow |q| = ۰/۴\mu\text{C}$$

$$\Rightarrow q = -۰/۴\mu\text{C}$$

**۲۳** گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فاصله بارهای الکتریکی تا مرکز مربع $\frac{\sqrt{۲}}{۲}a$ است. بزرگی میدان الکتریکی بار q در مرکز مربع برابر است با:




$$E' = k\frac{|q|}{\left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}a\right)^{۲}} = ۲k\frac{|q|}{a^{۲}} = ۲E$$

پس بزرگی میدان‌های الکتریکی $E_۱$ تا $E_۴$ به صورت مقابل است:

$$\begin{cases} E_۱ = ۵ \times ۲E = ۱۰E\,,\; E_۲ = ۲۴ \times ۲E = ۴۸E \\ E_۳ = ۱۰ \times ۲E = ۲۰E\,,\; E_۴ = ۴ \times ۲E = ۸E \end{cases} \Rightarrow E_T = E\sqrt{(۱۰ + ۲۰)^{۲} + (۴۸ - ۸)^{۲}} = ۵۰E$$

**۲۴** گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

چون نمودار مربوط به بار $q_B$ بالاتر قرار دارد پس مقدار آن نیز بیشتر است. از طرف دیگر با توجه به $E \propto \frac{۱}{r^۲}$ داریم:

$$\frac{E_۱}{E_۲} = \left(\frac{r_۲}{r_۱}\right)^۲ \rightarrow \frac{۱۲۵}{۲۰} = \left(\frac{r_۲}{۴۰}\right)^۲ \rightarrow r_۲ = ۱۰۰\text{cm}$$

**۲۵** گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل بارهای روبه‌روی هم‌اثر میدان یک‌دیگر را خنثی می‌کنند. برای مثال دو بار $+۶\text{q}$ را در نظر بگیرید. میدان حاصل از آن دو در مرکز P صفر می‌باشد. پس میدان خالص در نقطهٔ P صفر است.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۱ | **۲** | ۳ | ۴ |
| ۲ | ۱ | **۲** | ۳ | ۴ |
| ۳ | ۱ | **۲** | ۳ | ۴ |
| ۴ | ۱ | ۲ | **۳** | ۴ |
| ۵ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶ | ۱ | **۲** | ۳ | ۴ |
| ۷ | ۱ | **۲** | ۳ | ۴ |
| ۸ | ۱ | **۲** | ۳ | ۴ |
| ۹ | ۱ | **۲** | ۳ | ۴ |
| ۱۰ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱ | ۱ | ۲ | **۳** | ۴ |
| ۱۲ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳ | ۱ | **۲** | ۳ | ۴ |
| ۱۴ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۵ | ۱ | **۲** | ۳ | ۴ |
| ۱۶ | ۱ | ۲ | ۳ | **۴** |
| ۱۷ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۸ | ۱ | ۲ | **۳** | ۴ |
| ۱۹ | ۱ | **۲** | ۳ | ۴ |
| ۲۰ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۱ | ۱ | ۲ | **۳** | ۴ |
| ۲۲ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۳ | ۱ | ۲ | **۳** | ۴ |
| ۲۴ | ۱ | ۲ | ۳ | **۴** |
| ۲۵ | **۱** | ۲ | ۳ | ۴ |