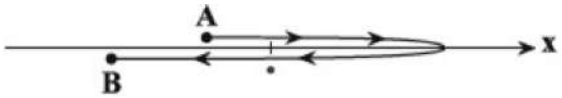
نام دبیر : مهندس باباخانی

عنوان آزمون : هومورک۱ حرکت

۱ متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، مسیری مطابق شکل زیر از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B می‌پیماید. بردار مکان این متحرک چند بار تغییر جهت داده است و بردار جابه‌جایی متحرک در چه جهتی است؟



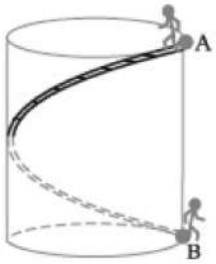
۱) ۱ بار - در جهت محور xها

۲) ۲ بار - در جهت محور xها

۳) ۱ بار - در خلاف جهت محور xها

۴) ۲ بار - در خلاف جهت محور xها

۲ مطابق شکل به دور سطح جانبی یک مخزن نفت استوانه‌ای شکل، یک پله‌ی مارپیچی با کوتاه‌ترین طول ممکن ساخته شده است فردی از نقطه‌ی A (بالای مخزن) از طریق پله به نقطه‌ی B (پایین مخزن) می‌رود، در این صورت نسبت مسافت طی شده به جابه‌جایی فرد از A تا B کدام است؟ (قطر استوانه با ارتفاع برابر است)



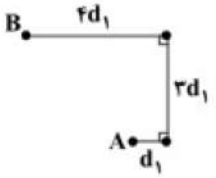
۱) ۱

۲) $\sqrt{۲}$

۳) $\sqrt{۱+۴\pi^۲}$

۴) $\sqrt{۱+\pi^۲}$

۳ شخصی روی مسیر نشان‌داده‌شده در شکل، مسافت‌های $d_۱$، $۳d_۱$ و $۴d_۱$ را از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B طی می‌کند. اگر اندازه‌ی بردار جابه‌جایی در کل مسیر $۳۰\sqrt{۲m}$ باشد، مسافت طی شده توسط شخص چند متر است؟



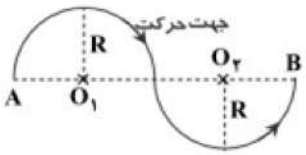
۱) ۵۰

۲) ۶۰

۳) ۷۰

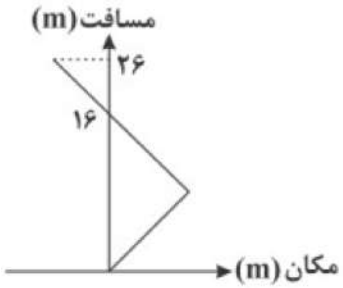
۴) ۸۰

۴ مطابق شکل، ذره‌ای بر روی مسیر نشان داده، دو نیم‌دایره‌ی متوالی به شعاع R را بدون برگشت طی می‌کند و از A به B می‌رسد. مسافتی که ذره طی می‌کند چند برابر بزرگی جابه‌جایی آن است؟ ($\pi \approx ۳/۱۴$)



۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۳/۱۴ ۴) ۱/۵۷

۵ معادلهٔ حرکت متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x = \mathrm{mt}^۲ + \mathrm{nt}$ است. اگر نمودار مسافت طی‌شده توسط متحرک برحسب مکان در ۵ ثانیهٔ اول حرکت آن مطابق شکل زیر باشد، m در SI کدام است؟



۱) -۱ ۲) -۲ ۳) ۱ ۴) -۴

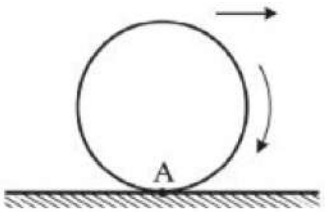
۶ متحرکی در لحظهٔ $t_۱$ از مکان $x_۱ = +۵m$ در جهت منفی محور x ها شروع به حرکت می‌کند و در لحظهٔ $t_۲$ در مکان $x_۲ = -۱۰m$ متوقف می‌شود. اگر در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ مسافت طی شده توسط متحرک، ۲/۴ برابر بزرگی جابه‌جایی آن باشد، حداکثر فاصلهٔ متحرک از نقطهٔ شروع حرکت چند متر است؟ (جهت حرکت متحرک تنها یک‌بار تغییر کرده است.)

۱) ۲۰/۵ ۲) ۱۹ ۳) ۲۵/۵ ۴) ۱۸

۷ متحرکی روی پاره‌خط AB به طول ۸ cm از نقطه‌ی A شروع به حرکت کرده و روی آن حرکت رفت و برگشتی دارد. کم‌ترین مسافت پیموده شده توسط متحرک چند سانتی‌متر باشد تا تندی متوسط آن ۹ برابر بزرگی سرعت متوسط آن در کل مسیر باشد؟

۱) ۱۶۰ ۲) ۱۷۶ ۳) ۱۵۴ ۴) ۱۴۴

۸ حلقه‌ای به قطر ۲۰cm در اثر چرخش مطابق شکل، بدون لغزش روی زمین به سمت راست حرکت می‌کند و نقطهٔ A روی سطح زمین قرار دارد. اگر هر دور چرخش حلقه ۵s طول بکشد، سرعت متوسط حرکت نقطهٔ A از حلقه در نصف دور چرخش حلقه چند $\frac{\mathrm{cm}}{s}$ است؟ ($\pi \cong ۳$)



۱) ۸ ۲) ۱۲ ۳) $۴\sqrt{۱۳}$ ۴) $۱۰\sqrt{۱۳}$

۹ متحرکی طی مسیرهای مستقیم از نقطه‌ی $A(۱, ۰)$ ابتدا به نقطه‌ی $B(۴, ۰)$ و سپس به نقطه‌ی $C(۴, ۴)$ می‌رود، در کل حرکت تندی متوسط چند برابر جابه‌جایی است؟

۱۰ اتومبیلی از مکان $x_1 = +۴\text{m}$ در جهت مثبت محور x حرکت خود را آغاز می‌کند و پس از ۵ ثانیه در مکان $x_2 = ۲۸\text{m}$ متوقف می‌شود، در صورتی که این اتومبیل در طول مسیر حرکت خود تنها یک تغییرجهت داشته باشد و مسافت طی شده آن ۱/۵ برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن باشد، بیشترین فاصلهٔ اتومبیل از نقطهٔ شروع حرکت چند متر است؟

۱) ۶ ۲) ۲۴ ۳) ۳۰ ۴) ۳۶

۱۱ چه تعداد از عبارت‌های زیر نادرست است؟ (توجه کنید که امتداد حرکت جسم مشخص نیست، مگر این‌که بیان شده باشد.)

الف) هنگامی که متحرکی تغییر جهت می‌دهد، الزاماً در لحظه‌ی تغییر جهت، سرعت آن صفر شده است.

ب) اگر سرعت متحرکی صفر شود، الزاماً شتاب آن در لحظه‌ی صفر شدن سرعت، صفر می‌شود.

ج) در حرکت روی محور x، هنگامی که بردار سرعت تغییر جهت دهد، الزاماً بردار مکان در همان لحظه هم تغییر جهت خواهد داد.

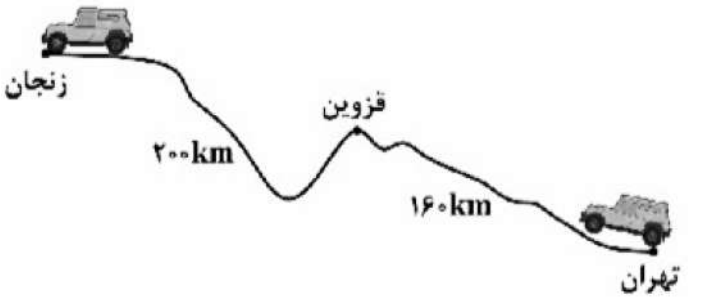
د) در حرکت یک جسم ممکن است جابه‌جایی صفر شود، اما مسافت طی‌شده توسط آن جسم، در همان بازه‌ی زمانی صفر نشود.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۲ کدام‌یک از معادله‌های مکان—زمان زیر مربوط به حرکت روی خط راست است؟

۱) $x = ۰/۲\,\text{Cos}\,(\pi t)$ ۲) $x = ۲t + ۱$ ۳) $x = t^۳ - ۶t + ۱$ ۴) همهٔ موارد

۱۳ فاصله‌ی جاده‌ای تهران تا قزوین ۱۶۰km و فاصله جاده ای قزوین تا زنجان ۲۰۰km است. خودرویی این مسافت‌ها را مطابق مسیرهای نشان داده‌شده در شکل زیر طی می‌کند. اگر مسیر تهران - قزوین را در مدت ۲ ساعت و مسیر قزوین - زنجان را در مدت ۳ ساعت طی کند، کدام‌یک از گزینه‌ها زیر در مورد این خوردو در مسافرت از تهران تا زنجان درست است؟



۱) سرعت متوسط خودرو $۴۰\ \frac{\text{km}}{h}$ است.

۲) سرعت متوسط خودرو $۷۲\ \frac{\text{km}}{h}$ است.

۳) تندی متوسط خودرو $۴۰\ \frac{\text{km}}{h}$ است.

۴) تندی متوسط خودرو $۷۲\ \frac{\text{km}}{h}$ است.

۱۴ متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و در یک بازهٔ زمانی مشخص، اندازهٔ بردار جابه‌جایی آن، کمتر از مسافت طی شده توسط آن است. کدام‌یک از عبارت‌های زیر الزاماً صحیح است؟

۱) جهت حرکت این متحرک حداقل یک بار تغییر کرده است.

۲) در انتهای بازهٔ زمانی، جهت بردار مکان و بردار جابه‌جایی یکسان است.

۳) طی این بازهٔ زمانی، اندازهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط آن یکسان است.

۴) بردار جابه‌جایی متحرک در جهت منفی محور x ها است.

۱۵ معادله‌ی حرکت متحرکی در SI به صورت $x = (t-۱)(t+۲)(-۲t+۸)$ است. بردار مکان متحرک چند ثانیه در جهت محور x است؟

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) ۴ ۴) ۳

۱۶ معادله‌ی مکان - زمان حرکت متحرکی که روی خط راست در حرکت است در SI به صورت $x = t^۲ - ۶t + ۹$ است. در حین حرکت این متحرک بردار مکان آن چند بار تغییر جهت می‌دهد؟

۱) ۱ بار ۲) ۲ بار

۳) ۳ بار ۴) بردار مکان متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.

۱۷ متحرکی روی خط راست در طول بازهٔ زمانی Δt دائماً به مبدأ مکان نزدیک می‌شود. کدام گزینه در مورد این متحرک در این بازهٔ زمانی قطعاً صحیح است؟

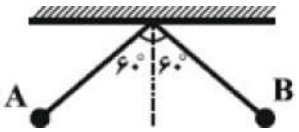
۱) بردار مکان و بردار سرعت متحرک هم‌جهت هستند.

۲) بردار مکان و بردار سرعت متحرک مختلف‌الجهت هستند.

۳) بردار سرعت و بردار شتاب متحرک هم‌جهت هستند.

۴) بردار سرعت و بردار شتاب متحرک مختلف‌الجهت هستند.

۱۸ مطابق شکل زیر آونگی از نقطهٔ A رها می‌شود و پس از مدت ۲ ثانیه برای اولین بار به نقطهٔ B در طرف مقابل می‌رسد. اگر اندازهٔ سرعت متوسط گلولهٔ آونگ $۱/۵\frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط گلوله چند متر بر ثانیه است؟



۱) $\sqrt{۳}\pi$ ۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}\pi$ ۳) $\frac{\pi}{۳}$ ۴) π

۱۹ پرنده‌ای با تندی ثابت $۲\frac{m}{s}$ به مدت $۲s$ به طور عمودی به طرف پایین پرواز می‌کند. سپس در امتداد افق $۳s$ با تندی $۱\frac{m}{s}$ به طرف شرق و $۸s$ با تندی $۱/۵\frac{m}{s}$ رو به جنوب پرواز می‌کند. سرعت متوسط در کل حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

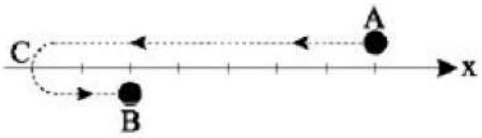
۲۰ متحرکی در حرکت روی خط راست با تندی ثابت $۶۰\frac{km}{h}$ مسیری مستقیم را طی کرده و سپس $\frac{۱}{۴}$ این مسیر را با تندی ثابت $۳۰\frac{km}{h}$ بازمی‌گردد. اندازهٔ سرعت متوسط در کل این حرکت چند $\frac{km}{h}$ است؟

۱) ۳۰ ۲) ۳۶ ۳) ۴۵ ۴) ۵۰

۲۱ معادله‌ی مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^۲ - bt + ۹$ می‌باشد. اگر متحرک در لحظه‌ی $t = ۳s$ تغییر جهت بدهد، کم‌ترین تندی متوسط این متحرک در یک بازه‌ی زمانی دلخواه ۲ ثانیه‌ای، چند متر بر ثانیه است؟

۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) ۳

۲۲) متحرکی روی محور x ها مطابق شکل از نقطهٔ A شروع به حرکت کرده و در نقطهٔ C جهت حرکتش را عوض کرده و به نقطهٔ B می‌رود. بزرگی سرعت متوسط این متحرک در جابه‌جایی از A تا B چند برابر تندی متوسط متحرک در این جابه‌جایی است؟



۱) $\frac{۳}{۵}$ ۲) $\frac{۵}{۹}$ ۳) ۱ ۴) $\frac{۴}{۵}$

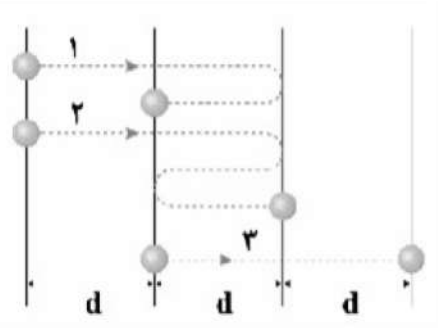
۲۳) متحرکی در لحظه‌های $t_۱ = ۰$، $t_۲ = ۵s$ و $t_۳ = ۲۰s$ به ترتیب در مکان‌های $\vec{d}_۱ = ۳۰\vec{i}$، $\vec{d}_۲ = -۱۵\vec{i}$ و $\vec{d}_۳$ قرار دارد. اگر بردار سرعت متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۳$ به صورت $\vec{v}_{av} = ۳\vec{i}$ باشد، $\vec{d}_۳$ کدام است؟ (تمام کمیت‌ها در SI هستند.)

۱) $۹۰\vec{i}$ ۲) $۶۰\vec{i}$ ۳) $۳۰\vec{i}$ ۴) $۴۰\vec{i}$

۲۴) معادله‌ی حرکت متحرکی که روی محور xها حرکت می‌کند در SI به صورت $x = t^۳ - ۵t + ۴$ است. اندازه‌ی سرعت متوسط متحرک در کدام‌یک از بازه‌های زمانی زیر بزرگ‌تر است؟

۱) $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۱s$ ۲) $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۴s$
۳) $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۴s$ ۴) $t_۱ = ۳s$ تا $t_۲ = ۴s$

۲۵) شکل زیر، مسیر حرکت سه متحرک را نشان می‌دهد که در زمان‌های برابر در مسیری مستقیم بین دو نقطه جابه‌جا می‌شوند. در کدام گزینه سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک‌ها به درستی مقایسه شده است؟

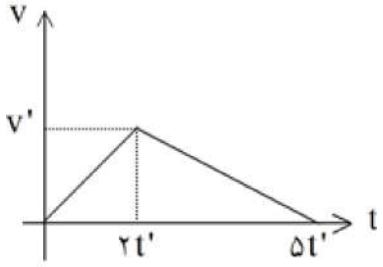


۱) $v_{av_۲} > a_{av_۳} > v_{av_۱}$ ۲) $v_{av_۲} = a_{av_۱} > v_{av_۳}$ ۳) $s_{av_۲} = s_{av_۳} > v_{av_۱}$ ۴) $s_{av_۲} > s_{av_۱} > s_{av_۳}$

۲۶) متحرکی که روی خط راست در حال حرکت است، ابتدا با تندی $۶\frac{m}{s}$ مسافتی به اندازه‌ی d را طی کرده و سپس با تندی $۳\frac{m}{s}$، ۲۰ درصد مسافت طی‌شده را برمی‌گردد. اندازه‌ی سرعت متوسط متحرک در این حرکت، چند متر بر ثانیه کم‌تر از اندازه‌ی تندی متوسط متحرک است؟

۱) $\frac{۵}{۷}$ ۲) $\frac{۱۲}{۷}$ ۳) $\frac{۲۰}{۷}$ ۴) $\frac{۲۵}{۷}$

۲۷ نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کند مطابق شکل روبه‌رو است. بزرگ‌ترین سرعت متوسط این متحرک کدام مورد است؟



۱) $\frac{۱}{۴}V'$ ۲) $\frac{۱}{۲}V'$ ۳) $۲V'$ ۴) $۴V'$

۲۸ متحرکی روی محور x در حال حرکت است. این متحرک در مبدأ زمان از مکان $x_۰ = -۲۰\text{m}$ می‌گذرد و در لحظه‌ی $t_۱ = ۴\text{s}$ از مکان $x_۱$ عبور می‌کند و در ادامه‌ی مسیر در لحظه‌ی $t_۲ = ۸\text{s}$ به مکان $x_۲ = -۱۰\text{m}$ می‌رسد. اگر سرعت متوسط متحرک در ۴ ثانیه‌ی اول حرکت $-۶\ \frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط متحرک در ۴ ثانیه‌ی دوم حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) $-۱/۲۵$ ۲) $۱/۲۵$ ۳) $-۸/۵$ ۴) $۸/۵$

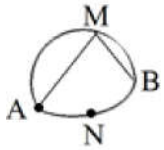
۲۹ متحرکی فاصلهٔ مستقیم بین دو نقطهٔ مشخص را بدون تغییر جهت طی می‌کند. اگر تندی متوسط متحرک در نیمهٔ اول مسیر برابر با $۱۰\frac{m}{s}$، تندی متوسط متحرک در $\frac{۱}{۳}$ از زمان باقی‌مانده حرکت برابر با $۴\frac{m}{s}$ و تندی متوسط در بقیهٔ مسیر برابر با $۳\frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط متحرک در کل مسیر حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۸ ۳) ۷/۵ ۴) ۶

۳۰ معادله‌ی مکان - زمان ذره‌ای که روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x = ۴t^۳ - ۱۶t^۲ + ۱۲t$ است. سرعت متوسط ذره از $t_۱ = ۲s$ تا لحظه‌ای که متحرک برای دومین بار از مبدأ مکان می‌گذرد، چند متر بر ثانیه است؟

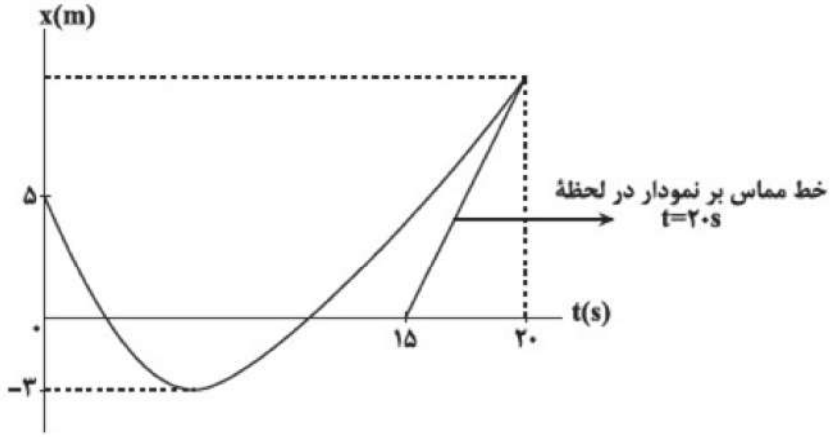
۱) ۴ ۲) -۴ ۳) ۸ ۴) -۸

۳۱ متحرکی مسیر A تا B را در مدت زمان ۱۰ دقیقه از یکی از راه‌های نشان داده شده، طی می‌کند. در کدام مسیر،اندازه‌ی بردار سرعت متوسط متحرک کم‌تر است؟



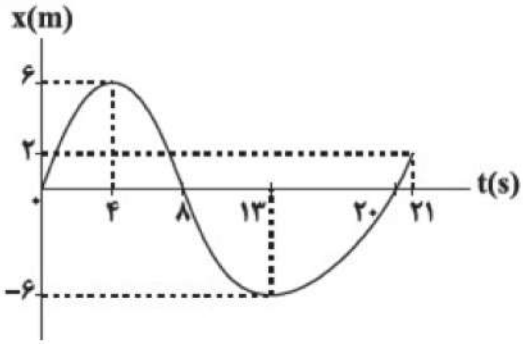
۱) مسیر منحنی AMB ۲) مسیر راست AM و MB ۳) مسیر منحنی ANB ۴) تفاوتی نمی‌کند.

۳۲) نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متحرک در لحظه‌ی $t = ۲۰s$ برابر $۲/۴ \frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا $۲۰s$ چند متر بر ثانیه است؟



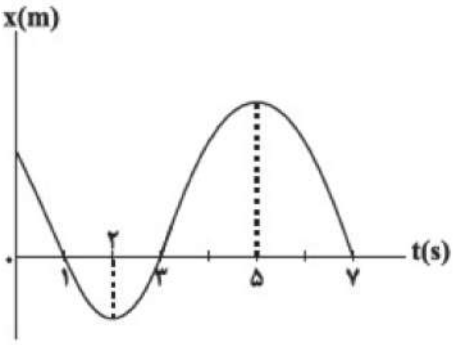
۱) ۰/۳۵ ۲) ۱/۱۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۱۱/۵

۳۳) نمودار مکان - زمان جسمی که روی خط راست در حرکت است مطابق شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک در مدتی که بردار مکان آن در خلاف جهت محور x است، چند برابر بزرگی سرعت متوسط آن در مدتی است که متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟



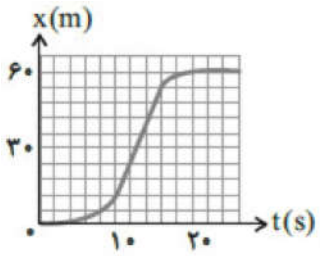
۱) صفر ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۳۴) نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل مقابل است، در ۷ ثانیه‌ی ابتدایی حرکت مدت زمانی که بردار مکان و بردار سرعت متحرک با یک‌دیگر هم‌جهت هستند چند برابر مدت زمانی که بردار سرعت متحرک در خلاف جهت محور xها و اندازه‌ی آن در حال کاهش است؟



۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۲}$

۳۵) شکل مقابل، نمودار مکان - زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت کرده است. بیشینه‌ی سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۳ ۲) ۵ ۳) ۷ ۴) ۹

۳۶) نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر در یک دستگاه رسم شده است. کدام گزاره در مورد آن ها درست است؟

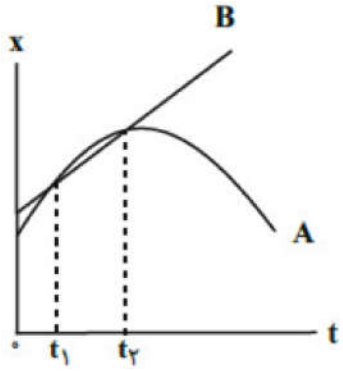
الف) جابه‌جایی دو متحرک در بازه‌ی t_1 تا t_2 برابر است.

ب) مسافت طی شده‌ی A در بازه‌ی t_1 تا t_2 از مسافت طی شده‌ی B بیش‌تر است.

پ) تندی متوسط دو متحرک در بازه‌ی t_1 تا t_2 برابر است.

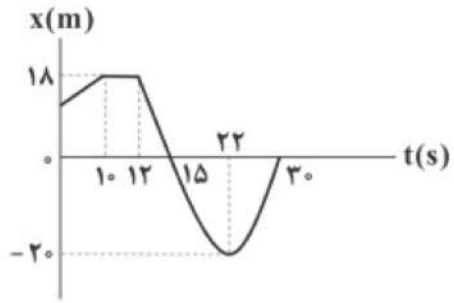
ت) اندازه‌ی سرعت متوسط و تندی متوسط دو متحرک در بازه‌ی t_1 تا t_2 یکسان است.

ث) اندازه‌ی سرعت B در لحظه‌ی t_1 از اندازه‌ی سرعت متحرک A در این لحظه کم‌تر است.



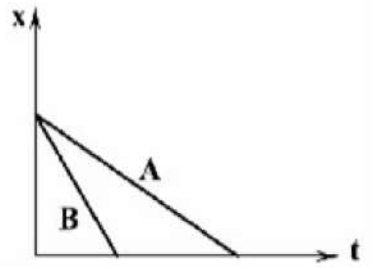
۱) الف، ب، پ، ث ۲) ب، ت، ث ۳) الف، پ، ت، ث ۴) همه‌ی موارد

۳۷) نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. مدت‌زمانی که بردار مکان متحرک در جهت محور xها بوده است چند برابر مدت‌زمانی است که متحرک در خلاف جهت محور xها حرکت کرده است؟



۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۵}{۶}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۶}{۵}$

۳۸ نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند از لحظه‌ی شروع تا پایان حرکت، مطابق شکل زیر است. کدام مقایسه در مورد جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط دو متحرک در کل زمان حرکت درست است؟



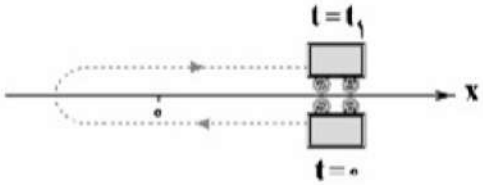
۱) $l_A = l_B$ و $\Delta x_A = \Delta x_B$

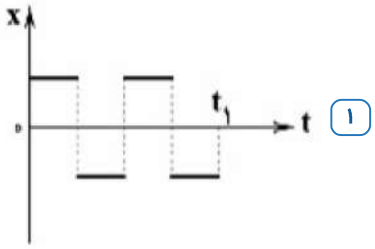
۲) $l_A > l_B$ و $\Delta x_A = \Delta x_B$

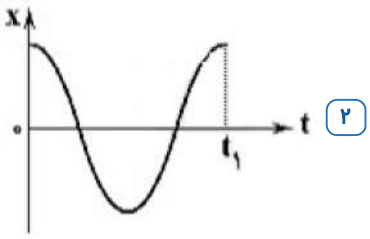
۳) $l_A > l_B$ و $\Delta x_A > \Delta x_B$

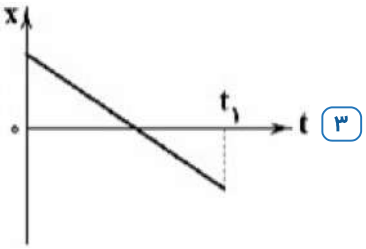
۴) $l_B > l_A$ و $\Delta x_B > \Delta x_A$

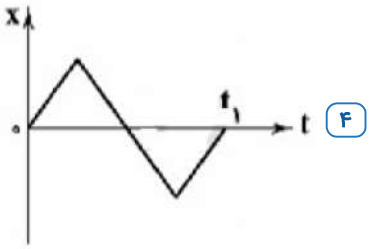
۳۹ مسیر حرکت متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند. در بازه‌ی زمانی ۰ تا t_1 مطابق شکل زیر است. نمودار مکان - زمان این متحرک مطابق کدام‌یک از شکل‌های زیر می‌تواند باشد؟



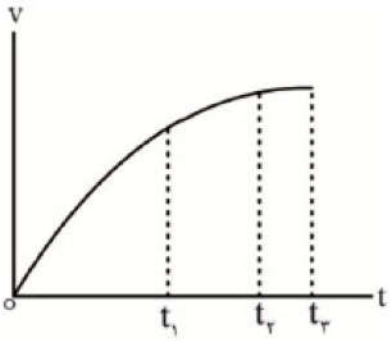
۱)


۲)


۳)


۴)


۴۰ نمودار سرعت - زمان حرکت متحرکی روی یک مسیر مستقیم به صورت مقابل است. در کدام بازه زمانی سرعت متوسط متحرک بیش‌تر از بقیه بازه‌های زمانی است؟



۱) ۰ تا t_1

۲) t_1 تا t_2

۳) t_2 تا t_3

۴) بسته به شرایط هر کدام از گزینه‌ها می‌تواند درست باشد.

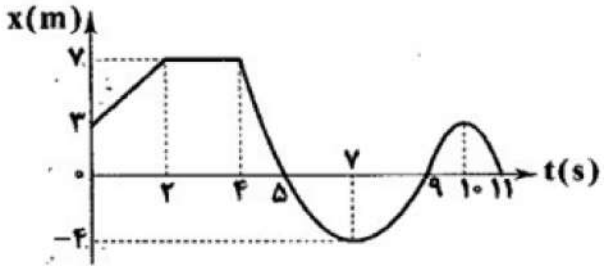
۴۱ با توجه به نمودار مکان - زمان زیر چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد حرکت متحرک در ۱۱ ثانیه‌ی اول حرکت نادرست است؟

الف) متحرک ۵ ثانیه در جهت محور x حرکت می‌کند.

ب) بردار مکان متحرک ۴ ثانیه در خلاف جهت محور x قرار دارد.

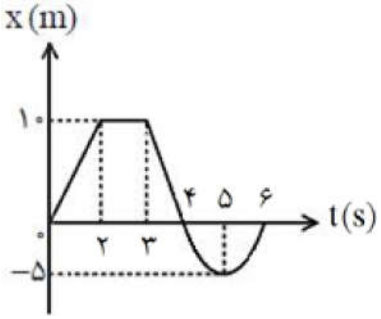
پ) متحرک سه بار تغییر جهت می‌دهد.

ت) در ۷ ثانیه‌ی اول حرکت، اندازه‌ی جابه‌جایی متحرک دو برابر مسافت طی‌شده است.



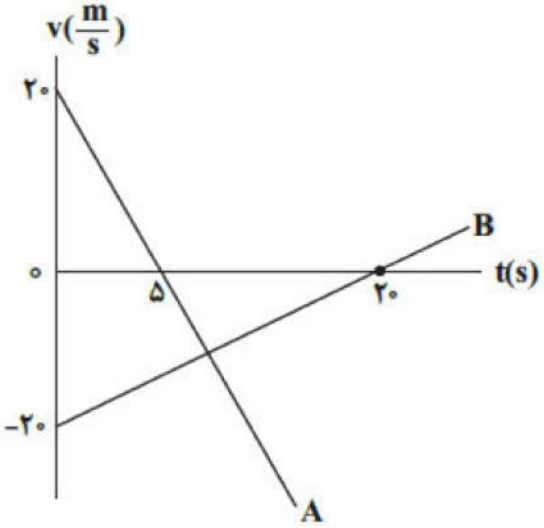
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۴۲ در نمودار زیر، بردار مکان و بردار سرعت در بازهٔ زمانی ۰ تا ۶۰ ثانیه، به‌ترتیب از راست به چپ، چند بار تغییر جهت داده‌اند؟



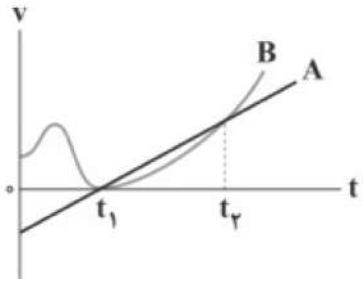
۱) ۱ و ۱ ۲) ۱ و ۲ ۳) ۲ و ۱ ۴) ۲ و ۲

۴۳ نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B، مطابق شکل مقابل است. اگر دو متحرک در مبدأ زمان، از مبدأ مکان عبور کنند، مجموع مسافت طی شده توسط دو متحرک، در بازهٔ زمانی که به یکدیگر نزدیک می‌شوند، چند متر است؟



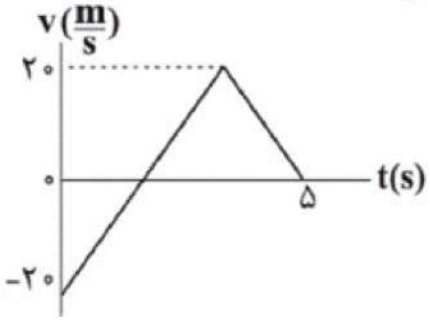
۱) ۱۶۰ ۲) ۲۶۴ ۳) ۲۸۸ ۴) ۲۲۴

۴۴ نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل است. اگر در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2، بزرگی سرعت متوسط دو متحرک A و B به ترتیب v_A و v_B، تندی متوسط آن‌ها به ترتیب s_A و s_B و شتاب متوسط آن‌ها به ترتیب a_A و a_B باشد، کدامم مقایسه صحیح است؟



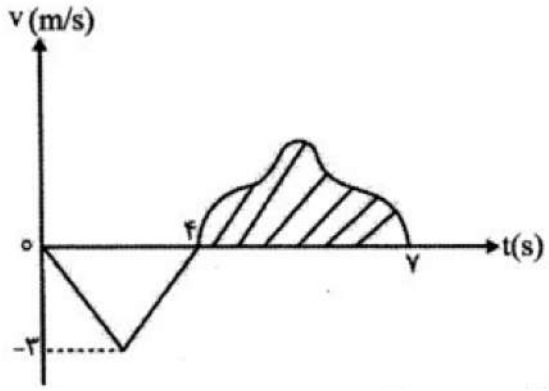
۱) $a_A > a_B, s_A = s_B, v_A = v_B$
۲) $a_A > a_B, s_A > s_B, v_A > v_B$
۳) $a_A = a_B, s_A = s_B, v_A = v_B$
۴) $a_A = a_B, s_A > s_B, v_A > v_B$

۴۵ نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. مسافت طی شده توسط متحرک در مدت زمان ۵ ثانیهٔ اول حرکت، چند متر است؟



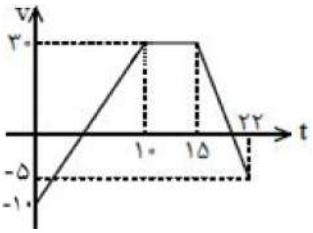
۱) ۵۰ ۲) ۳۰ ۳) ۸۰ ۴) ۱۰۰

۴۶ در شکل مقابل نمودار سرعت - زمان حرکت یک متحرک که روی محور x در حال حرکت است نشان داده شده است. متحرک در لحظه $t = ۴\text{s}$ در مکان $x = -۲\text{m}$ قرار دارد. اگر مساحت قسمت هاشور زده برابر ۹ واحد SI باشد، مکان متحرک در لحظه‌های $t = ۰$ و $t = ۷\text{s}$ به ترتیب کدام است؟



۱) ۴+ ، ۷+ ۲) ۸- ، ۹+ ۳) ۴+ ، ۹+ ۴) ۸- ، ۷+

۴۷ متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، نمودار سرعت-زمانی مطابق شکل زیر دارد. این متحرک چند ثانیه در سوی منفی محور x**ها** در حال حرکت بوده است؟

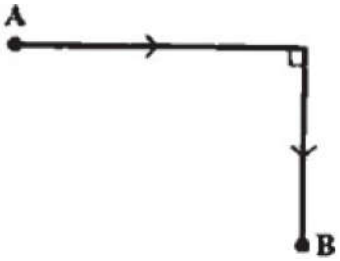


۱) ۳/۵ ۲) ۱۰ ۳) ۸/۵ ۴) ۷

۴۸ متحرکی فاصله‌ی مستقیم بین دو نقطه را با شتاب ثابت و بدون تغییر جهت می‌پیماید. اگر سرعت متوسط متحرک در $\frac{۵}{۶}$ ابتدایی مسیر $۱۰\frac{m}{s}$ و سرعت متوسط باقی‌مانده‌ی مسیر $۴\frac{m}{s}$ باشد، بزرگی سرعت اولیه‌ی متحرک چند متر بر ثانیه است؟

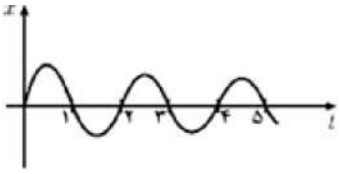
۱) ۱۴ ۲) ۷ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲/۵

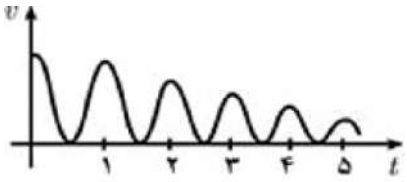
۴۹) مطابق شکل زیر، متحرکی در مسیر مشخص شده از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رود. حداکثر نسبت مسافت طی شده توسط متحرک به جابه‌جایی آن، کدام است؟

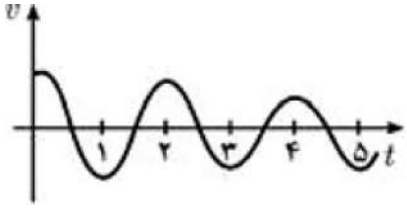


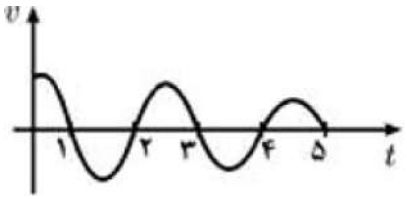
۱) $\sqrt{۳}$
۲) $\sqrt{۲}$
۳) ۲
۴) برای این نسبت، حداکثری وجود ندارد.

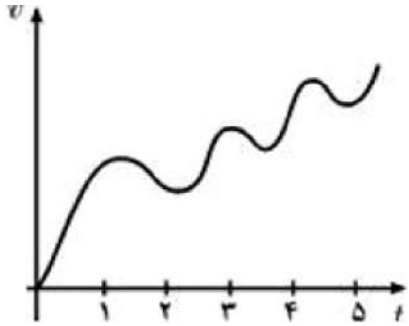
۵۰) نمودار مکان- زمان جسمی مطابق شکل زیر است. نمودار سرعت-زمان آن کدام‌یک از شکل‌های زیر است؟



۱)


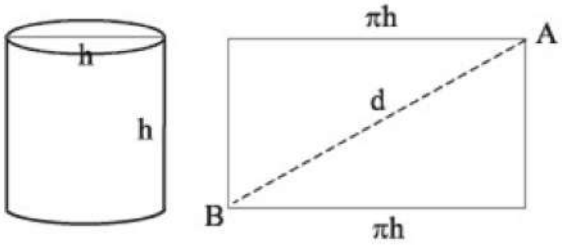
۲)


۳)


۴)


۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون متحرک دو بار از مبدأ مکان عبور کرده است، بنابراین جهت بردار مکان ۲ بار تغییر کرده است. از طرف دیگر بنابر تعریف، جابه‌جایی برداری است که نقطه‌ی شروع حرکت A را به نقطه‌ی پایان حرکت B وصل کند.

۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کوتاه‌ترین طول پله‌ی این مخزن برابر قطر مستطیلی است که با باز کردن استوانه، در سطح جانبی آن به دست می‌آید مطابق شکل زیر داریم:



$$d = \sqrt{h^۲(۱ + \pi^۲)} = h\sqrt{۱ + \pi^۲}$$

$$\frac{d}{h} = \frac{h\sqrt{۱+\pi^۲}}{h} = \sqrt{۱ + \pi^۲}$$

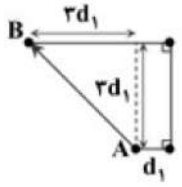
۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

بردار جابه‌جایی نقطه‌ی A را به نقطه‌ی B وصل می‌کند و طبق رابطه‌ی فیثاغورث اندازه‌ی جابه‌جایی برابر است با:

$$\left|\overrightarrow{AB}\right| = \sqrt{(۳d_۱)^۲ + (۳d_۱)^۲} = ۳\sqrt{۲}\,d_۱$$

$$۳\sqrt{۲}\,d_۱ = ۳۰\sqrt{۲} \Rightarrow d_۱ = ۱۰m$$

$$\text{مسافت طی شده} = d_۱ + ۳d_۱ + ۴d_۱ = ۸d_۱ = ۸\times ۱۰ = ۸۰m$$



۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

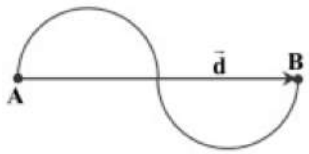
مسافت طی‌شده برابر مجموع محیط‌های دو نیم‌دایره است:

$$\text{مسافت طی شده } l = \pi R + \pi R = ۲\pi R$$

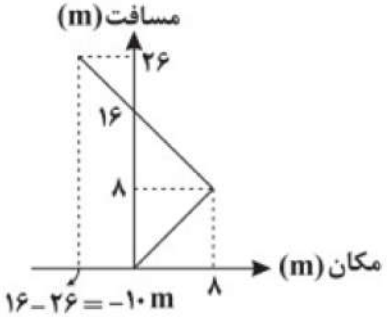
جابه‌جایی برداری است که نقطه‌ی A را به B وصل می‌کند، که اندازه‌ی آن برابر است با:

بزرگی جابه‌جایی $d = ۴R$

$$\frac{l}{d} = \frac{۲\pi R}{۴R} = \frac{\pi}{۲} = \frac{۳/۱۴}{۲} = ۱/۵۷$$



۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نمودار مسافت برحسب مکان این متحرک در ابتدا به‌صورت یک خط با شیب ۱ است. در لحظه‌ی که جهت حرکت متحرک عوض می‌شود. شیب خط ۱- می‌شود. چون معادلهٔ مکان برحسب زمان درجهٔ ۲ است (سهمی است) بنابراین مسافت طی شده توسط متحرک از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظه‌ای که جهت حرکت آن عوض می‌شود، برابر است با مسافت طی شده توسط متحرک از لحظهٔ تغییر جهت حرکت تا لحظه‌ای که متحرک از مبدأ حرکت عبور می‌کند. پس متحرک در لحظهٔ تغییر جهت حرکت در مکان $x = +۸m$ قرار دارد. پس از مکان $x = +۸m$ جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند و پس از آن متحرک در جهت منفی محور x ها حرکت می‌کند. بنابراین در لحظه‌ای که مسافت طی شده برابر با ۲۶ متر است، با توجه به نمودار مکان - زمان، مکان متحرک در این لحظه برابر است با: $۱۶ - ۲۴ = -۱۰m$



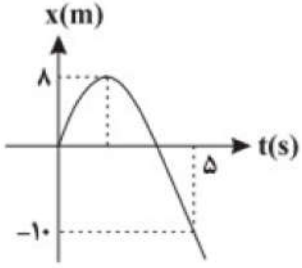
$$t_{\text{تغییر جهت}} = \frac{-n}{۲\text{m}} \Rightarrow x = m\left(\frac{-n}{۲\text{m}}\right)^{۲} + n\left(\frac{-n}{۲\text{m}}\right)$$

$$\Rightarrow x = \frac{n^{۲}}{۴\text{m}} - \frac{n^{۲}}{۲\text{m}} = \frac{-n^{۲}}{۴\text{m}} \xrightarrow{x=۸m} ۸ = \frac{-n^{۲}}{۴\text{m}} \Rightarrow m = \frac{-n^{۲}}{۳۲} \quad (*)$$

$$t = ۵s \xrightarrow[x=\text{mt}^{۲}+\text{nt}]{x=-۱۰m} -۱۰ = ۲۵m + ۵n$$

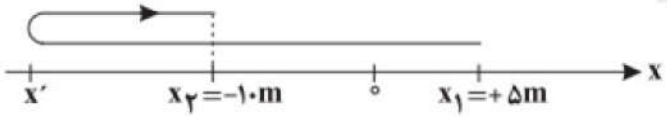
$$-۲ = ۵m + n \xrightarrow{(*)} -۲ = -\frac{۵\text{n}^{۲}}{۳۲} + n \Rightarrow -۶۴ = -۵n^{۲} + ۳۲n \Rightarrow ۵\text{n}^{۲} - ۳۲n - ۶۴ = ۰$$

$$\Rightarrow n = \frac{۱۶ \pm \sqrt{۱۶^{۲} + ۶۴ \times ۵}}{۵} \Rightarrow \begin{cases} n = \frac{۱۶+۲۴}{۵} = ۸ \Rightarrow m = \frac{-۲-۸}{۵} = -۲ \\ n = \frac{۱۶-۲۴}{۵} = \frac{-۸}{۵} \text{ غقق..} \end{cases}$$



با توجه به نمودار، حاصل دو ریشه باید عددی مثبت باشد. یعنی $\frac{-n}{m} > ۰$ و چون $m < ۰$ بنابراین $n > ۰$ است. لذا جواب $n = \frac{-۸}{۵}$ قابل قبول نمی‌باشد.

۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



ابتدا مسافت طی شده توسط متحرک را به دست می‌آوریم:

$$\frac{l}{|\Delta x|}=۲/۴ \xrightarrow{|\Delta x|=|-۱۰-۵|=۱۵m} l=۲/۴\times ۱۵ \Rightarrow l=۳۶m$$

با توجه به نمودار بالا، مسافت طی شده برابر با مجموع اندازه‌های جابه‌جایی متحرک در بازه‌های زمانی است که جهت حرکت آن تغییر نکرده است.

$$l=|x'-x_۱|+|x_۲-x'|$$

$$\xrightarrow[l=۳۶m,x_۱=+۵m,x_۲=-۱۰m]{x'-x_۱<۰ \text{ و } x_۲-x'>۰} ۳۶=۵-x'-۱۰-x' \Rightarrow x' \Rightarrow x'=\frac{-۴۱}{۲}=-۲۰/۵m$$

$$\Rightarrow ۲۰/۵+۵=۲۵/۵m$$ بیش‌ترین فاصله متحرک از نقطهٔ شروع حرکت

۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در اولین مسیر رفت از نقطه‌ی A تا نقطه‌ی B، همواره اندازه‌ی سرعت متوسط متحرک با تندی متوسط آن برابر است. در اولین برگشت از نقطه‌ی B به A، برای اولین بار تندی متوسط می‌تواند ۹ برابر اندازه‌ی سرعت متوسط متحرک باشد. در این حالت مسافت پیموده شده توسط متحرک برابر با $L=۲\times ۸۰-\Delta x$ است. تندی متوسط متحرک برابر است با:

$$s_{av}=\frac{L}{\Delta t}$$

و سرعت متوسط متحرک برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

طبق صورت سؤال داریم:

$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|}=۹ \Rightarrow \frac{L}{|\Delta x|}=۹ \Rightarrow \frac{۱۶۰-\Delta x}{\Delta x}=۹ \Rightarrow ۹\Delta x=۱۶۰-\Delta x \Rightarrow ۱۰\Delta x=۱۶۰ \Rightarrow \Delta x=۱۶ \text{ cm}$$

بنابراین مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:

$$L=۱۶۰-\Delta x=۱۶۰-۱۶=۱۴۴ \text{ cm}$$

۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

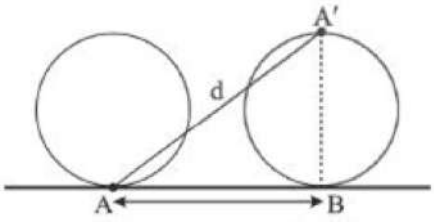
در نصف دور چرخش حلقه، نقطهٔ A از پایین‌ترین نقطهٔ حلقه به بالاترین نقطهٔ حلقه می‌رسد.

$$AB=\frac{۱}{۲}(۲\pi R)=\pi R=۳\times ۱۰=۳۰ \text{cm}$$

$$A'B=۲R=۲۰ \text{cm}$$

$$AA'=d=\sqrt{۲۰^۲+۳۰^۲}=۱۰\sqrt{۱۳} \text{ cm}$$

$$V_{av}=\frac{۱۰\sqrt{۱۳}}{۲/۵}=۴\sqrt{۱۳}\frac{\text{cm}}{s}$$



۹ برای محاسبه‌ی تندی ابتدا باید مسافت طی شده را محاسبه کرد.

مسافت طی شده طول مسیر حرکت می‌باشد. یعنی:

$$\text{کل } L = L_{AB} + L_{BC} = \sqrt{(۴-۱)^۲ + (۰-۰)^۲} + \sqrt{(۴-۴)^۲ + (۵-۰)^۲} = ۳ + ۴ = ۷$$

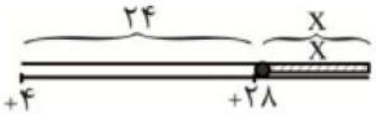
جابه‌جایی برابر فاصله‌ی نقطه‌ی ابتدا از انتهای مسیر می‌باشد یعنی کافی است، فاصله‌ی نقطه‌ی ابتدا و انتهای مسیر را از یک دیگر به دست آوریم.

$$\text{جابه جایی } d = \sqrt{(۴-۱)^۳ + (۴-۰)^۲} = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵$$

زمان سپری شده برای مسافت طی شده و جابه‌جایی یکسان می‌باشد، پس داریم:

$$\overline{S} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{V}{\Delta t} \Rightarrow \frac{\overline{S}}{\overline{V}} = \frac{\frac{V}{\Delta t}}{\frac{۵}{\Delta t}} = \frac{۷}{۵}$$
$$\overline{V} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{۵}{\Delta t}$$

۱۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$|\Delta x| = x_۲ - x_۱ = ۲۸ - ۴ = ۲۴\text{m}$$

$$\frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{جابه جایی}} = ۱/۵ \Rightarrow \frac{\text{مسافت طی شده}}{۲۴} = ۱/۵ \Rightarrow \text{مسافت طی شده} = ۳۶\text{m}$$

$$\text{مسافت طی شده} = ۲۴ + ۲x = ۳۶ \Rightarrow ۲x = ۱۲ \Rightarrow x = ۶\text{m}$$

$$\text{بیشترین فاصله از مبدأ حرکت} = ۲۴ + ۶ = ۳۰\text{m}$$

۱۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌ها:

الف) هنگامی‌که جسم در یک صفحه حرکت می‌کند، متحرک می‌تواند تغییر جهت دهد، ولی سرعت آن صفر نشود، مانند حرکت یک پرتابه در صفحه‌ی قائم. (×)

ب) ممکن است، سرعت متحرکی صفر شود، ولی شتاب آن صفر نشود. مثلاً در پرتاب یک جسم در شرایط خلأ در امتداد قائم رو به بالا، در نقطه‌ی اوج (بیشترین ارتفاع از سطح زمین)، تندی جسم صفر است، ولی شتاب حرکت جسم برابر شتاب گرانش زمین (g) است. (×)

ج) بردار مکان یک متحرک بر روی محور x، فقط در $x = ۰$ تغییر جهت می‌دهد. در حالی‌که ممکن است متحرک در $x > ۰$ یا $x < ۰$ قرار داشته باشد و بردار سرعت آن تغییر جهت دهد. (×)

د) فرض کنید شناگری از یک طرف عرض استخری شروع به شنا کردن نموده، پس از گذشت مدت‌زمان مشخص به نقطه‌ی شروع حرکت باز گردد، در این صورت جابه‌جایی شناگر، صفر است، ولی مسافت طی‌شده توسط شناگر صفر نیست. (✓)

۱۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

هر معادله‌ای که در آن x تابعی از زمان باشد، $x = f(t)$ بیانگر حرکت روی خط راست است.

۱۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. خودرو فاصله‌ی تهران - قزوین را در مدت ۲h و فاصله‌ی قزوین - زنجان را در مدت ۳h طی می‌کند، بنابراین ۵h در راه است.

$$\Delta t = \Delta t_۱ + \Delta t_۲ = ۲ + ۳ = ۵\text{h}$$

مسافت طی‌شده توسط خودرو برابر است با:

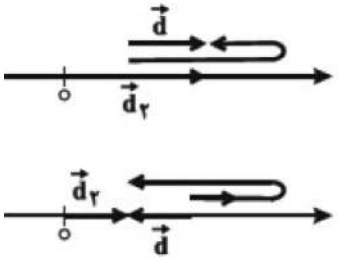
$$l = l_۱ + l_۲ = ۱۶۰ + ۲۰۰ = ۳۶۰\text{km}$$

ما مسافت طی‌شده توسط خودرو را حساب کردیم و به کمک مسافت، تندی متوسط متحرک به دست می‌آید، بنابراین:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۳۶۰\text{km}}{۵\text{h}} = ۷۲\ \frac{\text{km}}{h}$$

۱۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. گزینهٔ «۱» درست: چون اندازهٔ بردار جابه‌جایی کمتر از مسافت طی شده توسط متحرک است، پس جهت حرکت متحرک حداقل یک بار تغییر کرده است.

گزینهٔ «۲» نادرست: دو حالت زیر را در نظر بگیرید.



گزینهٔ «۳» نادرست: طبق تعریف تندی متوسط و سرعت متوسط، تندی متوسط طی این بازهٔ زمانی بیش‌تر از اندازهٔ سرعت متوسط است.

گزینهٔ «۴»: الزامی به منفی بودن جهت بردار جابه‌جایی طی این حرکت نیست.

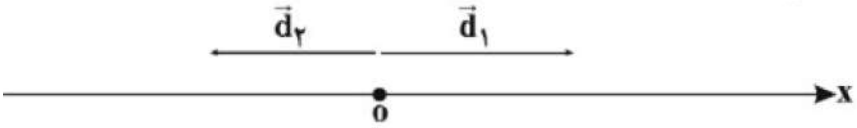
۱۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌بایست معادله‌ی حرکت $(x-t)$ را تعیین علامت کنیم:

$$x=۰ \Rightarrow (t-۱)(t+۲)(-۲t+۸)=۰ \Rightarrow t=۱s, ۴s$$

در اطراف ریشه‌های ساده علامت x تغییر می‌کند، بنابراین در بازه‌ی $t_۱=۱s$ تا $t_۲=۴s$ (یعنی به مدت ۳ ثانیه) بردار مکان متحرک در جهت محور x و مثبت است.

t	۰	۱	۴
x	-	+	-

۱۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



بردار مکان، برداری است که مبدأ سنجش را به مکان جسم متصل می‌کند. اگر متحرک در مکان‌های مثبت باشد بردار مکان آن مثبت است و اگر در مکان‌های منفی باشد بردار مکان منفی است. بنابراین جهت بردار مکان وقتی عوض می‌شود که متحرک از مبدأ عبور کند. یعنی از $x>۰$ به $x<۰$ برود یا بالعکس.

در معادله‌ی حرکت $x=۰$ قرار می‌دهیم تا مشخص شود که متحرک در چه زمانی از مبدأ عبور کرده است:

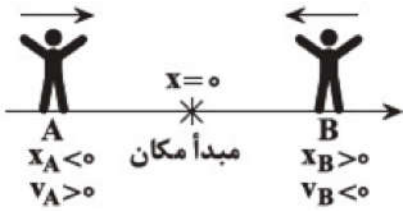
$$x=۰ \Rightarrow t^۲-۶t+۹=۰ \Rightarrow (t-۳)^۲=۰ \Rightarrow t=۳s$$

در لحظه‌ی $t=۳s$ متحرک در مبدأ بوده ولی در تمام لحظات $x>۰$ است. یعنی بردار مکان این متحرک هرگز تغییر جهت نمی‌دهد.

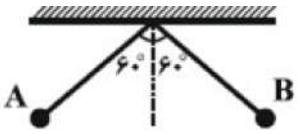
$$x=(t-۳)^۲ \geq ۰ \Rightarrow x \geq ۰$$

۱۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هرگاه متحرک به مبدأ مکان نزدیک شود، بردار مکان و بردار سرعت آن در دو سوی مخالف خواهند بود.

یادآوری: علامت سرعت نشان‌دهندهٔ جهت حرکت متحرک است. اگر متحرک در جهت محور x حرکت کند، علامت آن مثبت و اگر خلاف جهت محور x حرکت کند علامت سرعت آن منفی خواهد بود



۱۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



بر اساس تعریف سرعت متوسط داریم:

$$\text{Sin}\,\alpha = \frac{\frac{d}{۲}}{r} \Rightarrow d = ۲r\,\text{Sin}\,\alpha$$

$$d = v_{av}t \Rightarrow ۲r\,\text{Sin}\,\alpha = ۱/۵\times ۲ \Rightarrow r\,\text{Sin}\,۶۰^\circ = ۱/۵ \Rightarrow r = \frac{۳}{\sqrt{۳}} = \sqrt{۳}m$$

حال بر اساس تعریف تندی متوسط، چون گلولهٔ آونگ $\frac{۱}{۳}$ محیط دایره را طی می‌کند، می‌توان نوشت:

$$l = \frac{۲\pi r}{۳}$$

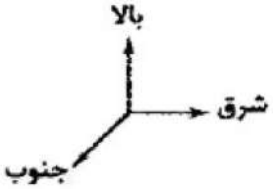
$$s_{av} = \frac{l}{t} = \frac{\frac{۲\pi r}{۳}}{۲} = \frac{\pi\sqrt{۳}}{۳} \Rightarrow s_{av} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}\pi\frac{m}{s}$$

۱۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. پرنده در طی پرواز ۳ مرحله را طی می‌کند، پس مسافت طی شده در هر مرحله‌ی پرواز پرنده را محاسبه می‌کنیم:

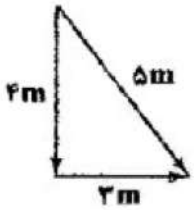
$$\text{پایین} : \Delta x = vt \Rightarrow \Delta x = ۲\times ۲ = ۴m$$

$$\text{شرق} : \Delta x = vt \Rightarrow \Delta x = ۱\times ۳ = ۳m$$

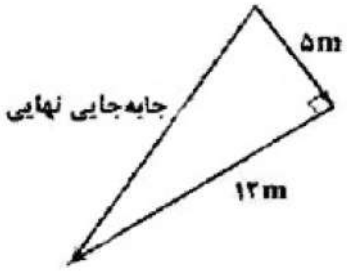
$$\text{جنوب} : \Delta x = vt \Rightarrow \Delta x = ۱/۵\times ۸ = ۱۲m$$



طرح‌واره‌ی حرکت پرنده در دو مرحله‌ی اول به صورت زیر است:



جابه‌جایی در دو مرحله‌ی اول $= \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = \sqrt{۲۵} = ۵m$



$$\Delta x_{\text{کل}} = \sqrt{۵^۲ + ۱۲^۲} = \sqrt{۱۶۹} = ۱۳m$$

$$\Delta t_{\text{کل}} = ۲s + ۳s + ۸s = ۱۳s$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta t_{\text{کل}}} = \frac{۱۳}{۱۳} = ۱\,\frac{m}{s}$$

۲۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$V_{av} = \frac{d - \frac{d}{۴}}{t_۱ + t_۲} = \frac{\frac{۳d}{۴}}{\frac{d}{۶۰} + \frac{\frac{d}{۴}}{۳۰}} = \frac{\frac{۳d}{۴}}{\frac{d}{۶۰} + \frac{d}{۱۲۰}}$$

$$\Rightarrow V_{av} = \frac{\frac{۳d}{۴}}{\frac{۳d}{۱۲۰}} = \frac{\frac{۳d}{۴}}{\frac{d}{۴۰}} = \frac{۱۲۰}{۴} = ۳۰\,\frac{\text{km}}{h}$$

۲۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. متحرک در لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد که سرعت آن در آن لحظه صفر شود، بنابراین در حرکت با شتاب ثابت، متحرک در رأس سهمی تغییر جهت می‌دهد، بنابراین:

$$x = at^2 + bt + c \Rightarrow t_{\text{راس}} = -\frac{b}{2a} \Rightarrow 3 = \frac{-(-b)}{2\times 1} \Rightarrow b = 6\ \frac{m}{s}$$

بنابراین معادله‌ی مکان - زمان این متحرک به صورت $x = t^2 - 6t + 9$ می‌باشد.

کم‌ترین مسافت طی‌شده در بازه‌ی دلخواه، زمانی رخ می‌دهد که لحظه‌ی تغییر جهت در وسط بازه‌ی زمانی دلخواه ما باشد. به عبارتی در بازه‌ی زمانی دلخواه ۲ ثانیه‌ای، کم‌ترین مسافت مربوط به بازه‌ی زمانی $t = 2s$ تا $t = 4s$ می‌باشد، بنابراین مسافت طی‌شده را در این باز حساب می کنیم. برای این کار مکان را در ابتدا و انتهای بازه‌ی زمانی و لحظه‌ی تغییر جهت حساب می‌کنیم. مکان ابتدا و انتهای بازه‌ی زمانی، یکسان است، زیرا فاصله ی زمانی یکسانی تا لحظه‌ی تغییر جهت دارند، بنابراین:

$$x_4 = x_2 = 2^2 - 6\times 2 + 9 = 1m$$

$$x_3 = 3^2 - 6\times 3 + 9 = 0$$

بنابراین مسافت طی‌شده در بازه‌ی زمانی $t = 2s$ تا $t = 4s$ برابر است با:

$$l = |\Delta x_{2_3}| + |\Delta x_{3_4}| = |1 - 0| + |1 - 0| = 2m$$

بنابراین تندی متوسط برابر است با:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{2}{2} = 1\ \frac{m}{s}$$

۲۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{V_{av}}{S_{av}} = \frac{\frac{\Delta x}{\Delta t}}{\frac{l}{\Delta t}} = \frac{|\Delta x|}{l} = \frac{5}{9}$$

۲۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه‌ی سرع متوسط داریم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta\vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_3 - \vec{d}_1}{20 - 0} = \frac{\vec{d}_3 - 30\vec{i}}{20} = 3\vec{i}\left(\frac{m}{s}\right) \Rightarrow \vec{d}_3 = 30\vec{i} = 60\vec{i} \Rightarrow \vec{d}_3 = 90\vec{i}\,(m)$$

نکته: در جابه‌جایی نقطه‌ی ابتدا و انتهای حرکت مهم است و برای Δt باید کل زمان حرکت را درنظر گرفت.

۲۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا سرعت متوسط متحرک را به صورت پارامتری بین لحظات t_1 و t_2 به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\left(t_2^3 - 5t_2 + 4\right) - \left(t_1^3 - 5t_1 + 4\right)}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_{av} = \frac{t_2^3 - t_1^3 - 5(t_2 - t_1) + 4 - 4}{t_2 - t_1}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{(t_2 - t_1)\left(t_2^2 + t_1t_2 + t_1^2\right) - 5(t_2 - t_1)}{t_2 - t_1} \Rightarrow v_{av} = t_1^2 + t_2^2 + t_1t_2 - 5$$

$$= (t_1 + t_2)^2 - t_1t_2 - 5$$

اکنون با توجه به رابطه‌ی به دست آمده برای سرعت متوسط ، اندازه‌ی سرعت متوسط را برای هریک از گزینه‌ها به دست می‌آوریم:

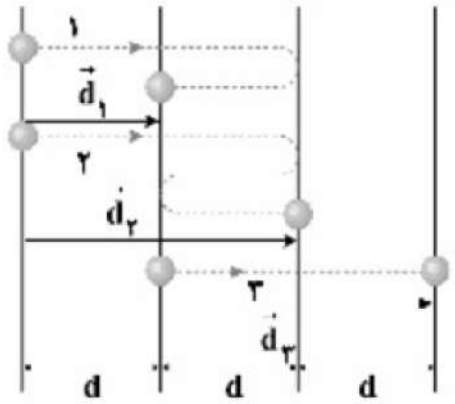
گزینه‌ی ۱: $|v_{av}| = \left|1^2 - 1\times 0 - 5\right| = 4\frac{m}{s}$

گزینه‌ی ۲: $|v_{av}| = \left|4^2 - 4\times 0 - 5\right| = 11\frac{m}{s}$

گزینه‌ی ۳: $|v_{av}| = \left|5^2 - 4\times 1 - 5\right| = 16\frac{m}{s}$

گزینه‌ی ۴: $|v_{av}| = \left|7^2 - 3\times 4 - 5\right| = 32\frac{m}{s}$

۲۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زمان جابه‌جایی متحرک‌ها برابر است، بنابراین طبق رابطه‌ی $v_{av} = \frac{d}{\Delta t}$، سرعت متوسط متحرکی بزرگ‌تر است که جابه‌جایی ان بزرگ‌تر از بقیه باشد. با توجه به شکل زیر داریم:



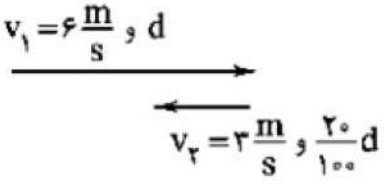
$$d_3 = d_2 > d_1 \Rightarrow v_{av_3} = v_{av_2} > v_{av_1}$$

طبق رابطه‌ی $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$، در زمان برابر، تندی متوسط متحرکی بزرگ‌تر است که مسافت طولانی‌تری را پشت‌سر گذاشته باشد.

$$\begin{cases} l_1 = 2d + d = 3d \\ l_2 = d + 3d = 4d \\ l_3 = 2d \end{cases} \Rightarrow l_2 > l_1 > l_3 \Rightarrow s_{av_2} > s_{av_1} > s_{av_3}$$

۲۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گام اول: شکل ساده‌ای از مسیر حرکت را رسم می‌کنیم:



گام دوم: کل زمان حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\Delta t_{کل} = \Delta t_1 + \Delta t_2 = \frac{d}{v_1} + \frac{\frac{2}{10}d}{v_2} = \frac{d}{6} + \frac{d}{15} = \frac{7d}{30}$$

گام سوم: بزرگی سرعت متوسط را در کل حرکت به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{d - \frac{2}{10}d}{\frac{7d}{30}} = \frac{\frac{4}{5}d}{\frac{7d}{30}} = \frac{24}{7}\frac{m}{s}$$

گام چهارم: تندی متوسط را به دست می‌آوریم:

$$s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{d + \frac{2}{10}d}{\frac{7d}{30}} = \frac{\frac{6}{5}d}{\frac{7d}{30}} = \frac{36}{7}\frac{m}{s}$$

گام آخر:

$$s_{av} - v_{av} = \frac{36}{7} - \frac{24}{7} = \frac{12}{7}\frac{m}{s}$$

۲۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

جابه‌جایی مساحت زیر نمودار است $d=\frac{v'\times(۵t')}{۲}=\frac{۵}{۲}v't'$

جابه‌جایی را بر مدت زمان تقسیم کنیم $v_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{\frac{۵}{۲}v't'}{۵t'}=\frac{۱}{۲}v'$

۲۸ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گام اول: ابتدا به کمک سرعت متوسط متحرک در ۴ ثانیه‌ی اول حرکت $x_۱$ را به دست می‌آوریم:

$$v_{av_۱}=\frac{\Delta x_۱}{\Delta t_۱}=\frac{x_۱-x_.}{\Delta t_۱}$$
$$\Rightarrow -۶=\frac{x_۱-(-۲۰)}{۴}\Rightarrow -۲۴=x_۱+۲۰\Rightarrow x_۱=-۴۴\text{m}$$

گام دوم: با مشخص شدن $x_۱$ می‌توانیم سرعت متوسط متحرک را در چهار ثانیه‌ی دوم به صورت زیر به دست آوریم:

$$v_{av_۲}=\frac{\Delta x_۲}{\Delta t_۲}=\frac{x_۲-x_۱}{\Delta t_۲}=\frac{-۱۰-(-۴۴)}{۴}=\frac{۳۴}{۴}=\frac{۱۷}{۲}=۸/۵\ \frac{m}{s}$$

۲۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$d_۱=\frac{d}{۲}, d_۲+d_۳=\frac{d}{۲}$$
$$\xrightarrow[t_۲=\frac{۱}{۳}(t_۲+t_۳)\Rightarrow t_۲-\frac{۱}{۳}t_۲=\frac{۱}{۳}t_۳\Rightarrow\frac{۲}{۳}t_۲=\frac{t_۳}{۳}\Rightarrow\frac{t_۲}{t_۳}=\frac{۱}{۲}}{d_۲=(v_{av})_۲t_۲\ \text{و}\ d_۳=(v_{av})_۳t_۳} ((v_{av})_۲+۲(v_{av})_۳)t_۲=\frac{d}{۲}$$
$$\Rightarrow t_۲=\frac{d}{۲(v_{av})_۲+۴(v_{av})_۳}, t_۳=\frac{d}{(v_{av})_۲+۲(v_{av})_۳}$$
$$v_{av}=\frac{d_۱+d_۲+d_۳}{t_۱+t_۲+t_۳}=\frac{d}{\frac{d}{۲(v_{av})_۱}+\frac{d}{۲(v_{av})_۲+۴(v_{av})_۳}+\frac{d}{(v_{av})_۲+۲(v_{av})_۳}}$$
$$\Rightarrow v_{av}=\frac{۱}{\frac{۱}{۲(v_{av})_۱}+\frac{۱}{۲(v_{av})_۲+۴(v_{av})_۳}+\frac{۱}{(v_{av})_۲+۲(v_{av})_۳}}$$
$$\xrightarrow{(v_{av})_۱=۱۰\frac{m}{s}\ \text{و}\ (v_{av})_۲=۴\frac{m}{s}\ \text{و}\ (v_{av})_۳=۳\frac{m}{s}} v_{av}=\frac{۱}{\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{۲۰}+\frac{۱}{۱۰}}=\frac{۲۰}{۴}=۵\frac{m}{s}$$

۳۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$x=۴t^۳-۱۶t^۲+۱۲t\Rightarrow x=۴t(t^۲-۴t+۳)=۰$$
$$\Rightarrow ۴t(t-۳)(t-۱)=۰\Rightarrow\begin{cases}t=-۱s\times\\ t=۱s\\ t=۳s\end{cases}$$

برای دومین‌بار در لحظه‌ی $t=۳s$، ذره از مبدأ مکان $(x=۰)$ عبور می‌کند.

$$t_۱=۲s\Rightarrow x_۱=۴(۲)^۳-۱۶(۲)^۲+۱۲(۲)=-۸m$$
$$t_۲=۳s\Rightarrow x_۲=۰$$
$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{x_۲-x_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۰-(-۸)}{۳-۲}=۸\frac{m}{s}$$

۳۱ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. بردار جابه‌جایی برای همه‌ی مسیرها یکسان و برابر $\overrightarrow{\Delta r}=\overrightarrow{AB}$ خواهد بود و اندازه‌ی سرعت متوسط، اندازه‌ی جابه‌جایی جسم تقسیم بر زمان انجام جابه‌جایی است. زمان طی کردن مسیرها یکسان است. پس با توجه به یکسان بودن جابه‌جایی و زمان برای همه‌ی مسیرها، سرعت متوسط برای آن‌ها یکسان خواهد بود.

۳۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت لحظه‌ای است. با استفاده از رابطه‌ی سرعت لحظه‌ای که در این‌جا برابر شیب خط مماس بر نمودار در لحظه‌ی $t=۲۰s$ است، مکان متحرک در لحظه‌ی $t=۲۰s$ را به دست می‌آوریم:

$$v_{t=۲۰s}=\frac{x_{t=۲۰s}-۰}{۲۰-۱۵}\xrightarrow{v_{t=۲۰s}=۲/۴\frac{m}{s}}x_{t=۲۰s}=۱۲m$$

اکنون تندی متوسط متحرک را در $۲۰s$ اول حرکت به دست می‌آوریم:

$$S_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{۵-(-۳)+۱۲-(-۳)}{۲۰}=۱/۱۵\frac{m}{s}$$

۳۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار در بازه‌ی زمانی $t_۱=۸s$ تا $t_۲=۲۰s$ که نمودار زیر محور t است در واقع $x<۰$ است و بردار مکان در خلاف جهت محور xها است.

$$S_{av}=\frac{L}{\Delta t}=\frac{۶+۶}{۲۰-۸}=\frac{۱۲}{۱۲}=۱\frac{m}{s}$$

در بازه‌ی زمانی $t'_۱=۴s$ تا $t'_۲=۱۳s$ که شیب خط مماس بر نمودار منفی است، سرعت نیز منفی است و متحرک در خلاف جهت محور xها در حال حرکت است، بنابراین بزرگی سرعت متوسط در این بازه‌ی زمانی برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-۶-(+۶)}{۱۳-۴}=\frac{-۱۲}{۹}\frac{m}{s}\Rightarrow|v_{av}|=\frac{۴}{۳}\frac{m}{s}$$

$$\frac{S_{av}}{v_{av}}=\frac{۱}{\frac{۴}{۳}}=\frac{۳}{۴}$$

۳۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم جهت بردار مکان متحرک زمانی که $x<۰$ باشد، در خلاف جهت محور x است و زمانی‌که $x>۰$ در جهت مثبت محور x است. بنابراین، ابتدا وضعیت بردار مکان و بردار سرعت را در بازه‌هایزمانی مختلف بررسی می‌کنیم.

$$۰\le t\le ۱s\Rightarrow\begin{cases}x>۰\\v<۰\end{cases},\ ۱s<t\le ۲s\Rightarrow\begin{cases}x<۰\\v<۰\end{cases},\ ۲s<t\le ۳s\Rightarrow\begin{cases}x<۰\\v>۰\end{cases}$$

$$۳\,s<t\le ۵s\begin{cases}x>۰\\v>۰\end{cases},\ ۵s<t\le ۷s\Rightarrow\begin{cases}x>۰\\v<۰\end{cases}$$

می‌بینیم در بازه‌های زمانی $۱s<t\le ۲s$ و $۳s<t\le ۵s$ بردار مکان و بردار سرعت هم‌جهت هستند.

$$t'=(۲-۱)+(۵-۳)=۳s$$

هم‌چنین در بازه‌های زمانی $۰s$ تا $۲s$ و $۵s$ تا $۷s$ بردار سرعت متحرک در خلاف جهت محور xها و اندازه‌ی آن در بازه‌ی زمانی صفر تا $۲s$ در حال کاهش است. $t''=(۲-۰)=۲s$

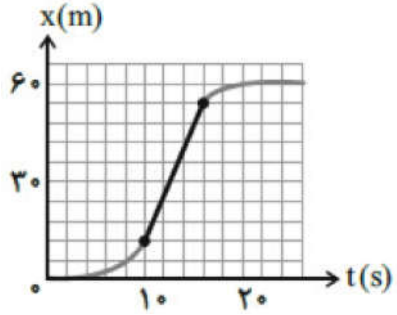
$$\frac{t'}{t''}=\frac{۳}{۲}$$

۳۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. سرعت متحرک وقتی بیشینه است که شیب مماس بر منحنی بیشینه باشد، در این نمودار، بازه‌ی زمانی ۱۰ تا ۱۶ ثانیه دارای بیش‌ترین مقدار شیب است.

پس دو نقطه‌ی متناظر ۱۰ و ۱۶ ثانیه از منحنی را به هم وصل می‌کنیم و داریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{۱۶ - ۱۰} = \frac{۵۴ - ۱۲}{۶} = \frac{۴۲}{۶} = ۷\frac{m}{s}$$

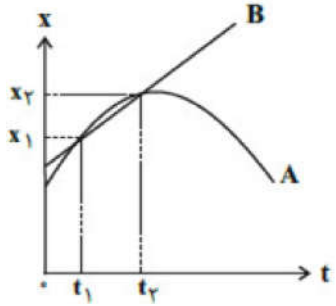
دقت کنید هر واحد روی محور عمودی معادل $۶m$ و هر واحد روی محور افقی معادل $۲s$ است.



۳۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در بازه‌ی زمانی داده شده هر دو متحرک به اندازه‌ی $(x_۲ - x_۱)$ جابه‌جا شده‌اند و چون در این بازه‌ی زمانی A تغییر جهت نداده، پس جابه‌جایی آن با مسافت طی شده‌اش برابر است و در نتیجه تندی متوسط دو متحرک یکسان می‌باشد و اندازه‌ی تندی و سرعت متوسط دو متحرک برابر است.

در ضمن، شیب خط مماس بر منحنی A در لحظه‌ی $t_۱$ بیش‌تر از شیب نمودار B می‌باشد و در نتیجه سرعت A در این لحظه بیش‌تر است.

بنابراین عبارت‌های الف، پ، ت و ث صحیح است.

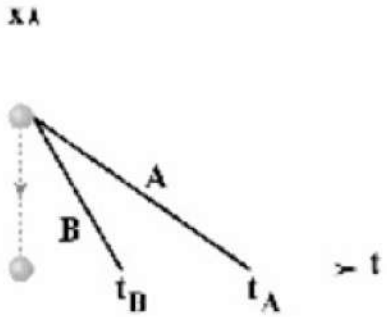


۳۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در نمودار مکان - زمان در مدتی که x مثبت باشد، به معنی آن است که بردار مکان متحرک در جهت محور xها بوده و در مدتی که x منفی باشد، به معنی آن است که بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور xها بوده است، پس در بازه‌ی زمانی $۰ \le t \le ۱۵s$، یعنی ۱۵ ثانیه بردار مکان متحرک، در جهت محور xها بوده است.

متحرک از لحظه‌ی $t = ۱۲s$ تا لحظه‌ی $t = ۲۲s$ به مدت $۱۰s$ در خلاف جهت محور xها حرکت کرده است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta t_{۰\to۱۵} \Delta t_{۱۲\to۲۲} = \frac{۱۵}{۱۰} = \frac{۳}{۲}$$

۳۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. هر دو متحرک از یک مکان شروع به حرکت کرده و در انتها به مبدأ مکان رسیده‌اند. پس جابه‌جایی دو متحرک برابر است:



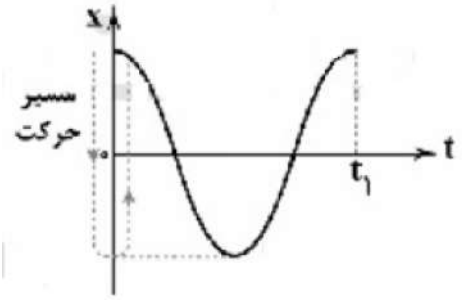
$$\Delta x_A = \Delta x_B$$

از طرفی، چون هر دو متحرک در یک جهت حرکت می‌کنند، جابه‌جایی و مسافتشان هم‌اندازه است.

$$\begin{cases} l_A = |\Delta x_A| \\ l_B = |\Delta x_B| \end{cases} \xrightarrow{|\Delta x_A| = |\Delta x_B|} l_A = l_B$$

پس دو متحرک A و B به یک اندازه جابه‌جا می‌شوند، فرقشان این است که زمان حرکت متحرک A طولانی‌تر از زمان حرکت متحرک B است ($t_A > t_B$).

۳۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تصویر نمودار روی محور x، مسیر حرکت متحرک را نشان می‌دهد. در ضمن، توجه کنید که متحرک دو بار از مبدأ می‌گذرد، بنابراین نمودار $x\,t$ در دو لحظه از محور زمان عبور می‌کند که این مورد فقط در گزینه‌ی (۲) رعایت شده است.



۴۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به کمک این مفهوم که مساحت زیر نمودار $v - t$ برابر با جابه‌جایی است، با درنظر گرفتن این‌که سرعت در لحظه‌های t_1، t_2 و t_3 به‌ترتیب v_1، v_2 و v_3 است، سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی ۰ تا t_1 کم‌تر از v_1، در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2 بیش‌تر از v_1 و کم‌تر از v_2 و در بازه‌ی زمانی t_2 تا t_3 بیش‌تر از v_2 است. پس در بازه‌ی زمانی t_2 تا t_3 بیش‌ترین سرعت متوسط را داریم.

۴۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

الف) درست است. متحرک در بازه‌های زمانی $t = 0$ تا $t = 2\text{s}$ و $t = 7\text{s}$ تا $t = 10\,s$ به مدت 5s در جهت محور x حرکت می‌کند.

ب) درست است. در بازه‌ی زمانی $t = 56$ تا $t = 9\text{s}$ بردار مکان در خلاف جهت محور x است.

پ) درست است. متحرک در بازه‌ی زمانی $t = 2\text{s}$ تا $t = 4\text{s}$، لحظه‌ی $t = 7\text{s}$ و لحظه‌ی $t = 10\text{s}$ در مجموع سه بار تغییر جهت می‌دهد.

ت) نادرست است. در ۷ ثانیه‌ی اول حرکت، اندازه‌ی جابه‌جایی متحرک برابر 7m می‌باشد. در حالی‌که مسافت طی‌شده توسط متحرک 15m می‌باشد. بنابراین تنها عبارت (ت) نادرست است.

۴۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بردار مکان در لحظه‌ای که محور زمان قطع می‌شود، تغییر می‌کند، در حالی که بردار سرعت در لحظاتی که علامت شیب نمودار عوض می‌شود، تغییر می‌کند.

۴۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل، متحرک‌های A و B، در مبدأ زمان در دو جهت مخالف از مبدأ مکان عبور می‌کنند و تا لحظهٔ t'، از یکدیگر دور می‌شوند. پس از لحظهٔ t'، تا لحظه t'' که دو متحرک به هم می‌رسند، در حال نزدیک شدن به یکدیگرند. بنابراین، ابتدا لحظه‌های t' و t'' را می‌یابیم. به همین منظور با محاسبهٔ شتاب متحرک‌ها، معادلات سرعت - زمان و مکان - زمان آن‌ها را می‌نویسیم و با مساوی قرار دادن معادلات سرعتشان، t' و با مساوی قرار دادن معادلات مکانشان، t'' را به دست می‌آوریم. دقت کنید، در لحظهٔ t' سرعت متحرک‌ها یکسان و در لحظهٔ t''، مکان آن‌ها یکسان است.

$$a_A = \frac{\Delta v_A}{\Delta t_A} = \frac{۰ - ۲۰}{۵ - ۰} \Rightarrow a_A = -۴\frac{m}{s^۲}$$

$$a_B = \frac{\Delta v_B}{\Delta t_B} = \frac{۰ - (-۲۰)}{۲۰ - ۰} \Rightarrow a_B = ۱\frac{m}{s^۲}$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{v_{۰A} = ۲۰\frac{m}{s}} v_A = -۴t + ۲۰ \\ \xrightarrow{v_{۰B} = -۲۰\frac{m}{s}} v_B = t - ۲۰ \end{cases}$$

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{x_{۰A} = ۰} x_A = \frac{۱}{۲}(-۴)t^۲ + ۲۰t + ۰ \Rightarrow x_A = -۲t^۲ + ۲۰t \\ \xrightarrow{x_{۰B} = ۰} x_B = \frac{۱}{۲} \times ۱ \times t^۲ - ۲۰t + ۰ \Rightarrow x_B = \frac{۱}{۲}t^۲ - ۲۰t \end{cases}$$

$$t = t' \Rightarrow v_A = v_B \Rightarrow -۴t' + ۲۰ = t' - ۲۰ \Rightarrow ۴۰ = ۵t' \Rightarrow t' = ۸s$$

$$t = t'' \Rightarrow x_A = x_B \Rightarrow -۲t''^۲ + ۲۰t'' = \frac{۱}{۲}t''^۲ - ۲۰t'' \Rightarrow \frac{۵}{۲}t''^۲ - ۴۰t'' = ۰ \Rightarrow t''\left(\frac{۵}{۲}t'' - ۴۰\right) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{۵}{۲}t'' - ۴۰ = ۰ \Rightarrow t'' = ۱۶s \\ t'' = ۰ \end{cases}$$

با داشتن t' و t''، اکنون می‌توان مسافت طی شده در بازهٔ زمانی t' و t'' که دو متحرک به یکدیگر نزدیک می‌شوند را به دست آورد. بنابراین، با توجه به این‌که، در نمودار سرعت - زمان، مساحت سطح محصور بین نمودار و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک است، به صورت زیر، مسافت طی شده را می‌یابیم. البته قبل از آن لازم است، سرعت هریک از متحرک‌ها را در لحظه‌های t' و t'' به دست آوریم. در ضمن در لحظهٔ t'، سرعت دو متحرک یکسان است.

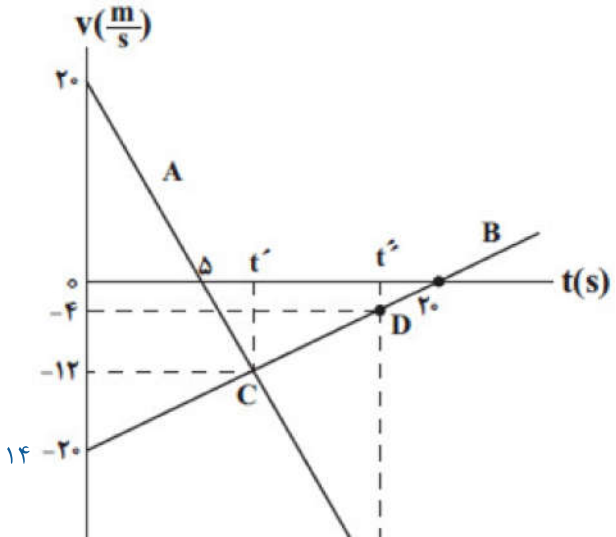
$$v_A = v_B = -۴t' + ۲۰ \xrightarrow{t' = ۸s} v_A = v_B = -۴ \times ۸ + ۲۰ \Rightarrow v_A = v_B = -۱۲\frac{m}{s}$$

$$v_A = -۴t'' + ۲۰ \xrightarrow{t'' = ۱۶s} v_A = -۴ \times ۱۶ + ۲۰ = -۴۴\frac{m}{s}$$

$$v_B = t'' - ۲۰ \xrightarrow{t'' = ۱۶s} v_B = ۱۶ - ۲۰ = -۴\frac{m}{s}$$

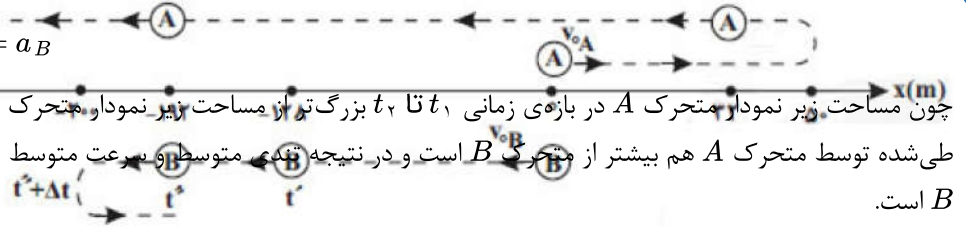
$$L = L_A + L_B \Rightarrow L = \text{مساحت ذوزنقه } t't''CF + \text{مساحت ذوزنقه } t't''CD$$

$$L = \frac{(۱۲ + ۴۴)}{۲} \times (۱۶ - ۸) + \frac{(۱۲ + ۴)}{۲} \times (۱۶ - ۸) \Rightarrow L = (۵۶ \times ۴) + (۸ \times ۸) \Rightarrow L = ۲۸۸m$$



۴۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون سرعت دو متحرک در ابتدا و انتهای بازه یکسان است، شتاب متوسط آن‌ها برابر است.

$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t_A=\Delta t_B]{\Delta v_A=\Delta v_B} a_A=a_B$$

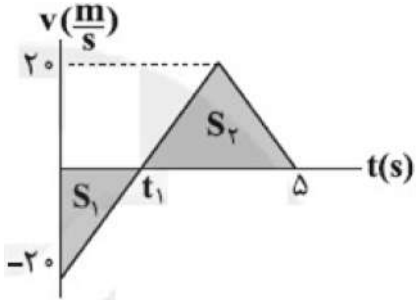


چون مساحت زیر نمودار متحرک A در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_2 بزرگ‌تر از مساحت زیر نمودار متحرک B است، جابه‌جایی و مسافت طی‌شده توسط متحرک A هم بیشتر از متحرک B است و در نتیجه تندی متوسط و سرعت متوسط متحرک A بزرگ‌تر از متحرک B است.

همان‌طور که در شکل فوق مشاهده می‌کنید، هر دو متحرک A و B، در بازهٔ زمانی t' تا t'' در جهت مخالف محور x نزدیک می شوند. در لحظهٔ $t''+\Delta t$ سرعت متحرک B صفر می‌شود و جهت آن برعکس می‌گردد، اما، متحرک A به حرکت خود در جهت مخالف محور x ادامه می‌دهد.

۴۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. لحظه‌ای که سرعت متحرک برابر با صفر می‌شود را t_1 می‌نامیم. برای به‌دست آوردن مسافت طی شده توسط متحرک کافی است مساحت‌های محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور را با هم جمع کنیم.

$$l=\frac{۲۰\times t_1}{۲}+\frac{۲۰\times(۵-t_1)}{۲}=۱۰t_1+۱۰(۵-t_1)=۵۰m$$



۴۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. سطح زیر نمودار $v-t$ برابر با جابه‌جایی متحرک است. پس جابه‌جایی متحرک میان $t=۰$ تا $t=۴s$ برابر مساحت مثلث با علامتی منفی است:

$$x(۴)-x_۰=\frac{-۴\times۳}{۲}\rightarrow -۲-x_۰=-۶\rightarrow x_۰=+۴m$$

جابه‌جایی میان $t=۴s$ تا $t=۷s$ نیز برابر مساحت هاشور زده با علامت مثبت است:

$$x(۷)-x(۴)=+۹\rightarrow x(۷)=+۷m$$

۴۷ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

در ثانیه اول۱۰ $a=\frac{۳۰-(-۱۰)}{۱۰}=۴\frac{m}{s^۲}\Rightarrow v=۴t-۱۰\xrightarrow{v=۰}t=\frac{۱۰}{۴}=۲/۵s$

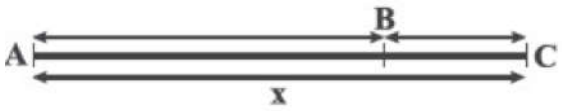
از به بعد۱۵ $a=\frac{-۵-۳۰}{۲۲-۱۵}=\frac{-۳۵}{۷}=۵\Rightarrow v=-۵t+۳۰\xrightarrow{v=۰}t=۶$

در $t=۲۱$ محور را قطع کرده است یعنی ۱s در سوی منفی‌ها حرکت کرده است.

$$۲/۵+۱=۳/۵s$$

۴۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل حرکت متحرک را بین سه نقطه‌ی A، B و C درنظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} (v_{av})_{AB} = ۱۰\frac{m}{s} \\ \Delta t_۱ \\ \Delta x_۱ = \frac{۵}{۶}x \end{cases} \qquad \begin{cases} (v_{av})_{BC} = ۴\frac{m}{s} \\ \Delta t_۲ \\ \Delta x_۲ = \frac{۱}{۶}x \end{cases}$$



سرعت متوسط در کل مسیر حرکت $(v_{av})_{AC} = \frac{\Delta x}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲}$

$$= \frac{\Delta x}{\frac{\Delta x_۱}{(v_{av})_{AB}} + \frac{\Delta x_۲}{(v_{av})_{BC}}} = \frac{x}{\frac{\frac{۵}{۶}x}{۱۰} + \frac{\frac{۱}{۶}x}{۴}} = \frac{۱}{\frac{۱}{۱۲} + \frac{۱}{۲۴}} = ۸\frac{m}{s}$$

به کمک رابطه‌ی $v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}$ برای قسمت‌های مختلف حرکت داریم:

$$\begin{cases} (v_{av})_{AB} = \frac{v_A + v_B}{۲} = ۱۰ \Rightarrow v_A + v_B = ۲۰\frac{m}{s} \quad (۱) \\ (v_{av})_{BC} = \frac{v_B + v_C}{۲} = ۴ \Rightarrow v_B + v_C = ۸\frac{m}{s} \quad (۲) \\ (v_{av})_{AC} = \frac{v_A + v_C}{۲} = ۸ \Rightarrow v_A + v_C = ۱۶\frac{m}{s} \quad (۳) \end{cases}$$

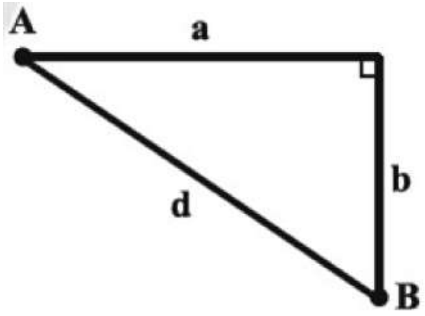
به کمک این سه معادله داریم:

تفاضل معادله‌های ۲ و ۱ : $(v_A + v_B) - (v_B + v_C) = ۲۰ - ۸ \Rightarrow v_A - v_C = ۱۲ \quad (۴)$

جمع معادله‌های ۳ و ۴ : $(v_A + v_C) + (v_A - v_C) = ۱۶ + ۱۲ \Rightarrow ۲v_A = ۲۸ \Rightarrow v_A = ۱۴\frac{m}{s}$

۴۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مسافت طی شده توسط متحرک در جابه‌جایی از نقطهٔ A تا نقطهٔ B برابر با:

$l = a + b$



جابه‌جایی متحرک طی این مسیر برابر است با: $d = \sqrt{a^۲ + b^۲}$

بنابراین داریم:

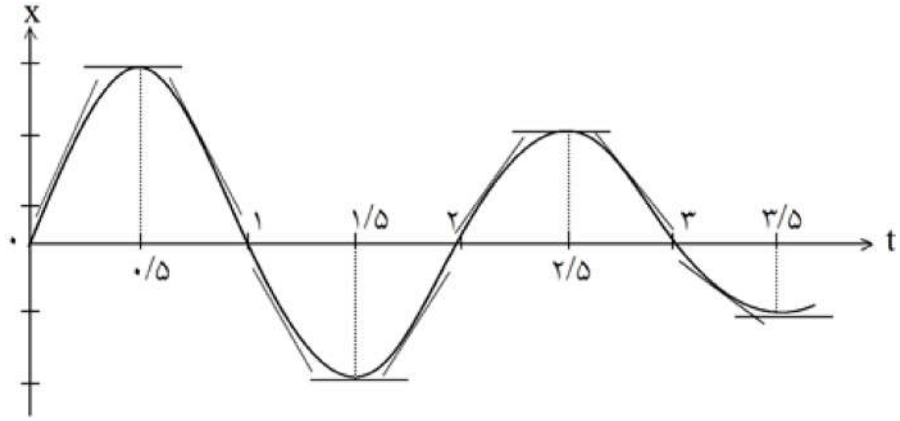
$$\frac{l}{d} = \frac{a+b}{\sqrt{a^۲ + b^۲}} \Rightarrow \left(\frac{l}{d}\right)^۲ = \frac{a^۲ + b^۲ + ۲ab}{a^۲ + b^۲} = ۱ + \frac{۲ab}{a^۲ + b^۲} \quad (۱)$$

از طرفی داریم: $(a-b)^۲ \geq ۰ \Rightarrow a^۲ + b^۲ - ۲ab \geq ۰ \Rightarrow a^۲ + b^۲ \geq ۲ab$

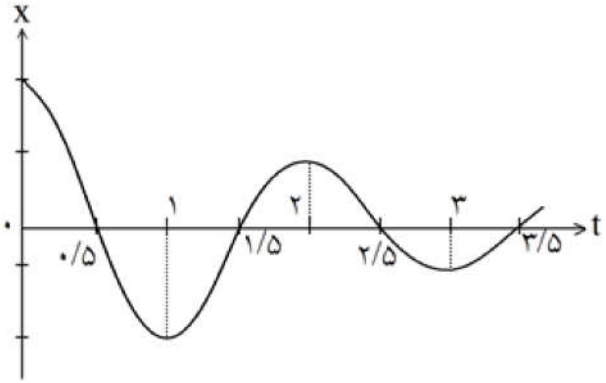
$$\Rightarrow \frac{۲ab}{a^۲ + b} \leq ۱ \quad (۲)$$

در نتیجه: $\xrightarrow{(۱)\text{و}(۲)} \left(\frac{l}{d}\right)^۲ = ۱ + \frac{۲ab}{a^۲ + b^۲} \leq ۲ \Rightarrow \frac{l}{d} \leq \sqrt{۲}$

۵۰ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. شیب نمودار (شیب خط مماس بر منحنی) مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست در حرکت است، با سرعت (سرعت لحظه‌ای) متحرک برابر می‌باشد. نمودار مکان زمان متحرک مورد نظر به صورت زیر می‌باشد.



با توجه به خط های مماس رسم شده بر منحنی مکان- زمان، در لحظه‌های ۰/۵ و ۱/۵ و ۲/۵ و ۳/۵ و ... ثانیه شیب خط افقی مماس بر منحنی صفر است پس در این لحظه‌ها سرعت متحرک صفر است و منحنی سرعت - زمان باید محور افقی t را قطع نماید. در بازه‌ی زمانی ۰ تا ۰/۵ ثانیه شیب خط مماس بر منحنی مثبت و در حال کاهش و صفر شدن می‌باشد. پس در این بازه سرعت لحظه‌ای متحرک از مقداری مثبت و بیشینه به مقدار صفر کاهش می‌یابد. در بازه‌ی زمانی ۰/۵ ثانیه تا ۱ ثانیه شیب خط مماس بر منحنی منفی و در حال کاهش و منفی تر شدن می‌باشد. پس در این بازه زمانی سرعت متحرک از مقدار صفر به مقدارهای منفی کاهش می‌یابد تا به حداقل مقدار منفی خود در لحظه‌ی ۱ ثانیه می‌رسد. در بازه‌ی زمانی ۱ ثانیه تا ۱/۵ ثانیه شیب خط مماس بر منحنی منفی و در حال افزایش و صفر شدن می‌باشد. پس در این بازه‌ی زمانی سرعت متحرک از حداقل مقدار منفی افزایش یافته و در لحظه‌ی ۱/۵ ثانیه به صفر می‌رسد. در بازه‌ی زمانی ۱/۵ ثانیه تا ۲ ثانیه شیب خط مماس بر منحنی مثبت و در حال افزایش و مثبت تر شدن می‌باشد. پس در این بازه‌ی زمانی سرعت متحرک از مقدار صفر به مقدارهای مثبت افزایش می‌یابد تا به حداکثر مقدار مثبت خود در لحظه‌ی ۲ ثانیه می‌رسد. نحوه‌ی تغییرات شیب منحنی $X-t$ به همین ترتیب و متناوباً تکرار می‌شود. پس نمودار سرعت-زمان این حرکت به صورت زیر قابل رسم می‌باشد.



۱	۱	۲	۳	**۴**
۲	۱	۲	۳	**۴**
۳	۱	۲	۳	**۴**
۴	۱	۲	۳	**۴**
۵	۱	**۲**	۳	۴
۶	۱	۲	**۳**	۴
۷	۱	۲	۳	**۴**
۸	۱	۲	**۳**	۴
۱۰	۱	۲	**۳**	۴
۱۱	۱	**۲**	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	**۴**
۱۳	۱	۲	۳	**۴**
۱۴	**۱**	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	**۴**
۱۶	۱	۲	۳	**۴**
۱۷	۱	**۲**	۳	۴
۱۸	۱	**۲**	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	**۴**
۲۰	**۱**	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	**۳**	۴
۲۲	۱	**۲**	۳	۴
۲۳	**۱**	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	**۴**
۲۵	۱	۲	۳	**۴**
۲۶	۱	**۲**	۳	۴
۲۷	۱	**۲**	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	**۴**
۲۹	**۱**	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	**۳**	۴
۳۱	۱	۲	۳	**۴**
۳۲	۱	**۲**	۳	۴
۳۳	۱	۲	**۳**	۴
۳۴	۱	۲	۳	**۴**
۳۵	۱	۲	**۳**	۴
۳۶	۱	۲	**۳**	۴
۳۷	**۱**	۲	۳	۴
۳۸	**۱**	۲	۳	۴
۳۹	۱	**۲**	۳	۴
۴۰	۱	۲	**۳**	۴
۴۱	**۱**	۲	۳	۴
۴۲	۱	**۲**	۳	۴
۴۳	۱	۲	**۳**	۴
۴۴	۱	۲	۳	**۴**
۴۵	**۱**	۲	۳	۴
۴۶	**۱**	۲	۳	۴
۴۷	**۱**	۲	۳	۴
۴۸	**۱**	۲	۳	۴
۴۹	۱	**۲**	۳	۴
۵۰	۱	**۲**	۳	۴