نام دبیر : مهندس مهدی باباخانی

عنوان آزمون : هومورک ۶ دینامیک

۱ جسمی در فاصله R_e از سطح زمین قرار دارد. اگر فاصله جسم از سطح زمین را ۵۰ درصد افزایش دهیم، نیروی وارد بر آن چند درصد کاهش می‌یابد؟ (R_e شعاع زمین است.)

۱) ۶۴ ۲) ۳۶ ۳) $\frac{۴۰۰}{۹}$ ۴) $\frac{۵۰۰}{۹}$

۲ دو جرم m_A و $m_B = \frac{۱}{۱۶} m_A$ به فاصله ۱۲km از یکدیگر قرار دارند. جرم m را روی خط واصل دو جرم در فاصله چند کیلومتری از جرم A قرار دهیم تا به آن هیچ نیروی گرانشی از طرف جرم‌های A و B وارد نشود؟

۱) ۲/۴ ۲) ۱۶ ۳) ۴ ۴) ۹/۶

۳ شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح زمین، $\frac{۱}{۱۶}$ برابر شتاب گرانشی در سطح زمین است. اگر شعاع کره زمین ۶۴۰۰km باشد، h چند کیلومتر است؟

۱) ۱۹۲۰۰ ۲) ۸۰۰۰ ۳) ۶۸۰۰ ۴) ۱۶۰۰

۴ دو جسم به جرم‌های $m_۱ = ۸\text{m}$ و $m_۲ = ۲\text{m}$ در فاصله r از هم، به یکدیگر نیروی گرانشی F وارد می‌کنند. هر گاه نیمی از جرم $m_۱$ را کم کنیم و به جرم $m_۲$ اضافه کنیم و فاصله را به $\frac{۲}{۳} r$ برسانیم، نیروی گرانشی میان دو جرم به چند F می‌رسد؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۹}{۴}$ ۳) $\frac{۲۷}{۸}$ ۴) $\frac{۲}{۳}$

۵ در ارتفاع $h_۱$ از سطح زمین، شدت میدان گرانش زمین $\frac{۱}{۴}$ شدت میدان گرانش در سطح زمین است و در ارتفاع $h_۲$ از سطح زمین، شدت میدان گرانش زمین $\frac{۱}{۹}$ شدت میدان گرانش در سطح زمین است، در این‌صورت $\frac{h_۲}{h_۱}$ کدام است؟

۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) ۲ ۴) ۳

۶ جرم سیارهٔ A، ۳ برابر جرم سیارهٔ B می‌باشد. اگر شعاع سیارهٔ A، ۲ برابر سیارهٔ B باشد. نسبت شتاب گرانش در سطح سیارهٔ A به شتاب گرانش در سطح سیارهٔ B، $\left(\frac{g_A}{g_B}\right)$ چند است؟

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۷ فاصلهٔ جسمی از سطح زمین چند برابر شعاع زمین باشد تا نیروی گرانش واد بر آن $\frac{۱}{۲}$ وزن آن در سطح زمین باشد؟

۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{\sqrt{۲}-۱}$ ۴) $\sqrt{۲}-۱$

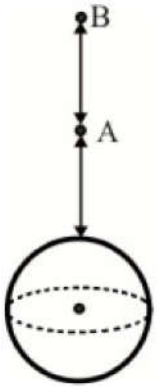
۸ از روی سطح زمین تا چه ارتفاعی برحسب R_e (شعاع زمین) بالا رویم تا شتاب گرانش ۷۵% تغییر کند؟

۱) $\frac{R_e}{۲}$ ۲) R_e ۳) $\frac{۳R_e}{۲}$ ۴) $۳R_e$

۹ جرم و حجم سیاره‌ای فرضی ۸ برابر جرم و حجم زمین است. اگر وزن جسمی در سطح زمین ۴۰ نیوتن باشد، وزن همین جسم بر روی سطح این سیارهٔ فرضی چند نیوتن خواهد بود؟

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۸۰ ۴) ۱۶۰

۱۰ مطابق شکل، دو نقطه A و B در اطراف یک سیاره قرار دارند. اگر در نقطه B جرم و وزن جسمی $۲/۴\ kg$ و $۹/۶N$ باشد و شتاب گرانشی در دو نقطه A و B، به اندازه $۱\ \frac{m}{s^۲}$ با یک‌دیگر تفاوت داشته باشد، به‌ترتیب، جرم جسم در نقطه A چند کیلوگرم و وزن جسم در این نقطه چند نیوتون است؟



۱) ۳، ۱۵ ۲) ۲/۴، ۱۵
۳) ۲/۴، ۱۲ ۴) ۳، ۱۲

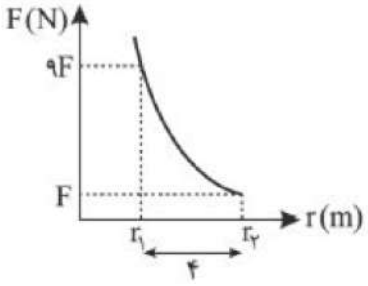
۱۱ چگالی متوسط سیاره‌ی مشتری تقریباً $\frac{۱}{۴}$ چگالی متوسط زمین است، در حالی که شعاع متوسط سیاره‌ی مشتری ۱۱ برابر شعاع متوسط زمین است. اگر شتاب گرانشی در سطح زمین را تقریباً $۱۰\ \frac{m}{s^۲}$ در نظر بگیریم. شتاب گرانشی در سطح سیاره‌ی مشتری چند متر بر مجذور ثانیه است؟ (شتاب گرانشی سطح زمین $۱۰\ \frac{m}{s^۲}$ است.)

۱) ۰/۰۲ ۲) ۱۳ ۳) ۲۷/۵ ۴) ۳۰

۱۲ در چه ارتفاعی برحسب کیلومتر از سطح زمین، نیروی گرانش وارد بر جسم ۳۶ درصد کم‌تر از نیروی گرانش وارد بر جسم در سطح زمین است؟ (شعاع زمین را $۶۴۰۰\ km$ فرض کنید.)

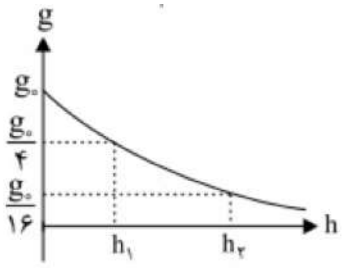
۱) ۱۶۰۰ ۲) ۳۲۰۰ ۳) ۶۴۰۰ ۴) ۹۶۰۰

۱۳ نمودار نیروی گرانش بین دو ذره بر حسب فاصلهٔ بین آن‌ها به صورت زیر است. مقدار $r_۱$ چند متر است؟



۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۱۴ نمودار شتاب جاذبه در نزدیکی سطح یک سیاره برحسب فاصله از سطح سیاره مطابق شکل زیر می‌باشد. حاصل نسبت $\frac{h_۲}{h_۱}$ کدام است؟

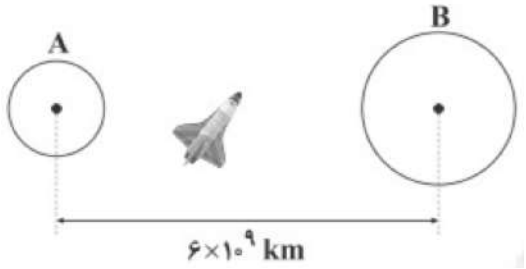


۱) ۲ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) ۳ ۴) $\sqrt{۳}$

۱۵ در چه فاصله‌ای از سطح زمین (برحسب شعاع زمین (R_e)) ، اندازهٔ نیروی وزن جسمی به جرم ۶۰ kg برابر با $۳۰۰N$ است؟ (R_e شعاع زمین و اندازهٔ شتاب گرانشی در سطح زمین برابر با $g = ۱۰\frac{N}{kg}$ می‌باشد.)

۱) $(\sqrt{۲}-۱)R_e$ ۲) $\sqrt{۲}R_e$ ۳) $۲R_e$ ۴) $\frac{(\sqrt{۲}-۱)}{۲}R_e$

۱۶ در شکل زیر، چگالی و شعاع سیاره‌ی A به ترتیب برابر با $۵\ \frac{g}{cm^۳}$ و ۲۰۰۰km و چگالی و شعاع سیاره‌ی B به ترتیب برابر با $۸\ \frac{g}{cm^۳}$ و ۵۰۰۰km است. اگر برایند نیروهای گرانشی وارد بر سفینه‌ای در فاصله‌ی بین این دو سیاره، برابر صفر باشد، فاصله‌ی این سفینه تا مرکز سیاره‌ی A چند کیلومتر است؟



۱) $۱۰^۹$ ۲) ۲×۱۰^۹ ۳) ۳×۱۰^۹ ۴) ۴×۱۰^۹

۱۷ چگالی متوسط سیاره‌ی A، ۱/۵ برابر چگالی متوسط سیاره‌ی B است. اگر جرم سیاره‌ی A، ۱۲ برابر جرم سیاره‌ی B باشد، شتاب گرانش در سطح سیاره‌ی A چند برابر شتاب گرانش در سطح سیاره‌ی B است؟

۱) ۴ ۲) $\frac{۱}{۴}$ ۳) ۳ ۴) $\frac{۱}{۳}$

۱۸ دو جرم m_A و $m_B = \frac{۱}{۹} m_A$ به فاصله ۲۴km از یکدیگر قرار دارند. جرم m را در نقطه N روی خط واصل و در خارج از فاصله دو جرم قرار می‌دهیم تا نیروی گرانشی که هر یک از دو جرم به آن وارد می‌کنند، یکسان شود. فاصله‌ی نقطه N تا جرم m_A چند کیلومتر است؟

۱) ۶ ۲) ۱۸ ۳) ۳۶ ۴) ۱۲

۱۹ دو جسم با جرم‌های مشابه m در فاصله‌ی d از یک‌دیگر، نیرویی گرانشی به بزرگی $۸\,\text{kN}$ و دو جسم با جرم‌های مشابه M در همان فاصله نیروی گرانشی به بزرگی $۱۲\,\text{kN}$ را به یک‌دیگر وارد می‌کنند. اندازه‌ی نیروی گرانشی که دو جسم با جرم‌های $(M+m)$ و $(M-m)$ در فاصله‌ی d به یک‌دیگر وارد می‌کنند، چند نیوتون است؟

۱) ۲۰۰۰ ۲) ۴۰۰۰ ۳) ۸۰۰۰۰ ۴) ۱۰۰۰۰

۲۰ اگر از سطح زمین به اندازه‌ی h بالا رویم، اندازه‌ی نیروی وزن نسبت به سطح زمین ۳۶ درصد کاهش می‌یابد. اگر از سطح سیاره‌ای که شعاع آن $\frac{۱}{۴}$ شعاع زمین و جرم آن ۲ برابر جرم زمین است به همان اندازه‌ی h بالا رویم، اندازه‌ی نیروی وزن نسبت به سطح سیاره تقریباً چند درصد کاهش می‌یابد؟

۱) ۲۵ ۲) ۷۵ ۳) ۴۴ ۴) ۵۶

۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نیروی وارد بر جسم با فاصله تا مرکز زمین رابطه عکس دارد.

$$F \sim \frac{۱}{r^۲}$$

$$\frac{F_۲}{F_۱} = \left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^۲ = \left(\frac{h_۱ + R_e}{h_۲ + R_e}\right)^۲ = \left(\frac{R_e + R_e}{R_e + ۰/۵\,R_e + R_e}\right)^۲ = \left(\frac{۴}{۵}\right)^۲ = ۰/۶۴$$

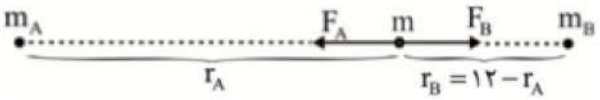
$F_۲ = ۰/۶۴\,F_۱$ است یعنی نیرو ۳۶ درصد کاهش می‌یابد.

۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به ربایشی بودن نیروی گرانشی و رابطه $F = G\frac{m_۱ m_۲}{r^۲}$، نقطه مورد نظر باید روی خط واصل دو جرم و به جرم کوچک‌تر (B) نزدیک‌تر باشد:

$$F_A = F_B \to \frac{m_A\, m}{r^۲{}_A} = \frac{m_B\, m}{r^۲{}_B} \to \frac{m_A}{m_B} = \left(\frac{r_A}{r_B}\right)^۲ \to ۱۶ = \left(\frac{r_A}{۱۲ - r_A}\right)^۲ \to$$

$$۴ = \frac{r_A}{۱۲ - r_A} \to r_A = ۴۸ - ۴\mathrm{r}_A \to ۵\mathrm{r}_A = ۴۸ \to r_A = \frac{۴۸}{۵} = ۹/۶\ \mathrm{km}$$



۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. شتاب گرانشی در فاصله r از مرکز کره زمین از $g = G\frac{\mathrm{Me}}{r^۲}$ به دست می‌آید:

$$\frac{g'}{g} = \left(\frac{r}{r'}\right)^۲ \to \frac{۱}{۱۶} = \left(\frac{R_e}{R_e + h}\right)^۲ \to \frac{R_e}{R_e + g} = \frac{۱}{۴} \to h = ۳\,R_e = ۳ \times ۶۴۰۰ = ۱۹۲۰۰\mathrm{km}$$

۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه $F = G\frac{m_۱ m_۲}{r^۲}$، داریم:

$$\frac{F'}{F} = \frac{m'_۱}{m_۱} \times \frac{m'_۲}{m_۲} \times \left(\frac{r}{r'}\right)^۲ \to \frac{F'}{F} = \frac{۴\mathrm{m}}{۸\mathrm{m}} \times \frac{۶\mathrm{m}}{۲\mathrm{m}} \times \left(\frac{r}{\frac{۲}{۳}r}\right)^۲ = \frac{۳}{۲} \times \frac{۹}{۴} = \frac{۲۷}{۸}$$

۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شدت میدان گرانش در سطح زمین از رابطهٔ $g = G\frac{M_e}{R_e^۲}$و در ارتفاع h از سطح زمین از رابطهٔ $g' = G\frac{M_e}{(R_e + h)^۲}$ به‌دست می‌آید پس:

$$g'_۱ = \frac{۱}{۴}g = G\frac{M_e}{(R_e + h_۱)^۲} = \frac{۱}{۴}G\frac{M_e}{R_e^۲} \Rightarrow R_e + h_۱ = ۲\mathrm{R}_e \Rightarrow h_۱ = R_e$$

$$g'_۲ = \frac{۱}{۹}g = G\frac{M_e}{(R_e + h_۲)^۲} = \frac{۱}{۹}G\frac{M_e}{R_e^۲} \Rightarrow R_e + h_۲ = ۳\mathrm{R}_e \Rightarrow h_۲ = ۲\mathrm{R}_e$$

$$\Rightarrow \frac{h_۲}{h_۱} = ۲$$

۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون شتاب گرانش هر سیاره از رابطهٔ $\frac{GM}{r^2}$ محاسبه می‌شود، داریم:

$$\frac{g_A}{g_B}=\frac{\frac{\not{G}m_A}{r_A^2}}{\frac{\not{G}m_B}{r_B^2}}=\frac{\frac{3m_B}{(2r_B)^2}}{\frac{m_B}{r_B^2}}=\frac{3}{4}$$

۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left.\begin{matrix}F=\frac{GMm}{(r+h)^2}\\ F_0=\frac{GMm}{r^2}\end{matrix}\right\}\Rightarrow F=\frac{1}{2}F_0\Rightarrow\frac{1}{r+h}=\frac{1}{\sqrt{2}r}\Rightarrow\sqrt{2}r=r+h\Rightarrow h=(\sqrt{2}-1)r$$

۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$g=\frac{25}{100}g_0\Rightarrow\frac{GM_e}{(R_e+h)^2}=\frac{1}{4}\frac{GM_e}{R_e^2}\Rightarrow R_e+h=2R_e\Rightarrow h=R_e$$

۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا باید ببینیم شتاب گرانش در سطح این سیاره چند برابر شتاب گرانش در سطح زمین است. اگر این سیاره را P و زمین را e فرض کنیم داریم:

$$m_P=8m_e$$

$$V_P=8V_e\Rightarrow\frac{4}{3}\pi R_P^3=8\left(\frac{4}{3}\pi R_e^3\right)\Rightarrow R_P=2R_e$$

$$\left.\begin{matrix}g_e=G\frac{M_e}{R_e^2}\\ g_P=G\frac{M_P}{R_P^2}\end{matrix}\right\}\Rightarrow\frac{g_P}{g_e}=\frac{M_P}{M_e}\times\left(\frac{R_e}{R_P}\right)^2=8\times\left(\frac{1}{2}\right)^2=2$$

چون g در سطح سیاره دو برابر g در سطح زمین است، پس وزن جسم در سطح آن سیاره دو برابر وزن جسم در سطح زمین یعنی ۸۰ نیوتن است.

۱۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با دور شدن از سیاره، شتاب گرانشی و در نتیجه بزرگی نیروی وزن، کاهش می‌یابد، اما جرم تغییر نمی‌کند.

$$W_B=mg_B\Rightarrow 96=24g_B\Rightarrow g_B=4\frac{m}{s^2}$$

$$g_A=g_B+1=5\frac{m}{s^2}\Rightarrow W_A=mg_A=24\times 5=120N$$

۱۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$g=\frac{GM}{R^{۲}}=\frac{G\bar{\rho}\times\frac{۳}{۴}\pi R^{۳}}{R^{۲}}=\left(\frac{۴}{۳}\pi G\right)\bar{\rho}R$$

$\bar{\rho}=$ چگالی متوسط سیاره

شتاب گرانشی در سطح هر سیاره متناسب با حاصل‌ضرب چگالی متوسط سیاره در شعاع سیاره است.

مشتری: J: Jupiter زمین: e: earth

$$\frac{g_J}{g_e}=\frac{\bar{\rho}_J}{\bar{\rho}_e}\times\frac{R_J}{R_e}$$
$$\frac{g_J}{۱۰}=\frac{۱}{۴}\times۱۱\Rightarrow g_J=۲۷/۵\frac{m}{s^{۲}}$$

۱۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{F'}{F}=\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^{۲}\Rightarrow\frac{۶۴}{۱۰۰}=\left(\frac{R_e}{R_e+h}\right)^{۲}\Rightarrow\frac{R_e}{R_e+h}=\frac{۸}{۱۰}$$
$$\Rightarrow ۱۰R_e=۸R_e+۸h\Rightarrow ۸h=۲R_e\Rightarrow h=\frac{۱}{۴}R_e\Rightarrow h=\frac{۱}{۴}\times۶۴۰۰=۱۶۰۰\text{km}$$

۱۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$r_۱=r, r_۲=r+۴$$
$$F=\frac{Gm_۱m_۲}{r^{۲}}\Rightarrow\frac{F_۲}{F_۱}=\left(\frac{r_۱}{r_۲}\right)^{۲}$$
$$\Rightarrow\frac{۱}{۹}=\left(\frac{r}{r+۴}\right)^{۲}\Rightarrow ۳r=r+۴\Rightarrow ۲r=۴\Rightarrow r=۲\text{m}$$

۱۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح یک سیاره از رابطه‌ی $g=\frac{\text{GM}}{(R+h)^{۲}}$ به‌دست می‌آید.

طبق نمودار داده شده، شتاب گرانشی در ارتفاع‌های $h_۱$ و $h_۲$ به ترتیب $g_۱=\frac{g_۰}{۴}$ و $g_۲=\frac{g_۰}{۱۶}$ می‌باشد با مقایسه‌ی

هریک از این مقادیر با شتاب گرانش در سطح سیاره ($h=۰$) داریم:

$$\frac{g_۱}{g_۰}=\frac{R^{۲}}{(R+h_۱)^{۲}}\Rightarrow\frac{۱}{۴}=\frac{R^{۲}}{(R+h_۱)^{۲}}$$
$$\frac{۱}{۲}=\frac{R}{R+h_۱}\Rightarrow h_۱=R$$
$$\frac{g_۲}{g_۰}=\frac{R^{۲}}{(R+h_۲)^{۲}}\Rightarrow\frac{۱}{۱۶}=\frac{R^{۲}}{(R+h_۲)^{۲}}$$
$$\frac{۱}{۴}=\frac{R}{R+h_۲}\Rightarrow h_۲=۳R$$
$$\frac{h_۲}{h_۱}=\frac{۳\text{R}}{R}=۳$$

۱۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از رابطهٔ اندازهٔ شتاب گرانشی در ارتفاع h از سطح زمین و مقایسهٔ آن با اندازهٔ شتاب گرانشی در سطح زمین داریم:

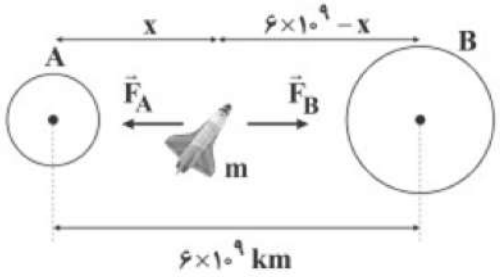
$$W_{\circ} = mg = ۶۰\times۱۰ = ۶۰۰N$$

$$W_h = ۳۰۰N$$

$$W = mg = mG\frac{M_e}{r^۲} \Rightarrow \frac{W_{\circ}}{W_h} = \left(\frac{R_e+h}{R_e}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۶۰۰}{۳۰۰} = \left(\frac{R_e+h}{R_e}\right)^۲ \Rightarrow \sqrt{۲} = \frac{R_e+h}{R_e}$$

$$\Rightarrow \sqrt{۲}R_e = R_e + h \Rightarrow h = (\sqrt{۲}-۱)R_e$$

۱۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل، برای آن‌که سفینه در تعادل باشد، کافی است نیروی گرانشی که دو سیاره به آن وارد می‌کنند، هم‌اندازه باشند.



$$F_A = G\frac{M_A m}{x^۲ \times ۱۰^{۶}} = G\frac{\rho_A \times \frac{۴}{۳}\pi R_A^{۳} \times m}{x^۲ \times ۱۰^{۶}}$$

$$F_B = G\frac{M_B m}{(۶\times۱۰^{۹} - x)^{۲} \times ۱۰^{۶}} = G\frac{\rho_B \times \frac{۴}{۳}\pi R_B^{۳} \times m}{(۶\times۱۰^{۹} - x)^{۲} \times ۱۰^{۶}}$$

$$\xrightarrow{F_A = F_B} \frac{\rho_A R_A^{۳}}{x^۲} \Rightarrow \frac{۵\times(۲۰۰۰)^۳}{x^۲} = \frac{۸\times(۵۰۰۰)^۳}{(۶\times۱۰^{۹} - x)^۲}$$

$$\xrightarrow{\text{جذر}} \frac{۱}{x} = \frac{۵}{۶\times۱۰^{۹} - x} \Rightarrow ۵x = ۶\times۱۰^{۹} - x \Rightarrow x = ۱۰^{۹}\ \text{km}$$

۱۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. همان‌طور که می‌دانید، شتاب گرانشی در سطح یک سیاره به دو عامل جرم سیاره و شعاع سیاره بستگی دارد.

$$g = G\frac{M}{R^۲}$$

در صورت سؤال نسبت جرم دو سیاره مشخص است، اما در مورد نسبت شعاع دو سیاره چیزی گفته نشده که باید آن را به کمک فرمول چگالی به دست آورد:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \frac{V_A}{V_B} \xrightarrow[r=R_{\text{سیاره}}]{V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳} \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^۳$$

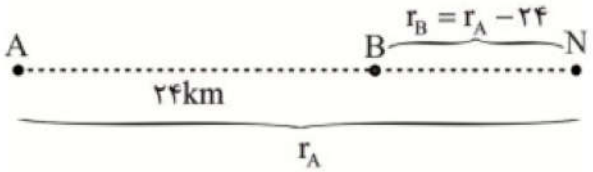
حال با عددگذاری در رابطه‌ی بالا به رابطه‌ی بین شعاع‌های دو سیاره می‌رسیم:

$$\frac{۱}{۱/۵} = \frac{۱}{۱۲} \times \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^۳ \Rightarrow \left(\frac{R_A}{R_B}\right)^۳ = \frac{۱۲}{۱/۵} = ۸ \Rightarrow \frac{R_A}{R_B} = ۲$$

در مرحله ی دوم به کمک رابطه‌ی شتاب گرانشی در سطح سیاره می‌توانیم شتاب گرانشی روی دو سیاره را با هم مقایسه کنیم:

$$\frac{g_A}{g_B} = \frac{M_A}{M_B} \times \left(\frac{R_B}{R_A}\right)^۲ = \frac{۱۲}{۱} \times \left(\frac{۱}{۲}\right)^۲ \Rightarrow \frac{g_A}{g_B} = ۱۲ \times \frac{۱}{۴} = ۳$$

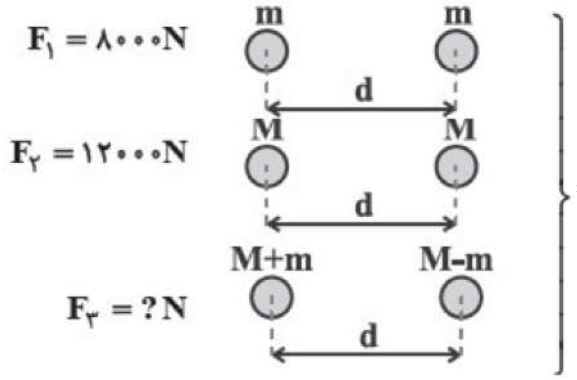
۱۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطه مورد نظر باید به جرم کوچک‌تر (m_B) نزدیک‌تر باشد:



$$F_A = F_B \rightarrow \frac{m_A - \cancel{m}}{r_A^۲} = \frac{m_B - \cancel{m}}{r_B^۲} \rightarrow \left(\frac{r_A}{r_A - ۲۴}\right)^۲ = \frac{m_A}{\frac{۱}{۹}m_A} \rightarrow \frac{r_A}{r_A - ۲۴} = ۴$$

$$\rightarrow r_A = ۳r_A - ۷۲ \rightarrow ۲r_A = ۷۲ \rightarrow r_A = ۳۶\text{km}$$

۱۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر تصویر هریک از حالت‌های بیان شده را به صورت زیر رسم کنیم، داریم:



$$\Rightarrow F = G\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{حالت اول} \longrightarrow ۸۰۰۰ = G\frac{m^2}{d^2} \\ \text{حالت دوم} \longrightarrow ۱۲۰۰۰ = G\frac{M^2}{d^2} \\ \text{حالت سوم} \longrightarrow F_3 = G\frac{M^2 - m^2}{d^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow F_3 = G\frac{M^2}{d^2} - G\frac{m^2}{d^2} = ۱۲۰۰۰ - ۸۰۰۰ = ۴۰۰۰N$$

۲۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم که اندازه‌ی نیروی وزن برابر با $W = mg$ است. چون جرم همواره ثابت است، با افزایش ارتفاع، شتاب گرانش هم ۳۶ درصد کاهش می‌یابد. با توجه به رابطه‌ی شتاب گرانش $g = \frac{GM}{(h+R)^2}$ داریم:

$$\frac{g_h}{g_0} = \left(\frac{R_e}{h+R_e}\right)^2$$

که در آن g_h شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح زمین، g_0 شتاب گرانش در سطح زمین و R_e شعاع زمین است.

$$۰/۶۴ = \left(\frac{R_e}{h+R_e}\right)^2 \Rightarrow ۰/۸ = \frac{R_e}{h+R_e} \Rightarrow h = \frac{۱}{۴}R_e$$

نسبت شتاب گرانش در ارتفاع h به شتاب گرانش در سطح سیاره را می‌نویسیم:

$$\frac{g_{xh}}{g_{x0}} = \left(\frac{R_x}{h+R_x}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_{xh}}{g_{x0}} = \left(\frac{\frac{۱}{۴}R_e}{\frac{۱}{۴}R_e + \frac{۱}{۴}R_e}\right)^2 \Rightarrow \frac{g_{xh}}{g_{x0}} = \left(\frac{۱}{۲}\right)^2 = \frac{۱}{۴}$$

بنابراین: $\text{درصد تغییرات} = \left(\frac{۱}{۴} - ۱\right) \times ۱۰۰ = -۷۵\%$

۱	۱	**۲**	۳	۴
۲	۱	۲	۳	**۴**
۳	**۱**	۲	۳	۴
۴	۱	۲	**۳**	۴
۵	۱	۲	**۳**	۴
۶	۱	۲	**۳**	۴
۷	۱	۲	۳	**۴**
۸	۱	**۲**	۳	۴
۹	۱	۲	**۳**	۴
۱۰	۱	۲	**۳**	۴
۱۱	۱	۲	**۳**	۴
۱۲	**۱**	۲	۳	۴
۱۳	**۱**	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	**۳**	۴
۱۵	**۱**	۲	۳	۴
۱۶	**۱**	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	**۳**	۴
۱۸	۱	۲	**۳**	۴
۱۹	۱	**۲**	۳	۴
۲۰	۱	**۲**	۳	۴