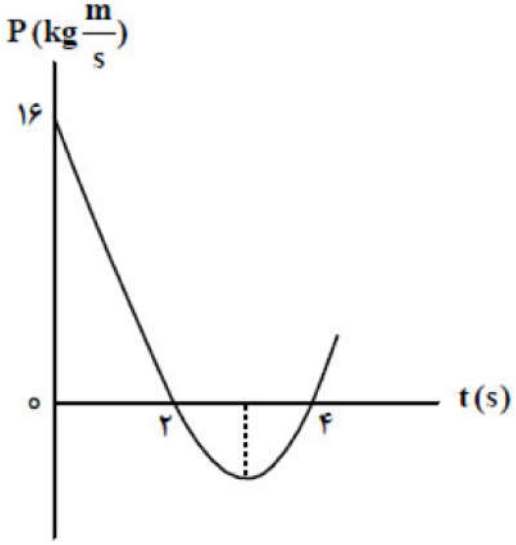
نام دبیر : مهندس مهدی باباخانی

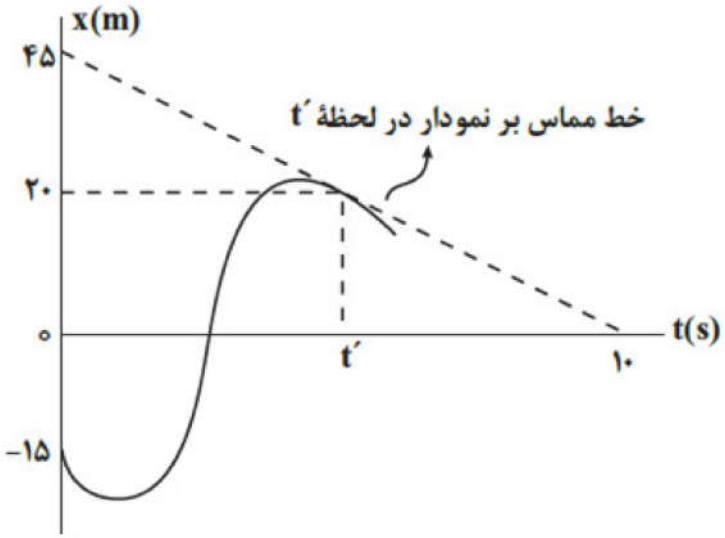
عنوان آزمون : هومورک۵ دینامیک

۱ نمودار تکانه - زمان جسمی که روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. بزرگی نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در بازهٔ زمانی $t_1 = ۳s$ تا $t_2 = ۵s$ چند نیوتون است؟



۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

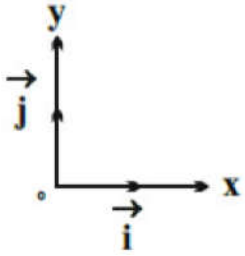
۲ در شکل مقابل، نمودار مکان - زمان جسمی به جرم $۱/۵\ \text{kg}$ که تندی آن در مبدأ زمان برابر $۱۰\frac{m}{s}$ است، نشان داده شده است. اگر سرعت متوسط این جسم در t' ثانیهٔ اول حرکت، $۷\frac{m}{s}$ باشد، بزرگی نیروی خالص (برایند) متوسط وارد بر آن در این مدت چند نیوتون است؟



۱) ۱/۶۵ ۲) ۴/۳۵ ۳) ۲/۷ ۴) ۶

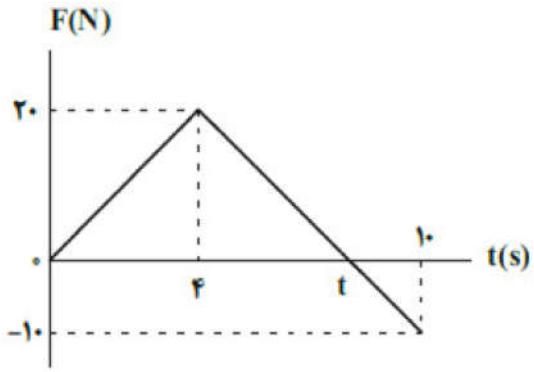
۳) توپی به جرم $۴۰۰g$ با سرعت $\vec{v}_{۱} = ۶\vec{i} - ۸\vec{j}\left(\frac{m}{s}\right)$ به زمین برخورد کرده و با سرعت $\vec{v}_{۲} = ۶\vec{i} + ۸\vec{j}\left(\frac{m}{s}\right)$ از زمین جدا می‌شود. اگر مدت زمان برخورد توپ با زمین $۰/۸s$ باشد، بردار نیرویی که سطح زمین به توپ وارد می‌کند در SI کدام است؟

$\left(g = ۱۰\frac{N}{kg}\right)$



۱) $۱۶\vec{j}$ ۲) $۱۸\vec{j}$ ۳) $-۸\vec{j}$ ۴) $۱۲\vec{j}$

۴) شکل مقابل، نمودار اندازهٔ نیروی خالص وارد بر یک متحرک را برحسب زمان نشان می‌دهد. در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۰ ثانیه، نیروی خالص متوسط وارد شده بر جسم چند نیوتون است؟



۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۷ ۴) ۹

۵) جسمی به جرم $۲\,kg$ تحت تأثیر نیروی خالص $\vec{F} = ۳\vec{i} - ۴\vec{j}(N)$ در مبدأ زمان با سرعت اولیهٔ $\vec{v}_{.} = ۶\vec{i} - ۸\vec{j}\left(\frac{m}{s}\right)$ شروع به حرکت می‌کند. بزرگی تکانهٔ این جسم در لحظهٔ $t = ۲s$ چند واحد SI است؟

۱) ۳۰ ۲) ۴۰ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

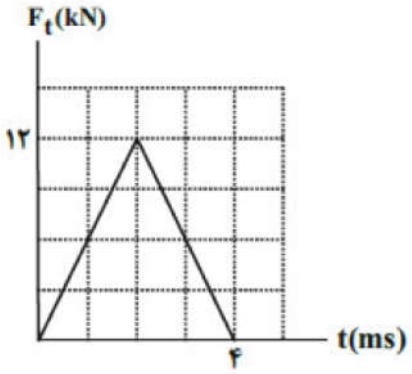
۶) جسمی به جرم $۲/۵\,kg$ را به کمک نخی به جرم ناچیز با نیروی ثابت و افقی $\vec{F}$ روی سطحی با ضریب اصطکاک جنبشی $۰/۴$ می‌کشیم. جسم از حال سکون شروع به حرکت کرده و نخ پس از ۵ ثانیه پاره می‌شود. اگر تغییر تکانهٔ جسم در ۳ ثانیهٔ دوم حرکت $۲۰\frac{kg.m}{s}$ باشد، اندازهٔ نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون بوده است؟ $\left(g = ۱۰\frac{N}{kg}\right)$

۱) $۱۲/۵$ ۲) $۷/۵$ ۳) ۲۵ ۴) ۱۵

۷) متحرکی بر روی محور y در حال حرکت است. بردار نیروی خالص متوسط وارد بر آن در ۵ ثانیه‌ی اول حرکت، برابر با $-۲/۵\vec{j}$ و در ۵ ثانیه‌ی دوم حرکت، برابر با $۱/۵\vec{j} +$ در SI است. بردار نیروی خالص متوسط وارد بر این متحرک در ۱۰ ثانیه‌ی اول حرکت، در SI کدام است؟

۱) $۲\vec{j}$ ۲) $۰/۵\vec{j}$ ۳) $-۲\vec{j}$ ۴) $-۰/۵\vec{j}$

۸ توپی به جرم $۵۰۰g$ با تندی ثابت و افقی ۷ به دیوار قائمی برخورد کرده و با همان تندی روی همان مسیر برمی‌گردد. اگر نمودار اندازه‌ی نیروی خالص وارد بر توپ برحسب زمان در مدت زمان برخورد توپ با دیوار مطابق شکل مقابل باشد، ۷ چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۲۴ ۴) ۳۶

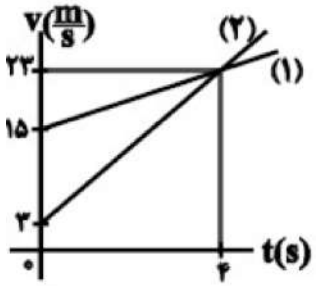
۹ توپ بیسبالی به جرم ۲۵۰g با تندی $۱۸ \frac{m}{s}$ به طور افقی به بازیکنی نزدیک می‌شود. بازیکن با چوب بیسبال، ضربه‌ای به توپ می‌زند و توپ با تندی $۲۶ \frac{m}{s}$ در جهت مخالف برمی‌گردد. اگر چوب بیسبال به مدت ۰/۰۲۲ ثانیه با توپ در تماس باشد، اندازه‌ی نیروی متوسطی که چوب به توپ وارد کرده چند برابر وزن توپ بوده است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$

۱) ۱۰۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۲۵۰ ۴) ۵۰۰

۱۰ معادله‌ی تکانه برحسب زمان برای جسمی به جرم ۱/۵kg در SI برابر با $p = t^۲ - ۳t + ۴$ است. اندازه‌ی نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در بازه‌ی زمانی $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۵s$ چند نیوتون است؟

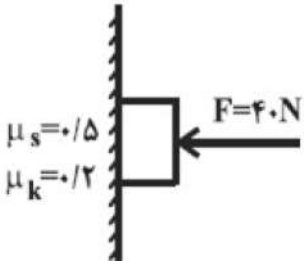
۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۱۱ نمودار سرعت - زمان دو متحرک به جرم‌های $m_۱ = ۲ kg$ و $m_۲ = ۱ kg$ که روی خطی راست در حال حرکتند، مطابق شکل مقابل است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، اندازه‌ی تکانه‌ی این دو متحرک برابر می‌شود؟



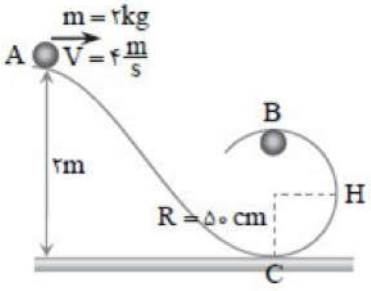
۱) ۱۸ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۷

۱۲) جسم ساکنی به جرم $۲\ \mathrm{kg}$ توسط نیروی افقی $F = ۴۰N$ به دیواری قائم تکیه داده شده است. اگر اندازه‌ی نیروی F ناگهان $۱۰N$ کاهش یابد، تغییر تکانه‌ی جسم پس از $۵s$ چند $\frac{\mathrm{kgm}}{s}$ خواهد شد؟ $\left(g = ۱۰\frac{N}{\mathrm{kg}}\right)$



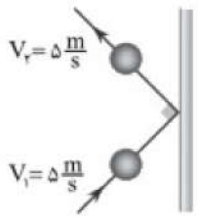
۱) صفر ۲) ۳۵ ۳) ۷۰ ۴) ۱۴۰

۱۳) جسم مقابل از نقطه‌ی A تا B جابه‌جا می‌شود اندازه تغییر تکانه جسم چند واحد SI است؟ (از اتلاف انرژی در مسیر صرف‌نظر می‌کنیم $g = ۱۰\frac{N}{\mathrm{kg}}$)



۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

۱۴) توپ نشان داده شده در مدت $\frac{۱}{۲}s$ به دیوار برخورد کرده و بازمی‌گردد. نیروی سطح دیوار بر توپ در این مدت چند نیوتون است؟ (جرم توپ $۲\mathrm{kg}$ است $\sqrt{۲} \approx ۱/۴$)

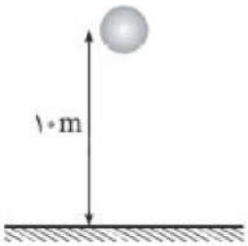


۱) ۲۸ نیوتون ۲) بیش‌تر از ۲۸ نیوتون ۳) کم‌تر از ۲۸ نیوتون ۴) نیوتون

۱۵) تکانه جسمی با جرم ثابت را ۲۰ درصد کاهش می‌دهیم. انرژی جنبشی جسم چند درصد تغییر می‌کند؟

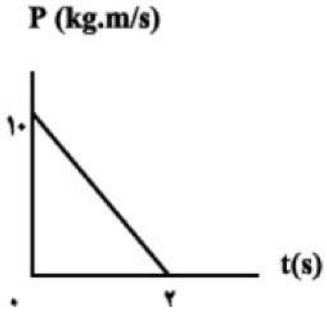
۱) ۶۴ ۲) ۴۰ ۳) ۹۶ ۴) ۳۶

۱۶ در شرایط خلأ گلوله‌ای به جرم $۴\ \text{kg}$ مطابق شکل از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین بدون سرعت اولیه در شرایط خلأ رها شده و پس از برخورد با سطح زمین با تندی $۱۰\frac{m}{s}$ در همان راستا از سطح زمین جدا می‌شود. اگر مدت‌زمان تماس گلوله با سطح زمین برابر ۰/۴ ثانیه باشد، نیروی خالص وارد بر گلوله در مدت‌زمان برخورد با زمین چند نیوتن و در چه جهتی است؟ $\left(\sqrt{۲}=۱/۴, g=۱۰\frac{N}{\text{kg}}\right)$

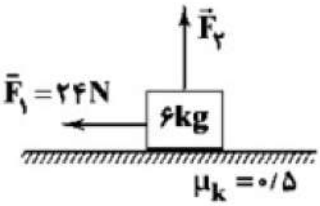


۱) ۱۶۰ - ابتدا به سمت پایین، بعد به سمت بالا
۲) ۲۴۰ - رو به بالا
۳) ۱۶۰ - رو به بالا
۴) ۲۴۰ - ابتدا به سمت پایین، بعد به سمت بالا

۱۷ نمودار تغییر تکانه‌ی متحرکی برحسب زمان در SI، مطابق شکل روبه‌رو است. اندازه‌ی نیروی خالص متوسط وارد بر این متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا $۲s$ چند نیوتون است؟



۱۸ مطابق شکل زیر، جسمی تحت‌تأثیر هم‌زمان دو نیروی $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ به صورت تندشونده در راستای افقی در حال حرکت است. اگر بزرگی تغییرات تکانه‌ی جسم در دو ثانیه‌ی چهارم حرکت ۶ واحد SI باشد، بزرگی نیروی $\vec{F}_۲$ چند نیوتون است؟ $\left(g=۱۰\ \frac{N}{\text{kg}}\right)$

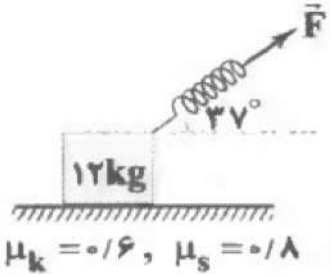


۱) ۶۰
۲) ۱۸
۳) ۳۶
۴) ۱۲

۱۹ چکشی به جرم ۲ کیلوگرم را با تندی $۱۰\frac{m}{s}$ در راستای قائم به سر میخی می‌کوبیم. اگر تندی برگشت چکش از میخ برابر با $۵\frac{m}{s}$ در راستای قائم و زمان برخورد چکش با سر میخ $۰/۰۵s$ باشد، بزرگی نیروی متوسطی که به چکش وارد می‌شود، چند نیوتون است؟

۱) ۱۵۰
۲) ۲۰۰
۳) ۶۰۰
۴) ۸۰۰

۲۰) مطابق شکل زیر، به وسیلهٔ یک فنر افقی با ثابت $۲۰۰\frac{N}{m}$ وزنه‌ای ۱۲ کیلوگرمی را می‌کشیم. اگر افزایش طول فنر ۵۰cm باشد، تکانهٔ جسم بعد از گذشت ۳ ثانیه چند نیوتون ثانیه است؟ $\left(\text{Sin}\,۳۷^\circ = ۰/۶, g = ۱۰\frac{N}{\text{kg}}\right)$



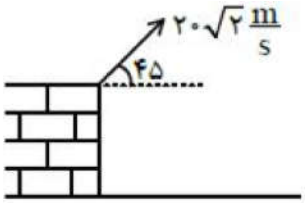
۱) ۱۳۲ ۲) ۱۳/۲ ۳) ۱/۳۲ ۴) ۱۳۲

۲۱) معادلهٔ بردار تکانهٔ متحرکی در SI به‌صورت $\vec{P} = (-۳t + ۶)\vec{j}$ است. حرکت این متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۵s$ چگونه است؟

۱) ابتدا تندشونده، سپس کندشونده ۲) پیوستهٔ تندشونده

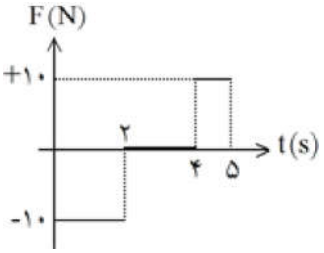
۳) ابتدا کندشونده، سپس تندشونده ۴) پیوستهٔ کندشونده

۲۲) جسمی به جرم ۱۲ kg را با سرعت اولیهٔ $۲۰\sqrt{۲}$ با زاویهٔ ۴۵° بالای سطح افق پرتاب می‌کنیم. با چشم‌پوشی از مقاومت هوا، آهنگ تغییر تکانهٔ جسم در واحد زمان چند واحد SI می‌باشد؟ $\left(g = ۱۰\frac{N}{\text{kg}}\right)$



۱) ۱۲۰N ۲) ۶۰N ۳) ۲۰N ۴) ۴۰N

۲۳) شکل زیر نمودار نیروی وارد بر جسمی به جرم ۲ kg بر حسب زمان است که با سرعت اولیهٔ $۵\frac{m}{s}$ روی خط راست شروع به حرکت می‌کند. سرعت جسم در لحظهٔ $t = ۵s$ چند $\frac{m}{s}$ است؟

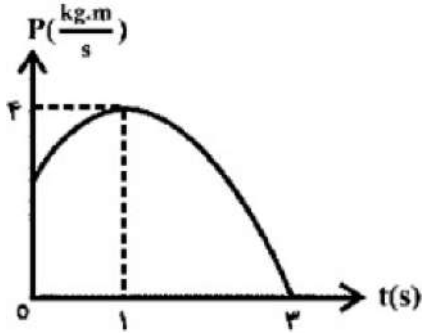


۱) -۵ ۲) ۱۰ ۳) صفر ۴) اطلاعات کافی نیست.

۲۴) معادله‌ی تکانه - زمان برای جسمی به جرم ۱ kg برحسب واحد SI به صورت $\vec{p} = t^۲ + t - ۵۴$ است. در چه لحظه‌ای انرژی جنبشی جسم برابر ۲ ژول است؟

۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۱۲ ۴) ۲۴

۲۵ نمودار $p-t$ متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، به‌صورت سهمی شکل مقابل می‌باشد. اگر جرم جسم $2\ \mathrm{kg}$ باشد، سرعت اولیه‌ی جسم چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱
۲) ۱/۵
۳) ۲
۴) ۳

۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$P = \mathrm{At}^{۲} + \mathrm{Bt} + C \xrightarrow{t=۰} C = ۱۶$$

$$t_s = -\frac{B}{۲A} \Rightarrow ۳ = -\frac{B}{۲A} \Rightarrow B = -۶A \Rightarrow P = \mathrm{At}^{۲} - ۶\mathrm{At} + ۱۶$$

$$t = ۲ \Rightarrow P = ۰ \Rightarrow ۴A - ۱۲A + ۱۶ = ۰ \quad A = ۲, B = -۱۲$$

$$P = ۲t^{۲} - ۱۲t + ۱۶ \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۳s \Rightarrow P_۱ = ۲\times۹ - ۳۶ + ۱۶ = -۲\ \mathrm{kg}\ \frac{m}{s} \\ t_۲ = ۵s \Rightarrow P_۲ = ۲\times۲۵ - ۶۰ + ۱۶ = ۶\ \mathrm{kg}\ \frac{m}{s} \end{cases}$$

(جمله شتاب ثابت نادرست است) باید گفته می شد نمودار سهمی است.

$$F = \frac{\Delta \mathrm{P}}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{۶ - (-۲)}{۵ - ۳} = \frac{۸}{۲} = ۴N$$

۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط ، t' را می‌یابیم:

$$v_{\mathrm{av}} = \frac{\Delta \mathrm{x}}{\Delta \mathrm{t}} \xrightarrow[\Delta \mathrm{t}=t'-۰=t',v_{\mathrm{av}}=۷\frac{m}{s}]{\Delta \mathrm{x}=۲۰-(-۱۵)=۳۵m} v = \frac{۳۵}{t'} \Rightarrow t' = ۵s$$

اکنون، با توجه به این‌که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر سرعت متحرک سرعت متحرک در آن لحظه است، با محاسبهٔ شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ t'، سرعت در این لحظه را می‌یابیم:

$$\text{شیب خط مماس در لحظه } t' = v_{t'} = \frac{۰ - ۴۵}{۱۰ - ۰} \Rightarrow v_{t'} = -۴/۵\frac{m}{s}$$

در آخر، با داشتن سرعت در لحظه‌های صفر $\left(v_{۰} = -۱۰\frac{m}{s}\right)$ و $\left(v_{t'} = -۴/۵\frac{m}{s}\right)t' = ۵s$، به صورت زیر، نیروی خالص متوسط را حساب می‌کنیم. دقت کنید، چون در مبدأ زمان $(t = ۰)$ شیب خط مماس بر نمودار، منفی است، سرعت اولیه نیز منفی می‌باشد.

$$F_{\mathrm{av}} = \frac{\Delta \mathrm{p}}{\Delta \mathrm{t}} \xrightarrow[\Delta \mathrm{t}=t']{\Delta \mathrm{p}=m(v_t - v_{۰})} F_{\mathrm{av}} = \frac{m(v_{t'} - v_{۰})}{t'} \xrightarrow[v_t=-۴/۵\frac{m}{s},v_{۰}=-۱۰\frac{m}{s}]{m=۱/۵\ \mathrm{kg}\ ,\ t'=۵s}$$

$$F_{\mathrm{av}} = \frac{۱/۵\times(-۴/۵ - (-۱۰))}{۵} \Rightarrow F_{\mathrm{av}}\ v = \frac{۱/۵\times۵/۵}{۵} \Rightarrow F_{\mathrm{av}} = ۱/۶۵N$$

۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا تغییر تکانهٔ توپ را حساب می‌کنیم:

$$\Delta \vec{p} = \mathrm{m}\Delta \vec{v} = ۰/۴(\vec{v}_{۲} - \vec{v}_{۱}) = ۰/۴\times(۶\vec{i} + ۸\vec{j} - (۶\vec{i} - ۸\vec{j}))$$

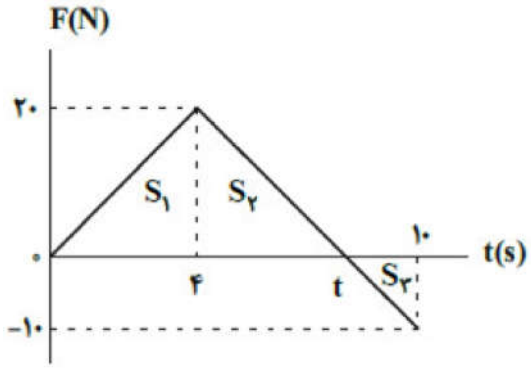
$$\Rightarrow \Delta \vec{p} = ۰/۴\times(۱۶\vec{j}) = ۶/۴\vec{j}\left(\frac{\mathrm{kg}.m}{s}\right)$$

$$\vec{F}_{\mathrm{av}} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{۶/۴\vec{j}}{۰/۸} = ۸\vec{j}\,(N)$$

به توپ دو نیروی وزن و نیرو از طرف سطح زمین وارد می‌شود، بنابراین:

$$\vec{F} + \vec{W} = ۸\vec{j} \Rightarrow \vec{F} + ۰/۴\times۱۰(-\vec{j}) = ۸\vec{j} \Rightarrow \vec{F} = ۱۲\vec{j}\ (N)$$

۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. سطح زیر نمودار نیرو - زمان برابر با تغییرات تکانه است. بنابراین ابتدا t را از تشابه مثلث‌های ۲ و ۳ به دست می‌آوریم و سپس نیروی متوسط را محاسبه می‌کنیم:



$$\text{تشابه مثلث های ۲ , ۳}\ \frac{۲۰}{۱۰}=\frac{t-۴}{۱۰-t}\Rightarrow t=۸s$$

$$\Delta p = S_۱ + S_۲ - S_۳$$

$$S_۱=\frac{۴\times۲۰}{۲}=۴۰\ ,\ S_۲=\frac{۴\times۲۰}{۲}=۴۰\ ,\ S_۳=\frac{۲\times۱۰}{۲}=۱۰$$

$$\Delta p = ۴۰ + ۴۰ - ۱۰ = ۷۰\frac{\text{kg}.m}{s}$$

$$F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{۷۰}{۱۰}=۷N$$

۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطهٔ تکانه و نیرو داریم:

$$\vec{F}_{net}=\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}\xrightarrow[P_۱=m\vec{v}_۱\ ,\ \vec{v}_۱=۶\vec{i}-۸\vec{j}\left(\frac{m}{s}\right)]{\Delta t=۲s\ ,\ m=۲\ \text{kg}\ ,\ F_{net}=۳\vec{i}-۴\vec{j}\,(N)}\vec{P}_۲=۱۸\vec{i}-۲۴\vec{j}\left(\frac{\text{kg}.m}{s}\right)$$

$$\Rightarrow\left|\vec{P}_۲\right|=\sqrt{۱۸^۲+۲۴^۲}=۳۰\frac{\text{kg}.m}{s}$$

۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا تکانهٔ جسم را در لحظات $t_۱=۳s$ و $t_۲=۶s$ پیدا کنیم:

$$a_۱=\frac{(F_{net})_x}{m}=\frac{F-f_k}{m}=\frac{F-\mu_k F_N}{m}=\frac{F-۱۰}{۲/۵}$$

$$v_۳=at+v_۰\xrightarrow[v_۰=۰]{t=۳s}v_۳=\frac{۳F-۳۰}{۲/۵}\Rightarrow p_۳=mv_۳=۲/۵\times\frac{۳F-۳۰}{۲/۵}$$

$$\Rightarrow p_۳=۳F-۳۰\frac{\text{kg}.m}{s}$$

برای پیدا کردن سرعت در لحظهٔ $t=۶s$ ابتدا باید سرعت در لحظهٔ $t=۵s$ را به دست آوریم:

$$v_۵=at+v_۰\xrightarrow[v_۰=۰]{t=۵s}v_۵=\frac{F-۱۰}{۲/۵}\times۵+۰\Rightarrow v_۵=۲F-۲۰\frac{m}{s}$$

شتاب حرکت پس از پاره شدن نخ برابر است با:

$$a_۲=-\mu_k g=-۰/۴\times۱۰=-۴\frac{m}{s^۲}$$

بنابراین سرعت در لحظهٔ $t=۶s$ برابر است با:

$$v_۶=a_۲t+v_۵\xrightarrow[v_۵=۲F-۲۰]{a_۲=-۴\frac{m}{s^۲}}v_۶=(-۴\times۱)+(۲F-۲۰)\Rightarrow v_۶=۲F-۲۴\frac{m}{s}$$

$$p_۶=mv_۶=۲/۵(۲F-۲۴)\Rightarrow p_۶=۵F-۶۰\frac{\text{kg}.m}{s}$$

بنابراین داریم:

$$\Delta p=۲۰\frac{\text{kg}.m}{s}\Rightarrow ۵F-۶۰-۳F+۳۰=۲۰\Rightarrow F=۲۵N$$

۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه‌ی مربوط به نیروی خالص متوسط، بردار تغییر تکانه در ۵ ثانیه‌ی اول حرکت و ۵ ثانیه‌ی دوم حرکت را به دست می‌آوریم:

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{در ۵ ثانیه ی اول حرکت}: -۲/۵\vec{j} = \frac{\Delta \vec{p}_{۱}}{۵} \Rightarrow \Delta \vec{p}_{۱} = -۱۲/۵\vec{j} \\ \text{در ۵ ثانیه ی دوم حرکت}: ۱/۵\vec{j} = \frac{\Delta \vec{p}_{۲}}{۵} \Rightarrow \Delta \vec{p}_{۲} = ۷/۵\vec{j} \end{cases}$$

حال می‌توان نوشت:

در ۱۰ ثانیه‌ی اول حرکت : $\vec{F}_{av} = \frac{\Delta \vec{p}_{کل}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}_{۱} + \Delta \vec{p}_{۲}}{\Delta t}$

$$\Rightarrow \vec{F}_{av} = \frac{-۱۲/۵ + ۷/۵}{۱۰}\vec{j} = -/۰۵\vec{j} \Rightarrow \vec{F}_{av} = -۰/۵\vec{j}\,(N)$$

۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مساحت زیر نمودار $F-t$ بیان‌گر اندازه‌ی تغییرات تکانه است. لذا داریم:

$$\Delta p = \frac{۱}{۲} \times ۱۲ \times ۱۰^{۳} \times ۴ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow \Delta p = ۲۴ N.s \Rightarrow mv - (-mv) = ۲۴ \Rightarrow ۲mv = ۲۴$$

$$\Rightarrow ۲ \times ۰/۵ \times v = ۲۴ \Rightarrow v = ۲۴ \frac{m}{s}$$

۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تغییرات تکانه‌ی وارد بر یک جسم از دو رابطه‌ی زیر قابل محاسبه است.

$$\Delta p = F_{av}\,\Delta t \text{ و } \Delta p = m\Delta v$$

با برابر قرار دان این دو رابطه به رابطه‌ی جدیدی می‌رسیم و داریم:

$$F_{av}\,\Delta t = m\Delta v \Rightarrow F_{av} = \frac{m\Delta v}{\Delta t}$$

در این مرحله باید Δv، یعنی تغییرات سرعت توپ را اندازه‌گیری کنیم. دقت کنید که توپ با سرعت ۱۸ $\frac{m}{s}$ در یک جهت رفته و با سرعت ۲۶ $\frac{m}{s}$ برگشته است. باید یکی از این سرعت‌ها را مثبت و دیگری را منفی فرض کنیم تا تغییرات سرعت به دست بیاید، بنابراین داریم:

$$\Delta \vec{v} = ۱۸ - (-۲۶) = ۴۴\vec{i}\left(\frac{m}{s}\right) \Rightarrow \Delta v = ۴۴\ \frac{m}{s}$$

حال می‌توانیم اندازه‌ی نیروی متوسط را حساب کنیم:

$$F_{av} = \frac{۰/۲۵ \times ۴۴}{۲۲ \times ۱۰^{-۳}} = \frac{۱۱}{۲۲ \times ۱۰^{-۳}} = \frac{۱}{۲} \times ۱۰^{۳} = ۵۰۰ N$$

حال باید ببینیم نیروی وارد بر توپ چند برابر وزن توپ است، پس داریم:

$$\frac{F_{av}}{mg} = \frac{۵۰۰}{۰/۲۵ \times ۱۰} = ۲۰۰$$

۱۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم تغییرات تکانه‌ی یک جسم، برابر با حاصل‌ضرب نیروی خالص متوسط وارد بر آن جسم در مدت‌زمان اعمال نیرو است، بنابراین داریم:

$$\Delta \mathrm{p} = F_{\mathrm{av}}\,\Delta \mathrm{t} \Rightarrow F_{\mathrm{av}} = \frac{\Delta \mathrm{p}}{\Delta \mathrm{t}}$$

حال تکانه را در لحظات $t_۱ = ۲\mathrm{s}$ و $t_۲ = ۵\mathrm{s}$ به دست می‌آوریم:

$$t_۱ = ۲\mathrm{s} \Rightarrow p_۱ = ۲^۲ - ۳\times ۲ + ۴ = ۲\,\frac{\mathrm{kg}.m}{s}$$
$$t_۲ = ۵\mathrm{s} \Rightarrow p_۲ = ۵^۲ - ۳\times ۵ + ۴ = ۱۴\,\frac{\mathrm{kg}.m}{s}$$

حال به کمک فرمول بالا نیروی خالص متوسط وارد بر جسم را به دست می‌آوریم:

$$F_{\mathrm{av}} = \frac{\Delta \mathrm{p}}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{۱۴ - ۲}{۵ - ۲} = \frac{۱۲}{۳} = ۴\mathrm{N}$$

۱۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله‌ی سرعت - زمان دو متحرک را به دست می‌آوریم:

$$a_۱ = \frac{\Delta \mathrm{v}}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{۲۳ - ۱۵}{۴ - ۰} = ۲\,\frac{m}{s^۲}, v_{۰۱} = ۱۵\,\frac{m}{s}$$
$$v_۱ = ۲t + ۱۵$$
$$a_۲ = \frac{\Delta \mathrm{v}}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{۲۳ - ۳}{۴} = ۵\,\frac{m}{s^۲}, v_{۰۲} = ۳\,\frac{m}{s}$$
$$v_۲ = ۵t + ۳$$

با استفاده از تعریف تکانه، لحظه‌ای که اندازه‌ی تکانه‌ی دو متحرک برابر می‌شود را می‌یابیم:

$$p_۱ = p_۲ \Rightarrow m_۱v_۱ = m_۲v_۲ \xrightarrow[m_۲=۱\ \mathrm{kg}, v_۲=۵t+۳]{m_۱=۲\ \mathrm{kg}, v_۱=۲t+۱۵} ۲(۲t + ۱۵) = ۱(۵t + ۳)$$
$$۴t + ۳۰ = ۵t + ۳ \Rightarrow t = ۲۷s$$

۱۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا بیشینه‌ی نیروی اصطکاک ایستایی را محاسبه می‌کنیم:

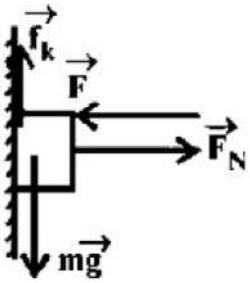
$$f_{s,\max} = \mu_s F_N = \mu_s F = ۰/۵\times ۴۰ = ۲۰N$$

چون $W = \mathrm{mg} = ۲\times ۱۰ = ۲۰N$ است، پس در این حالت جسم در آستانه‌ی حرکت قرار دارد.

اگر نیروی F، $۱۰N$ کاهش یابد، به $۳۰N$ می‌رسد.

$$f'_{s,\max} = \mu_s F'_N = \mu_s F' = ۰/۵\times ۳۰ = ۱۵N < W = \mathrm{mg} = ۲۰N$$

یعنی جسم شروع به حرکت می‌کند که در این حالت، با استفاده از قانون دوم نیوتون، داریم:



$$F_{\mathrm{net}} = \mathrm{mg} - f_k = \mathrm{mg} - \mu_k F_N \Rightarrow F_{\mathrm{net}} = ۲\times ۱۰ - ۰/۲\times ۳۰ = ۱۴N$$
$$\Delta \mathrm{p} = F_{\mathrm{net}}\,\Delta \mathrm{t} = ۱۴\times ۵ = ۷۰\,\frac{\mathrm{kgm}}{s}$$

۱۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی سرعت گلوله در نقاط C و B را به دست می‌آوریم. مبدأ پتانسیل را B درنظر می‌گیریم.

$$E_A = E_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}m(۱۶) + m(۱۰)(۱) = \frac{۱}{۲}\mathrm{mV}_B^{۲} \rightarrow V_B = ۶\frac{m}{s}$$

$$\overrightarrow{\Delta \mathrm{V}} = -۶\vec{i} - (+۴\vec{i}) = -۱۰\vec{i}$$

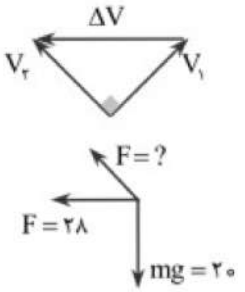
توجه کنیم که $\overrightarrow{\Delta \mathrm{V}}$ کمیتی برداری است.

$$\overrightarrow{\Delta \mathrm{P}} = ۲(-۱۰I) = -۲۰\vec{i} \Rightarrow \left|\overrightarrow{\Delta \mathrm{P}}\right| = ۲۰\ \mathrm{kg}\frac{m}{s}$$

۱۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\Delta \mathrm{V} = \sqrt{۵^۲ + ۵^۲} = ۵\sqrt{۲} = ۷\frac{m}{s} \Rightarrow F_{\mathrm{net}} = \frac{\mathrm{m}\Delta \mathrm{V}}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{(۲)(۷)}{\frac{۱}{۲}} = ۲۸\mathrm{N}$$

دقت کنیم که این نیروی محاسبه شده برآیند نیروها است. بنابراین برآیند نیروهای $\overline{\mathrm{mg}}$ و $\vec{F}$ باید $۲۸\mathrm{N}$ باشد. یعنی نیروی دیوار بیش‌تر از ۲۸ نیوتن است، که مولفه افقی آن $۲۸\mathrm{N}$ و مولفه قائم آن ۲۰ نیوتون است.



۱۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. به کمک رابطه $K = \frac{p^۲}{۲\mathrm{m}}$ و با توجه به ثابت ماندن جرم، داریم:

$$\frac{K_۲}{K_۱} = \left(\frac{p_۲}{p_۱}\right)^۲ \rightarrow \frac{K_۲}{۱۰۰} = \left(\frac{۱۰۰ - ۲۰}{۱۰۰}\right)^۲ \rightarrow \frac{K_۲}{۱۰۰} = \frac{۶۴}{۱۰۰} \rightarrow K_۲ = ۶۴ \rightarrow \Delta \mathrm{K} = ۶۴ - ۱۰۰ = -۳۶\%$$

۱۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا تندی برخورد گلوله به سطح زمین را حساب می‌کنیم:

$$\mathrm{mgh} = \frac{۱}{۲}\mathrm{mv}^۲ \Rightarrow v = \sqrt{۲\mathrm{gh}}$$

$$v_۱ = \sqrt{۲۰۰} = ۱۰\sqrt{۲} = ۱۴\frac{m}{s}$$

$$v_۲ = ۱۰\frac{m}{s}$$

سرعت اولیه و نهایی در خلاف جهت هم است، پس:

$$\Delta \mathrm{v} = ۱۰ + ۱۴ = ۲۴\frac{m}{s}$$

$$F = \frac{\mathrm{m}\Delta \mathrm{v}}{\Delta \mathrm{t}} = \frac{۴ \times ۲۴}{۰/۴} = ۲۴۰\mathrm{N}$$

چون سرعت باید در برخورد با زمین، ابتدا کاهش و بعد افزایش یابد، نیرو باید فقط به سمت بالا باشد.

۱۷ $$F_{\mathrm{av}} = \frac{\Delta \mathrm{p}}{\Delta \mathrm{t}} \Rightarrow F_{\mathrm{av}} = \left|\frac{۰ - ۱۰}{۲ - ۰}\right| = ۵N$$ (ص ۴۶)

۱۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گام اول: اندازه‌ی برایند نیروهای واردشده به جسم را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta \text{p}}{\Delta \text{t}} = \frac{۶}{۲} = ۳\text{N}$$

گام دوم: به کمک اندازه‌ی برایند نیروها اندازه‌ی نیروی اصطکاک را به دست می‌آوریم:

$$F_{\text{net}} = F_{۱} - f_k \Rightarrow ۳ = ۲۴ - f_k \Rightarrow f_k = ۲۱\text{N}$$

گام سوم: اندازه‌ی نیروی عمودی سطح را به دست می‌آوریم:

$$f_k = \mu_k F_N \Rightarrow ۲۱ = ۰/۵\text{F}_N \Rightarrow F_N = ۴۲\ N$$

گام چهارم: با مشخص شدن اندازه‌ی نیروی $\overrightarrow{F}_N$ به دست آوردن اندازه‌ی نیروی $\overrightarrow{F}_{۲}$ کار چندان دشواری نیست.

$$F_{\text{net}_y} = ۰ \Rightarrow F_N + F_{۲} = \text{mg} \Rightarrow ۴۲ + F_{۲} = ۶۰ \Rightarrow F_{۲} = ۱۸\text{N}$$

۱۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با رابطه تغییرات تکانه در واحد زمان می‌توانیم نیروی متوسط را به دست آوریم.

$$\left|\overrightarrow{F}_{\text{av}}\right| = \left|\frac{\Delta \overrightarrow{P}}{\Delta \text{t}}\right| = m\frac{\left|\Delta \overrightarrow{v}\right|}{\Delta \text{t}} = \frac{۲\times\left|-۵-۱۰\right|}{۰/۰۵} = \frac{۲\times۱۵}{۰/۰۵} = ۶۰۰N$$

۲۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در ابتدا بزرگی نیروی $\vec{F}$ را با توجه به در اختیار داشتن فنر به دست می‌آوریم:

$$F_e = \mathrm{k}\Delta\mathrm{x} = ۲۰۰ \times \frac{۵۰}{۱۰۰} = ۱۰۰N$$

لازم است بررسی کنیم که آیا جسم شروع به حرکت می‌کند یا خیر.

$$F_N = \mathrm{mg} - F\,\mathrm{Sin}\,۳۷^\circ$$

$$f_{s.\max} = \mu_s \times F_N = \mu_s(\mathrm{mg} - F\,\mathrm{Sin}\,۳۷^\circ)$$

$$\Rightarrow f_{s.\max} = ۰/۸\left(۱۲۰ - ۱۰۰ \times \frac{۶}{۱۰}\right) = ۰/۸ \times ۶۰ = ۴۸N$$

محرک $F = F\,\mathrm{Cos}\,۳۷^\circ = ۱۰۰ \times \frac{۸}{۱۰} = ۸۰N$

چون $F > f_{s.\max}$ است، جسم حرکت خواهد کرد. حال با استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب حرکت جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$F_{\mathrm{net}} = \mathrm{ma} \Rightarrow F\,\mathrm{Cos}\,۳۷^\circ - f_k = \mathrm{ma} \Rightarrow F\,\mathrm{Cos}\,۳۷^\circ - \mu_k(\mathrm{mg} - F\,\mathrm{Sin}\,۳۷^\circ) = \mathrm{ma}$$

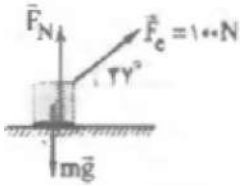
$$\Rightarrow ۸۰ - ۰/۶(۱۲۰ - ۶۰) = ۱۲ \times a = ۴۴ = ۱۲a \Rightarrow a = \frac{۴۴}{۱۲} = \frac{۱۱}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

حال سرعت متحرک را در لحظهٔ $t = ۳s$ محاسبه می‌کنیم:

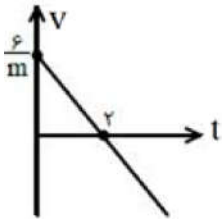
$$v = \mathrm{at} + v_۰ \Rightarrow v = \frac{۱۱}{۳} \times ۳ + ۰ = ۱۱\frac{m}{s}$$

با استفاده از رابطهٔ $\vec{P} = m\vec{v}$ تکانهٔ جسم را به دست می‌آوریم:

$$\vec{P} = m\vec{v} \Rightarrow P = ۱۲ \times ۱۱ = ۱۳۲N.\,s$$



۲۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

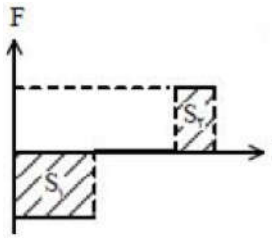


$$P = -۳\mathrm{t} + ۶ = \mathrm{mv} \Rightarrow v = -\frac{۳}{m}t + \frac{۶}{m}$$

با رسم نمودار $v-t$ نوع حرکت تعیین می‌شود. چون ابتدا به محور t نزدیک شده، کندشونده و سپس با دور شدن از محور t، تندشونده است.

۲۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. آهنگ تغییر تکانهٔ یک جسم برابر با نیروی خالص وارد بر آن است، در حرکت جسم تنها نیروی وارد بر آن وزن آن می‌باشد، بنابراین ۱۲۰N آهنگ تغییر تکانه می‌باشد.

۲۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\Delta P = -S_1 + S_2 \Rightarrow \Delta P = -۲۰ + ۱۰ = -۱۰$$
$$\Rightarrow -۱۰ = m(v_۲ - v_۱) \Rightarrow -۱۰ = ۲(v_۲ - ۵) \Rightarrow v_۲ = ۰$$

۲۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی تکانه، ابتدا معادله‌ی سرعت - زمان جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$\vec{p} = m\vec{v} \Rightarrow \vec{v} = \frac{\vec{p}}{m} = \frac{t^۲ + t - ۵۴}{۱} \Rightarrow \vec{v} = t^۲ + t - ۵۴$$

حال سرعت متحرک را با استفاده از رابطه‌ی انرژی جنبشی محاسبه می‌کنیم.

$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow ۲ = \frac{۱}{۲} \times v^۲ \Rightarrow v^۲ = ۴ \Rightarrow v = ۲\frac{m}{s}$$

با استفاده از معادله‌ی سرعت - زمان، زمانی که سرعت متحرک $۲\frac{m}{s}$ است را به دست می‌آوریم:

$$۲ = t^۲ + t - ۵۴ \Rightarrow t^۲ + t - ۵۶ = ۰ \Rightarrow (t - ۷)(t + ۸) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۷s \\ t = -۸ \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

۲۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. معادله‌ی یک سهمی در حالت کلی به‌صورت $P = at^۲ + bt + c$ می‌باشد. اولا در $t = ۱s$ و $t = ۳s$ به‌ترتیب مقدار p برابر با $۴\frac{kg.m}{s}$ و صفر است و ثانیا در لحظه‌ی $t = ۱s$ مقدار P بیشینه است یعنی مشتق آن در لحظه‌ی $T = ۱S$ صفر است، بنابراین:

$$\xrightarrow[p=۴\frac{kg.m}{s}]{t=۱s} ۴ = a + b + c$$
$$\xrightarrow[p=۰]{t=۳s} ۰ = ۹a + ۳b + c$$
$$\frac{dp}{dt} = ۲at + b \xrightarrow[\frac{dp}{dt}=۰]{t=۱s} ۰ = ۲a + b$$

از حل سه معادله‌ی فوق $c = ۳$ به‌دست می‌آید. پس سرعت اولیه‌ی متحرک برابر است با:

$$p_۰ = c = ۳\frac{kg.m}{s} \Rightarrow mv_۰ = ۳ \Rightarrow ۲۷_۰ = ۳ \Rightarrow v_۰ = ۱/۵\frac{m}{s}$$

۱	۱	**۲**	۳	۴
۲	**۱**	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	**۴**
۴	۱	۲	**۳**	۴
۵	**۱**	۲	۳	۴
۶	۱	۲	**۳**	۴
۷	۱	۲	۳	**۴**
۸	۱	۲	**۳**	۴
۹	۱	**۲**	۳	۴
۱۰	۱	**۲**	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	**۴**
۱۲	۱	۲	**۳**	۴
۱۳	۱	**۲**	۳	۴
۱۴	۱	**۲**	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	**۴**
۱۶	۱	**۲**	۳	۴
۱۸	۱	**۲**	۳	۴
۱۹	۱	۲	**۳**	۴
۲۰	**۱**	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	**۳**	۴
۲۲	**۱**	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	**۳**	۴
۲۴	۱	**۲**	۳	۴
۲۵	۱	**۲**	۳	۴