نام دبیر : مهندس مهدی باباخانی

عنوان آزمون : هومورک۳ دینامیک

۱ چند تا از عبارت‌های زیر صحیح است؟

الف) در هنگام راه رفتن اصطکاک کفش‌ها با زمین از نوع اصطکاک ایستایی است.

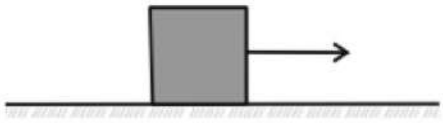
ب) جسم همواره در جهت برایند نیروهای وارد بر آن حرکت می‌کند.

ج) نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر جسم، عکس‌العمل وزن جسم است.

د) واکنش نیروی مقاومت هوای وارد بر جسمی که در هوا سقوط می‌کند، به مولکول‌های هوا وارد می‌شود.

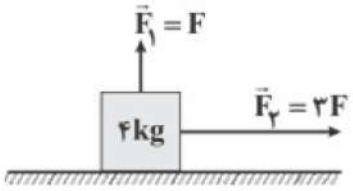
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲ در شکل زیر، جسم روی سطح افقی در حال تعادل قرار دارد. اگر وقتی نیروی کشش نخ افقی از صفر به ۳۰N می‌رسد، اندازه‌ی نیرویی که تکیه‌گاه به جسم وارد می‌کند از ۴۰N به مقدار بیشینه‌اش برسد، ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح افقی کدام است؟ ($g = ۱۰\ \frac{N}{\text{kg}}$ و جرم نخ ناچیز است.)



۱) ۰/۳ ۲) ۰/۴ ۳) ۰/۶ ۴) ۰/۷۵

۳ در شکل زیر، دو نیروی $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ به جسمی به جرم ۴kg وارد می‌شوند و جسم با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند. اگر جای نیروهای $\vec{F}_۱$ و $\vec{F}_۲$ را با هم عوض کنیم، شتاب حرکت جسم تغییر نمی‌کند. ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح چقدر است؟ $\left(g = ۱۰\ \frac{N}{\text{kg}}\right)$



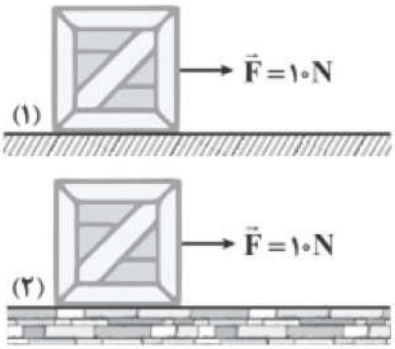
۱) $\frac{۱}{۳}$ ۲) ۳ ۳) ۱ ۴) ۰/۵

۴ صندوقی به جرم $۱۲۰\ \text{kg}$ با نیرویی ثابت و افقی به اندازه‌ی $۵۴۰N$ از حال سکون روی سطحی افقی کشیده می‌شود. اگر پس از گذشت یک دقیقه نیروی افقی حذف شود، صندوق چند ثانیه پس از قطع نیرو می‌ایستد؟

$\left(g = ۱۰\frac{N}{\text{kg}}, \mu_k = ۰/۴\right)$

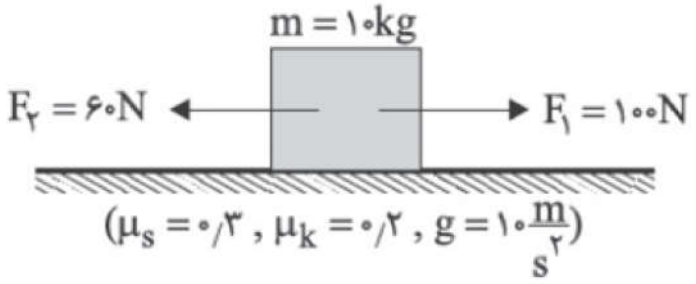
۱) ۳/۵ ۲) ۷/۵ ۳) ۱۵ ۴) ۲۲/۵

۵ مطابق شکل مقابل، جعبه‌ای به جرم ۲kg تحت اثر نیروی $\vec{F} = ۱۰N$ روی دو سطح (۱) و (۲) کشیده می‌شود. اگر شتاب حرکت جعبه روی سطح (۱) و (۲) به ترتیب ۳ و ۴ متر بر مجذور ثانیه باشد، نسبت $\frac{\mu_{k_۲}}{\mu_{k_۱}}$ برابر کدام گزینه است؟



۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۳}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۶ در شکل زیر، به جسم ساکن $۱۰kg$ هم‌زمان ۲ نیروی افقی $F_۱ = ۱۰۰(N)$ و $F_۲ = ۶۰(N)$ اثر می‌کند و پس از ۱۲ ثانیه نیروی $F_۱$ حذف می‌شود. تندی حرکت این جسم ۵ ثانیه پس از حذف نیروی $F_۱$ چند متر بر ثانیه خواهد شد؟



۱) صفر ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

۷ در شکل مقابل، شخصی به جرم ۸۰kg می‌تواند جعبه‌ی ۵۰kg را حداکثر با شتاب $۳\frac{m}{s^۲}$ روی سطح افقی حرکت دهد. اگر ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح $\mu_K = ۰/۱$ باشد، ضریب اصطکاک ایستایی کفش‌های شخص با زمین چند است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

۱) ۰/۱ ۲) ۰/۱۵ ۳) ۰/۲ ۴) ۰/۲۵

۸ آسانسوری با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ تندشونده پایین می‌رود. جعبه‌ای به جرم $۲\,kg$ بر کف آسانسور قرار دارد و نیروی افقی F به جسم وارد می‌شود و جسم در کف آسانسور با شتاب ثابت حرکت می‌کند. اگر در این حالت، نیرویی که از طرف کف آسانسور به جسم وارد می‌شود برابر $۲۰N$ باشد، ضریب اصطکاک جعبه با کف آسانسور چند است؟

$\left(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$

۱) ۰/۲۵ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۷۵ ۴) ۰/۸

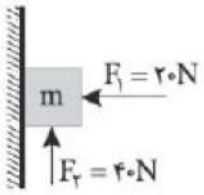
۹ مطابق شکل در یک آزمایش یک جسم روی سطح افقی کشیده می‌شود. نیروی ثابت و شتاب حاصل برای هر آزمایش به صورت جدول زیر است. ضریب اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح کدام است؟ $\left(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$

F(N)	۱۰	۱۵	۳۰
$a\left(\frac{m}{s^۲}\right)$	۲/۵	۵	۱۲/۵

۱) ۰/۲ ۲) ۰/۲۵ ۳) ۰/۴ ۴) ۰/۵

۱۰ مطابق شکل بر جسمی به جرم $۵/۵\,kg$ نیروهای $F_۱$ و $F_۲$ در SI اثر می‌کند و جسم در آستانهٔ حرکت رو به پایین است. جرم جسم چند برابر شود تا جسم در آستانهٔ حرکت رو به بالا قرار گیرد؟

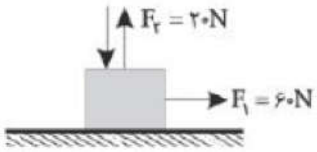
$\left(g = ۱۰\frac{N}{kg}\right)$



۱) $\frac{۵}{۱۱}$ ۲) $\frac{۱۱}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۱۱}$ ۴) $\frac{۱۱}{۳}$

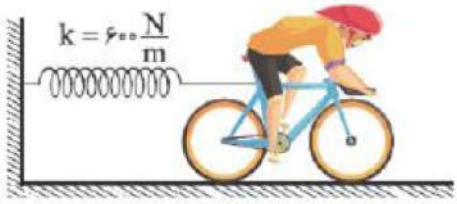
۱۱ جسمی به جرم ۱۰kg روی سطح افقی تحت تأثیر نیروهای وارد بر آن با شتاب ثابت در حال حرکت است. نیروی قائم وارد بر جسم را حداقل چند نیوتن افزایش دهیم تا جسم با سرعت ثابت حرکت کند؟

$\left(\mu_k = ۰/۲۵, g = ۱۰\frac{N}{kg}\right)$



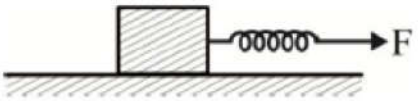
۱) ۱۴۰ ۲) ۱۶۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۰۰

۱۲) مطابق شکل، فنر سبک از یک سر به دیوار و از سوی دیگر به دوچرخه متصل است. دوچرخه‌سوار آن‌قدر رکاب می‌زند تا این‌که چرخ‌ها در جای خود می‌چرخد و دوچخه‌سوار ساکن می‌ماند. جرم دوچرخه‌سوار و دوچرخه در مجموع $۹۰\,kg$ است. اگر در این حالت افزایش طول فنر $۶۰\,cm$ باشد، ضریب اصطکاک ..... بین چرخ‌ها و سطح افقی ..... است.



۱) جنبشی - ۰/۴ ۲) ایستایی - ۰/۴ ۳) جنبشی - ۰/۶ ۴) ایستایی - ۰/۶

۱۳) مطابق شکل، یک جسم توسط فنری سبک و افقی با ثابت $۳۰۰\frac{N}{m}$ با سرعتی ثابت کشیده می‌شود. طول فنر در این حالت نسبت به طول عادی آن $۳\,cm$ بیش‌تر می‌شود. اگر نیرویی که از طرف سطح به جسم وارد می‌شود، $۱۵N$ باشد، ضریب اصطکاک جنبشی میان جسم و سطح کدام است؟ $\left(g = ۱۰\frac{N}{kg}\right)$

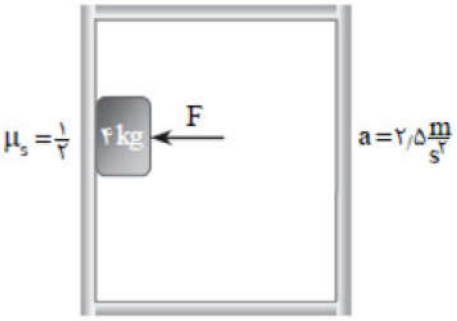


۱) $۰/۷۵$ ۲) $۰/۸$ ۳) $۰/۶۷$ ۴) $۰/۶$

۱۴) صندوقی در کف کامیونی قرار دارد و کامیون با سرعت $۱۵\frac{m}{s}$ در یک مسیر مستقیم و افقی در حرکت است و ضریب اصطکاک ایستایی صندوق با کف کامیون $۰/۲۵$ است. این کامیون پس از ترمز مناسب، کوتاه‌ترین فاصله‌ای که می‌تواند طی کند و متوقف شود، بدون این‌که صندوق بلغزد چند متر است؟ $\left(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$

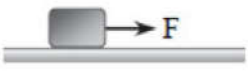
۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

۱۵) اگر آسانسور با شتاب $۲/۵\frac{m}{s^۲}$ تندشونده بالا برود نیروی سطح بر جعبه چند نیوتون است؟ (جعبه در آستانه حرکت است)



۱) $۵۰\sqrt{۵}$ ۲) ۱۰۰ ۳) ۵۰ ۴) $۱۰۰\sqrt{۵}$

۱۶) در شکل زیر، جرم جسم $۱۰\,kg$ است و قبل از وارد شدن نیروی F، جسم روی سطح به حال سکون قرار دارد و ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جسم و سطح به‌ترتیب $۰/۹$ و $۰/۶$ است. اگر F حداقل نیرویی باشد که بتواند جسم را از حال سکون به حرکت درآورد. با ادامه‌ی اعمال این نیرو، شتاب حرکت جسم چند متر بر مجذور ثانیه می‌شود؟ $\left(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$

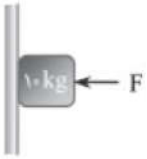


۱) $۱/۵$ ۲) $۲/۵$ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۷ کامیونی به جرم $۴۰۰۰\,kg$ با سرعت $۷۲\frac{km}{h}$، روی خط راست و در سطح افقی در حال حرکت است و جعبه‌ای در کف آن قرار دارد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین جعبه و کامیون $۰/۵$ باشد، حداقل مسافتی را که کامیون می‌تواند برای توقف طی کند، بدون آن‌که جعبه بلغزد، چند متر است؟ $\left(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

۱۸ داخل یک آسانسور جعبه‌ای به جرم $۱۰kg$ را به دیواره‌ی آسانسور تکیه داده‌ایم و نیروی افقی F را ثابت نگه می‌داریم. اگر ضریب اصطکاک ایستایی جعبه با دیواره‌ی آسانسور $۰/۵$ باشد و آسانسور با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ تندشونده به سمت پایین حرکت کند، حداقل نیروی F چند نیوتون است؟ $\left(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$

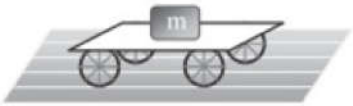


۱) ۲۰۰ ۲) ۱۶۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۸۰

۱۹ دو وزنهٔ مکعب‌شکل A و B با سرعت‌های اولیهٔ یکسان، مماس بر سطح افقی پرتاب می‌شوند. اگر $m_A = ۳m_B$ و ضریب اصطکاک جنبشی سطح برای وزنهٔ A نصف ضریب اصطکاک جنبشی سطح برای وزنهٔ B باشد، مسافتی که وزنهٔ A طی می‌کند تا بایستد چند برابر مسافتی است که وزنهٔ B طی می‌کند تا بایستد؟

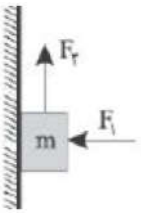
۱) ۲ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) ۶

۲۰ حداکثر شتابی که ارابه می‌تواند داشته باشد تا جعبه روی آن نلغزد کدام است؟ (ضریب اصطکاک بین جعبه و ارابه μ_s است)



۱) $\mu_s g$ ۲) $\frac{\mu_s}{g}$ ۳) $g\sqrt{\mu_{s^۲} + ۱}$ ۴) $g\sqrt{۱ - \mu_{s^۲}}$

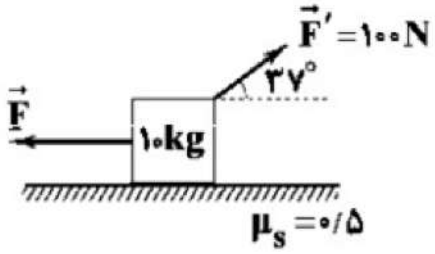
۲۱ در شکل زیر نیروی $F_۱ = ۲۰۰\text{N}$ عمود بر سطح تماس و نیروی $F_۲$ مماس بر سطح به جسم ۳۰kg که ضریب اصطکاکش با سطح قائم $\mu_s = ۰/۸$ است، اثر می‌کند. $F_۲$ حداکثر چند نیوتن باشد تا وزنهٔ m روی سطح ساکن بماند؟ $\left(g = ۱۰\frac{N}{\text{kg}}\right)$



۱) ۳۶۰ ۲) ۱۴۰ ۳) ۱۶۰ ۴) ۴۶۰

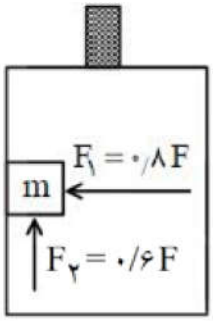
۲۲) در شکل زیر، اندازه‌ی نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون باشد تا جسم در آستانه‌ی حرکت قرار گیرد؟

$\left(\text{Sin}\,۳۷^\circ = ۰/۶, g = ۱۰\,\frac{N}{kg}\right)$



۱) ۶۰
۲) ۱۰۰
۳) ۸۰
۴) گزینه‌های ۱ و ۲ صحیح است.

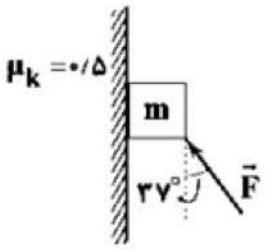
۲۳) در شکل زیر، جرم جسم ۲ کیلوگرم و ضریب اصطکاک ایستایی بین جسم و سطح دیوارهٔ آسانسور ۰/۵ است. اگر آسانسور با شتاب $۱\,\frac{m}{s^۲}$ به سمت بالا شروع به حرکت کند، حداکثر مقدار نیروی F چند نیوتن باشد تا جسم بر روی دیوارهٔ آسانسور ساکن بماند؟ $\left(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$



۱) ۲۰
۲) ۲۲
۳) ۱۰۰
۴) ۱۱۰

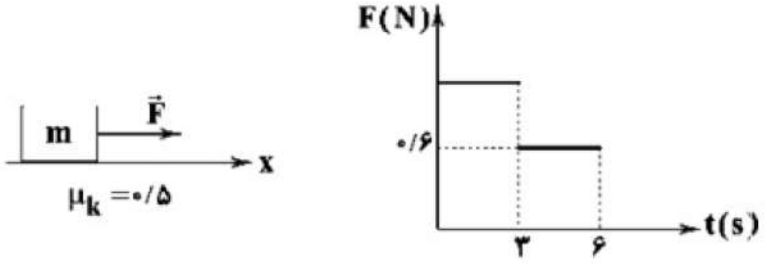
۲۴) مطابق شکل زیر، به جسمی به وزن ۲۰N نیروی $\vec{F}$ وارد می‌شود و جسم از حال سکون رو به پایین شروع به حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی جسم در دو ثانیه‌ی اول حرکت ۹m باشد، اندازه‌ی نیروی $\vec{F}$ چند نیوتون است؟

$\left(g = ۱۰\,\frac{N}{kg}, \text{Sin}\,۳۷^\circ = ۰/۶\right)$



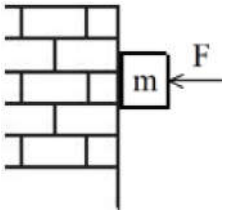
۱) ۱۰
۲) ۲۰
۳) ۱۵
۴) ۲۵

۲۵ مطابق شکل زیر، جسمی به جرم ۲۰۰g تحت‌تأثیر نیروی $\vec{F}$ در لحظه‌ی $t_{\circ} = \circ$ با تندی ۱۲ $\frac{m}{s}$ در جهت محور x در حال حرکت است. اگر نمودار تغییرات بزرگی نیروی $\vec{F}$ بر حسب زمان به صورت زیر باشد، تندی حرکت جسم در لحظه‌ی $t = ۴\text{s}$ چند متر بر ثانیه است؟ $\left(g = ۱۰ \frac{N}{\text{kg}}\right)$



۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۱۰ ۴) ۸

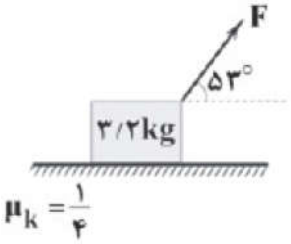
۲۶ مطابق شکل جسم $m = ۲\ \text{kg}$ تحت نیروی F با سرعت ثابت ۲ متر بر ثانیه به‌طور یکنواخت به پایین می‌لغزد. F را چند نیوتن افزایش دهیم تا جسم پس از ۱ ثانیه متوقف شود؟ $(\mu_s = ۰/۵, \mu_k = ۰/۴)$



۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

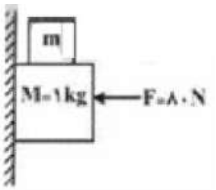
۲۷ مطابق شکل زیر، جسم در اثر نیروی $\vec{F}$ با سرعت ثابت روی سطح افقی در حال حرکت است؛ اگر نیروی F را ۳ برابر کنیم، نیروی اصطکاک جنبشی چند برابر خواهد شد؟

$\left(\text{Sin}\, ۵۳^{\circ} = ۰/۸, g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}\right)$



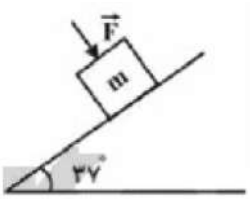
۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۳}$ ۴) ۳

۲۸) مطابق شکل زیر، جرم $M = ۱\ \text{kg}$ توسط نیروی افقی $F = ۸۰N$ به دیوار قائمی فشرده شده و ثابت است. اگر ضریب اصطکاک ایستایی بین جرم M و سطح دیوار برابر با $۰/۲$ باشد، جرم m چند گرم باشد تا جرم M در آستانه‌ی حرکت قرار گیرد؟ ($g = ۱۰\frac{N}{\text{kg}}$ و جرم m با دیوار تماس ندارد.)



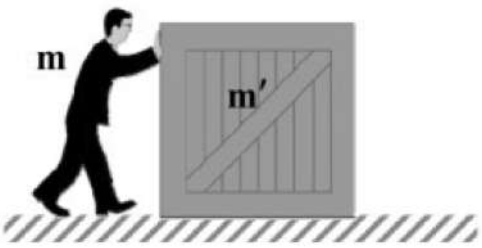
۱) $۰/۶$ ۲) ۶۰۰ ۳) $۰/۴$ ۴) ۴۰۰

۲۹) در شکل زیر، ضریب اصطکاک ایستایی بین جرم $m = ۲/۵\ \text{kg}$ و سطح شیب‌دار برابر با $\frac{۱}{۴}$ است. حداقل اندازه‌ی نیروی عمود بر جرم m ، $(\vec{F})$ چند نیوتون باشد تا جرم m به طرف پایین سطح نلغزد؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$، $\text{Sin}\,۳۷^\circ = ۰/۶$ و امتداد نیروی $\vec{F}$ بر سطح شیب‌دار عمود است.)



۱) $۲۳/۷۵$ ۲) ۶۵
۳) ۸۰ ۴) ۴۰

۳۰) مطابق شکل، شخصی به جرم m جعبه‌ای به جرم m' را روی سطح افقی زمین هُل می‌دهد. ضریب اصطکاک ایستایی بین پای شخص و سطح زمین μ_s و بین جعبه با سطح زمین μ'_s است. شرط آنکه شخصی بتواند جعبه را از حال سکون حرکت دهد، کدام است؟



۱) $m > m'$ ۲) $\mu_s > \mu'_s$
۳) $\frac{\mu_s}{\mu'_s} > \frac{m'}{m}$ ۴) $\frac{\mu_s}{\mu'_s} > \frac{m}{m'}$

۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی عبارت‌ها:

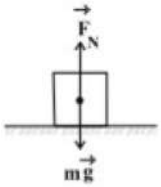
الف) درست، چون در راه رفتن سطح کنش نسبت به سطح زیرین نمی‌لغزد، اصطکاک ایستایی است.

ب) نادرست، جسم همواره در جهت برایند نیروها شتاب می‌گیرد.

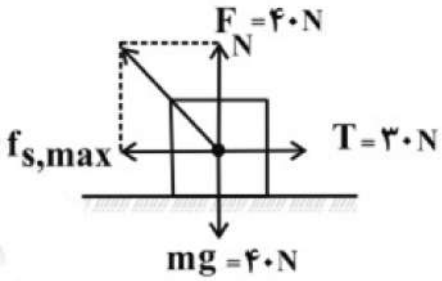
ج) نادرست، عکس‌العمل نیروی وزن به زمین وارد می‌شود.

د) درست، نیروی مقاومت هوا از طرف مولکول‌های هوا به جسم وارد می‌شود، پس واکنش این نیرو به مولکول‌های هوا وارد می‌شود.

۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. وقتی کشش نخ صفر است، نیرویی که سطح تماس به جسم وارد می‌کند (نیروی عمودی سطح)، با اندازه‌ی نیروی وزن برابر است: $F_N = \mathrm{mg} = ۴۰\mathrm{N}$



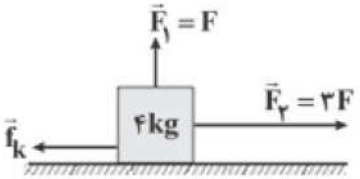
وقتی کشش نخ به $۳۰\mathrm{N}$ می‌رسد، نیرویی که تکیه‌گاه وارد می‌کند بیشینه است و در این حالت جسم در آستانه‌ی حرکت قرار دارد. بنابراین اندازه‌ی نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه $(f_{s,\max})$ برابر با $۳۰\mathrm{N}$ است.



$$f_{s,\max} = \mu_s F_N \Rightarrow ۳۰ = \mu_s \times ۴۰ \Rightarrow \mu_s = ۰/۷۵$$

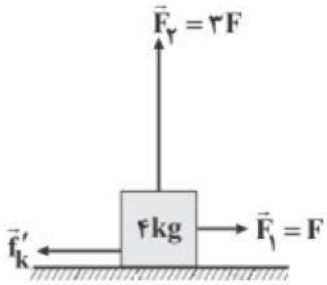
۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به آن‌که شتاب حرکت جسم تغییر نکرده است، نیروی خالص وارد بر جسم در دو حالت برابر است، بنابراین کافی است نیروی خالص را در دو حالت محاسبه کنیم.

قبل از عوض کردن جای نیروها:



$$f_k = \mu_k F_N = \mu_{k(\mathrm{mg}-F_1)}$$
$$\Rightarrow f_k = \mu_{k(۴۰-F)}$$
$$F_{\mathrm{net}} = F_2 - f_k = ۳\mathrm{F} - \mu_{k(۴۰-F)}$$
$$\Rightarrow F_{\mathrm{net}} = F(۳ + \mu_k) - ۴۰\mu_k$$

بعد از عوض کردن جای نیروها:

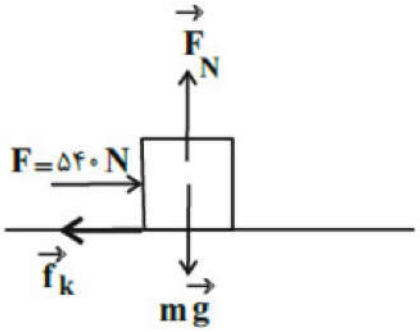


$$f'_k = \mu_k F'_N = \mu_{k(\mathrm{mg}-F_2)}$$
$$\Rightarrow f'_k = \mu_{k(۴۰-۳\mathrm{F})}$$
$$F'_{\mathrm{net}} = F_1 - f'_k = F - \mu_{k(۴۰-۳\mathrm{F})}$$
$$\Rightarrow F'_{\mathrm{net}} = F(۱ + ۳\mu_k) - ۴۰\mu_k$$

بنابراین:

$$F_{\mathrm{net}} = F'_{\mathrm{net}} \Rightarrow F(۳ + \mu_k) - ۴۰\mu_k = F(۱ + ۳\mu_k) - ۴۰\mu_k$$
$$\Rightarrow ۳ + \mu_k = ۱ + ۳\mu_k \Rightarrow \mu_k = ۱$$

۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نیروهای وارد بر صندوق را رسم می‌کنیم و قانون دوم نیوتون را برای یک دقیقه‌ی اول حرکت آن می‌نویسیم:



$$(F_{\mathrm{net}})_y = ۰ \Rightarrow F_N = \mathrm{mg} = ۱۲۰\times۱۰ = ۱۲۰۰N$$
$$(F_{\mathrm{net}})_x = \mathrm{ma}_1 \Rightarrow F - f_k = \mathrm{ma}_1 \xrightarrow{f_k=\mu_k F_N}$$
$$۵۴۰ - ۰/۴\times۱۲۰۰ = ۱۲۰a_1 \Rightarrow a_1 = ۰/۵\,\frac{m}{s^2}$$

پس از گذشت یک دقیقه، سرعت صندوق از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$v = a_1 t + v_0 \Rightarrow v = ۰/۵\times۶۰ + ۰ = ۳۰\,\frac{m}{s}$$

پس از حذف نیروی $\vec{F}$ داریم:

$$(F_{\mathrm{net}})_x = \mathrm{ma}_2 \Rightarrow -f_k = \mathrm{ma}_2 \xrightarrow{f_k=\mu_k F_N} -\mu_k F_N = \mathrm{ma}_2 \Rightarrow a_2 = -\mu_k g = -۰/۴\times۱۰$$
$$\Rightarrow a_2 = -۴\,\frac{m}{s^2}$$

در نتیجه، زمان توقف صندوق بعد از قطع نیروی $\vec{F}$ برابر است با:

$$t = \left|\frac{\Delta v}{a_2}\right| = \frac{۳۰}{۴} = ۷/۵s$$

۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. قانون دوم نیوتون را در مورد هر دو سطح می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \text{سطح (۱)}: a_۱ = \frac{F_{net_۱}}{m} \Rightarrow ۳ = \frac{۱۰ - f_{k_۱}}{۲} \Rightarrow ۱۰ - f_{k_۱} = ۶ \Rightarrow f_{k_۱} = ۴\text{N} \\ \text{سطح (۲)}: a_۲ = \frac{F_{net_۲}}{m} \Rightarrow ۴ = \frac{۱۰ - f_{k_۲}}{۲} \Rightarrow ۱۰ - f_{k_۲} = ۸ \Rightarrow f_{k_۲} = ۲\text{N} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{f_{k_۲}}{f_{k_۱}} = \frac{۲}{۴} \xrightarrow{f_k = \mu_k F_N} \frac{\mu_{k_۲} \times F_N}{\mu_{k_۱} \times F_N} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{\mu k_۲}{\mu k_۱} = \frac{۱}{۲}$$

۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. قبل از حذف نیروی $F_۱$:

$$\Sigma F = ma$$

$$۱۰۰ - ۸۰ = ۱۰a \rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

$$V = at + V_۰ = ۲ \times ۱۲ = ۲۴\frac{m}{s}$$

در هنگام حذف نیروی $F_۱$ سرعت حرکت جسم $۲۴\frac{m}{s}$ است. بنابراین وقتی نیروی $F_۱$ حذف می‌شود می‌توان گفت:

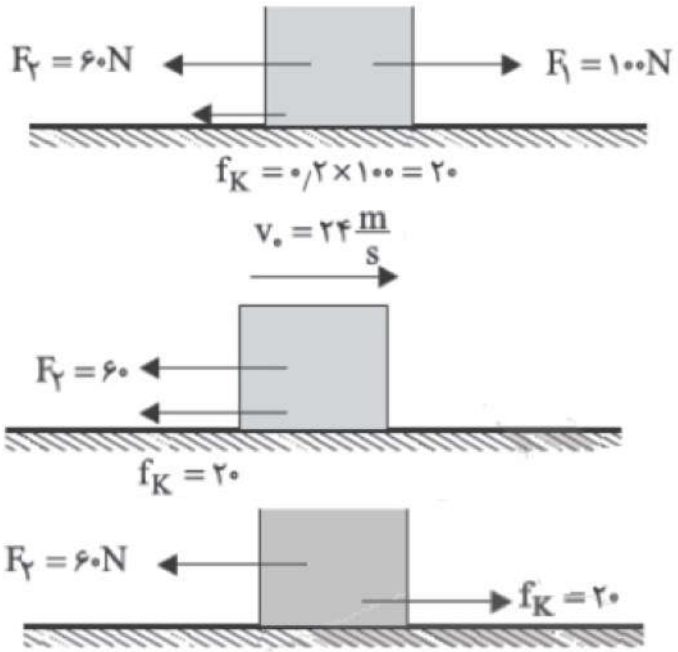
$$\Sigma F = ma \rightarrow -۶۰ - ۲۰ = ۱۰a$$

$$a = -۸\frac{m}{s^۲}$$

چون سرعت در لحظه‌ی حذف نیروی $F_۱$، $۲۴\frac{m}{s}$ است و در این لحظه حرکت با شتاب $۸\frac{m}{s}$ کند می‌شود. پس ۳ ثانیه طول می‌کشد تا جسم متوقف شود و بعد از آن نیروی $F_۱$ می‌خواهد جسم را برگرداند چون $F_۲ = ۶۰N$ بوده و از $F_{sm} = ۰/۳ \times ۱۰۰ = ۳۰N$ بیشتر است. پس حجم برمی‌گردد و باید ببینیم بعد از ۲ ثانیه سرعت آن چند متر بر ثانیه می‌گردد:

$$\Sigma F = ma \rightarrow ۶۰ - ۲۰ = ۱۰a \rightarrow a = ۴\frac{m}{s^۲}$$

$$V = at + V_۰ = ۴ \times ۲ + ۰ = ۸\frac{m}{s}$$

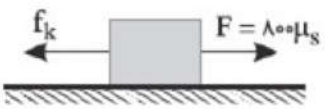


۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

برای حداکثر شتاب نیروی شخص، جعبه را افقی و برابر اصطکاک آستانه حرکت شخص با زمین درنظر می‌گیریم:

$$F = f_{s\max} = \mu_s \mathrm{mg} = ۸۰۰\mu_s$$

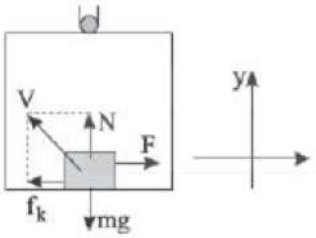
برای جعبه : $F - f_k = \mathrm{ma} \Rightarrow ۸۰۰\mu_s - \mu_k \times \mathrm{mg} = \mathrm{ma}$



$$۸۰۰\mu_s - ۰/۱ \times ۵۰۰ = ۵۰ \times ۳$$
$$\Rightarrow ۸۰۰\mu_s = ۲۰۰\,\mathrm{N}$$
$$\mu_s = \frac{۲۰۰}{۸۰۰} = \frac{۱}{۴} = ۰/۲۵$$

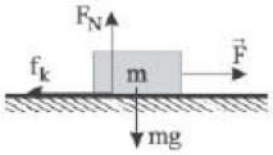
۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$N - \mathrm{mg} = \mathrm{ma}_y \Rightarrow N = m(g + a_y)$$
$$\mathrm{av} > ۰, v < ۰ \Rightarrow a_y < ۰ \Rightarrow a_y = -۲\frac{m}{s^۲}$$
$$N = ۲(۱۰ - ۲) = ۱۶N$$
$$\vec{R} = \vec{N} + \vec{f}_k \Rightarrow R = \sqrt{N^۲ + f_k^۲}$$
$$\Rightarrow ۴۰۰ = (۱۶)^۲ + (f_k)^۲ \Rightarrow f_k^۲ = ۱۴۴ \Rightarrow f_k = ۱۲N$$
$$f_k = \mu_k \times N \Rightarrow ۱۲ = \mu_k \times ۱۶ \Rightarrow \mu_k = ۰/۷۵$$



۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



با توجه به این‌که جسم در راستای قائم شتابی ندارد، $F_N = \mathrm{mg}$ است. در راستای افقی با توجه به قانون دوم نیوتن داریم:

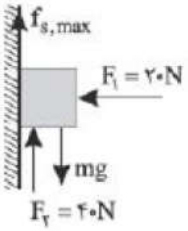
$$F - f_k = \mathrm{ma} \Rightarrow F - \mu_k F_N = \mathrm{ma} \xrightarrow{F_N = \mathrm{mg}} F - \mu_k \mathrm{mg} = \mathrm{ma}$$

با جایگذاری اعداد داده شده در جدول آزمایش در رابطهٔ بالا، μ_k را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} ۱۰ - \mu_k \times m \times ۱۰ = m(۲/۵) \\ ۱۵ - \mu_k \times m \times ۱۰ = m(۵) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu_k = ۰/۲۵ \\ m = ۲\mathrm{kg} \end{cases}$$

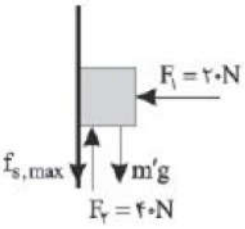
۱۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل، نیروهای وارد بر جسم در حالت اول می‌توان نوشت:



$$F_{net_y} = ۰ \Rightarrow F_۲ + f_{s,max} = mg \Rightarrow ۴۰ + f_{s,max} = ۵۵ \Rightarrow f_{s,max} = ۱۵N$$

در حالت دوم با توجه به شکل نیروهای وارد بر جسم داریم:

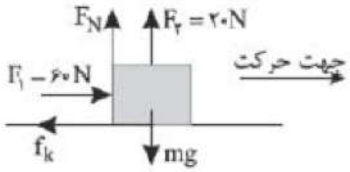


$$F_{net_y} = ۰ \Rightarrow F'_۲ = f_{s,max} + m'g \Rightarrow ۴۰ = ۱۵ + m'g \Rightarrow m' = ۲/۵\,kg$$

$$\frac{m'}{m} = \frac{۲/۵}{۵/۵} = \frac{۵}{۱۱}$$

۱۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل، ابتدا جسم با شتاب ثابت در حال حرکت است. اگر سرعت حرکت آن ثابت شود باید نیروی اصطکاک وارد بر آن افزایش پیدا کند و با نیروی افقی وارد بر آن برابر شود، در این‌صورت می‌توان نوشت:



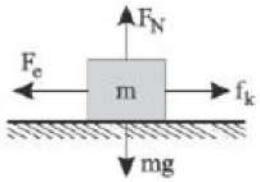
$$f_k = F_۱ \Rightarrow \mu_k F'_N = ۶۰ \Rightarrow \mu_k (F'_۲ + mg) = ۶۰$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۴}(F'_۲ + ۱۰۰) = ۶۰ \Rightarrow F'_۲ + ۱۰۰ = ۲۴۰ \Rightarrow F'_۲ = ۱۴۰N$$

$$\Delta F = F'_۲ - F_۲ = ۱۴۰ - ۲۰ = ۱۲۰N$$

۱۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

به مجموعهٔ دوچرخه و دوچرخه‌سوار مانند شکل، ۴ نیرو اثر می‌کند، چون چرخ‌ها در حال چرخش هستند، اصطکاک از نوع جنبشی است. در وضعیتی که چرخ‌ها در جا می‌زنند، شتاب حرکت صفر است.



به جهت $\vec{f}_k$ دقت کنید که در جهت حرکت اولیه و در خلاف جهت نیروی کشسانی است. چرخ عقب می‌خواهد سطح تکیه‌گاه را توسط اصطکاک به عقب براند (به سمت چپ)، عکس‌العمل این نیرو f_k است که از طرف سطح تکیه‌گاه به چرخ اثر می‌کند. (چرخ عقب متصل به زنجیر است و نیروی محرکهٔ رکاب زدن به چرخ عقب وارد می‌شود.)

$$\Sigma F_x = ۰$$

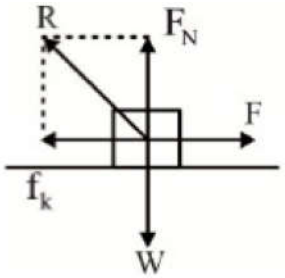
$$-F_e + f_k = ۰ \Rightarrow f_k = F_e$$

$$\mu_k F_N = k\Delta x \quad (۱)$$

$$\Sigma F_y = ۰ \Rightarrow F_N = mg = ۹۰۰N$$

$$(۱) \Rightarrow \mu_k \times ۹۰۰ = ۶۰۰ \times ۰/۶ \Rightarrow \mu_k = ۰/۴$$

۱۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. از آن‌جا که جسم با سرعت ثابت در حال حرکت است، پس:



$$f_k = F = \mathrm{kx} \Rightarrow f_k = ۳۰۰ \times \frac{۳}{۱۰۰} = ۹N$$

نیروی سطح R برایند دو نیروی عمودی سطح (F_N) و اصطکاک (f_k) است:

$$R^۲ = f_k^{\,۲} + F_N^{\,۲} \Rightarrow ۱۵^{\,۲} = ۹^{\,۲} + F_N^{\,۲} \Rightarrow F_N = ۱۲N$$

اکنون به سادگی می‌توانیم مقدار ضریب اصطکاک جنبشی را تعیین کنیم:

$$f_k = \mu_k F_N = ۹ = \mu_k \times ۱۲ \Rightarrow \mu_k = ۰/۷۵$$

۱۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

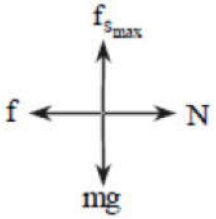
$$v^۲ - v_۰^{\,۲} = ۲\mathrm{a}\Delta\mathrm{x} \Rightarrow \Delta\mathrm{x}_{\min} = \frac{-v_۰^{\,۲}}{۲a_{\max}}$$

$$-f_{s_{\max}} = \mathrm{ma}_{\max} \Rightarrow -\mu_s \mathrm{mg} = \mathrm{ma}_{\max}$$

$$\Rightarrow a_{\max} = -۲/۵ \frac{m}{s^۲}$$

$$\Delta\mathrm{x}_{\min} = \frac{-(۱۵)^{\,۲}}{(۲)(-۲/۵)} = ۴۵m$$

۱۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} F = N \\ f_{s_{\max}} - \mathrm{mg} = \mathrm{ma} \Rightarrow \left(\frac{۱}{۲}\right)(F) - ۴۰ = ۴ \times ۲/۵ = F = ۱۰۰N \end{cases}$$

نیروی دیوار بر جعبه $R = \sqrt{N^۲ + f_{f_{s_{\max}}}^{\,۲}} = \sqrt{۱۰۰^{\,۲} + ۵۰^{\,۲}} = ۵۰\sqrt{۵}N$

۱۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حداقل نیرویی که جسم را به حرکت درمی‌آورد برابر $f_{s\,\max}$ است:

$$F = f_{s,\max} = \mu_s N = \mu_s \mathrm{mg} = ۰/۹ \times ۱۰ \times ۱۰ = ۹۰N$$

با حرکت کردن جسم، نیروی F تغییر نمی‌کند ولی نیروی اصطکاک کم شده و برابر f_k می‌شود که در این صورت می‌توان F_{Net} و از روی آن شتاب را به دست آورد.

$$a = \frac{F_{\mathrm{Net}}}{m} = \frac{F - f_k}{m} = \frac{۹۰ - \mu_k \mathrm{mg}}{۱۰} = \frac{۹۰ - ۰/۶ \times ۱۰۰}{۱۰} = \frac{۳۰}{۱۰} = ۳\frac{m}{s^۲}$$

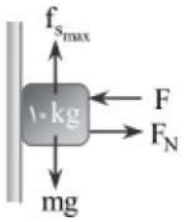
۱۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $۷۲\frac{\text{km}}{h}$ معادل $۲۰\frac{m}{s}$ است. جعبه هم همراه کامیون از سرعت $۲۰\frac{m}{s}$ به سرعت صفر رسیده است. نیرویی که به جعبه وارد شده و سرعت آن‌را کم کرده نیروی اصطکاک ایستایی است. کم‌ترین مسافت ترمز نیاز به بیش‌ترین نیروی اصطکاک دارد می‌توان شتاب کندکننده‌ی بیشینه ناشی از اصطکاک بیشینه را حساب کرد:

$$|a_{\max}| = \frac{|F_{\text{Net}}|}{m} = \frac{f_{s,\max}}{m} = \frac{\mu_s N}{m} = \mu_s \text{mgm} = \mu_s g = ۰/۵ \times ۱۰ = ۵\frac{m}{s^۲}$$

با این شتاب می‌توان مسافت کمینه‌ی توقف را به دست آورد:

$$v^۲_{\text{نهایی}} - v^۲_۰ = ۲ \times a_{\max} \times \Delta x_{\min} \Rightarrow ۰^۲ - ۲۰^۲ = ۲ \times -۵ \times \Delta x_{\min} \Rightarrow \Delta x_{\min} = \frac{-۴۰۰}{-۱۰} = ۴۰m$$

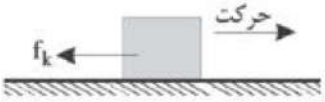
۱۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در راستای عمودی شتاب ۲ به سمت پایین داریم، پس:



$$\text{mg} - f_{s_{\max}} = \text{ma}$$
$$۱۰۰ - f_{s_{\max}} = ۱۰ \times ۲ \Rightarrow f_{s_{\max}} = ۸۰\text{N}$$
$$f_{s_{\max}} = \mu_s . F_N \Rightarrow F_N = ۱۶۰\text{N}$$
$$F_{\text{net}} = ۰ \Rightarrow F = F_N = ۱۶۰\text{N}$$

۱۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

وقتی جسمی بر روی سطح افقی با سرعت اولیهٔ v پرتاب می‌شود، تنها نیروی مؤثر بر آن در راستای حرکت، نیروی اصطکاک بوده که باعث کند شدن حرکت آن می‌شود. شتاب در این حالت برابر است با:



$$-f_k = \text{ma} \Rightarrow -\mu_k F_N = \text{ma} \Rightarrow -\mu_k \text{mg} = \text{ma} \Rightarrow a = -\mu_k \times g$$

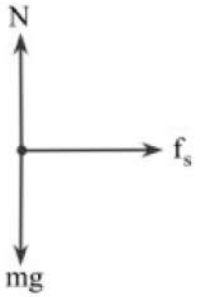
بنابراین شتاب حرکت در این حرکت به جرم ارتباط ندارد.

$$\mu_{k_A} = \frac{۱}{۲}\mu_{k_B} \Rightarrow a_A = \frac{۱}{۲}a_B$$

$$v^۲ - v^۲_۰ = ۲a\Delta x \xrightarrow{v=۰} \Delta x = \frac{v^۲_۰}{|۲a|}$$

$$\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{|a_B|}{|a_A|} = ۲$$

۲۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نمودار نیروهای وارد بر جعبه مطابق شکل مقابل است.

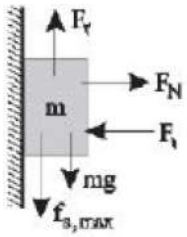


$$\begin{cases} (F_{\text{net}})_x = ۰ \Rightarrow N = \text{mg} \\ (F_{\text{net}})_y = \text{ma}_x \Rightarrow f_s = \text{ma} \end{cases}$$

اگر بخواهیم حداکثر شتاب برای جعبه معلوم شود، لازم می‌شود تا $f_{s_{\max}}$ برقرار شود.

$$f_{s_{\max}} = \text{ma}_{\max} \Rightarrow \mu_s \text{mg} = \text{ma}_{\max} \Rightarrow a_{\max} = \mu_s g$$

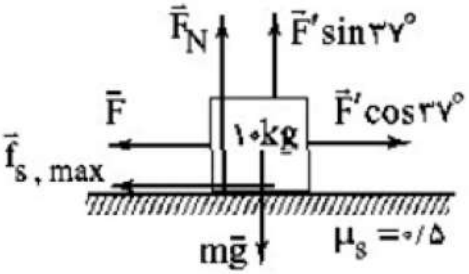
۲۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در حداکثر نیرو $F_۲$ باید $f_{s,\max}$ رو به پایین باشد.



$$F_N = F_۱ = ۲۰۰\,(N)$$
$$f_{s,\max} = \mu_s \times F_N = ۰/۸ \times ۲۰۰ = ۱۶۰\,(N)$$
$$W = mg = ۳۰ \times ۱۰ = ۳۰۰ kg$$
$$F_۲ = mg + f_{s,\max} = ۴۶۰\,(N)$$

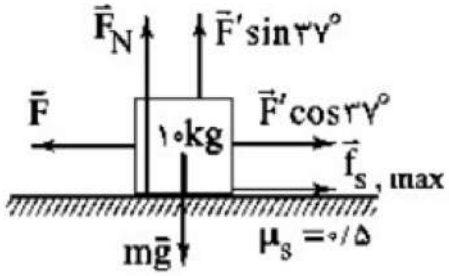
۲۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

حالت اول: جسم در آستانه‌ی حرکت به سمت راست باشد:



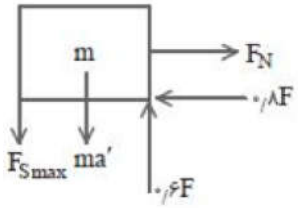
$$F'\,\mathrm{Cos}\,۳۷^\circ = F + f_{s;\max}$$
$$F'\,\mathrm{Cos}\,۳۷^\circ = F + \mu_{s(\mathrm{mg}+F'\,\mathrm{Sin}\,۳۷^\circ)}$$
$$\Rightarrow ۱۰۰ \times ۰/۸ = F + ۰/۵(۱۰۰ - ۶۰)$$
$$\Rightarrow ۸۰ = F + ۲۰ \Rightarrow F = ۶۰\mathrm{N}$$

حالت دوم: جسم در آستانه‌ی حرکت به سمت چپ باشد:



$$F = F'\,\mathrm{Cos}\,۳۷^\circ + f_{s;\max}$$
$$F = F'\,\mathrm{Cos}\,۳۷^\circ + \mu_{s(\mathrm{mg}-F'\,\mathrm{Sin}\,۳۷^\circ)}$$
$$\Rightarrow F = ۱۰۰ \times ۰/۸ + ۰/۵(۱۰۰ - ۶۰)$$
$$\Rightarrow F = ۸۰ + ۲۰ = ۱۰۰\,N$$

۲۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون حداکثر نیروی F مورد نظر است، بنابراین جهت جریان نیروی اصطکاک ایستایی را به سمت پایین در نظر می‌گیریم:



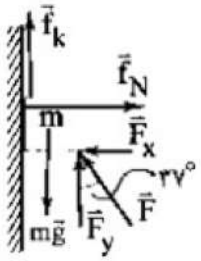
$$F_N = ۰/۸F \Rightarrow f_{s\max} = \mu_s \times F_N = ۰/۴F$$
$$۰/۶F - f_{s\max} - \mathrm{mg} = \mathrm{ma}$$
$$\Rightarrow ۰/۶F - ۰/۴F - ۲۰ = ۲ \times ۱ \Rightarrow ۰/۲F = ۲۲ \Rightarrow F = ۱۱۰\mathrm{N}$$

۲۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گام اول: شتاب حرکت جسم را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}\,at^{۲} + \cancel{v_۰ t} \Rightarrow ۹ = \frac{۱}{۲}(a)(۲)^{۲} \Rightarrow a = ۴/۵\ \frac{m}{s^{۲}}$$

گام دوم: نیروهای واردشده به جسم را رسم کرده، نیروی $\vec{F}$ را تجزیه کرده و اندازه‌ی نیروی اصطکاک را به صورت زیر به دست می‌آوریم:



$$F_X = F\,\mathrm{Sin}\,۳۷^\circ = ۰/۶\,F$$
$$F_y = F\,\mathrm{Cos}\,۳۷^\circ = ۰/۸\,F$$

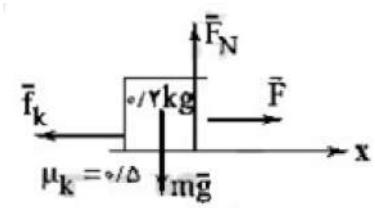
$$f_k = \mu_k F_N \xrightarrow{F_N = F_x} f_k = ۰/۵(۰/۶\,F) = ۰/۳\,F$$

گام سوم: قانون دوم نیوتون را در راستای قائم برای حرکت جسم می‌نویسیم. دقت کنید که جسم با شتاب ثابت به سمت پایین در حال حرکت است، بنابراین داریم:

$$mg - F_y - f_k = ma$$
$$\Rightarrow ۲۰ - ۰/۸\,F - (۰/۳\,F) = ۲(۴/۵)$$
$$\Rightarrow ۲۰ - ۱/۱\,F = ۹ \Rightarrow ۱/۱\,F = ۱۱ \Rightarrow F = ۱۰\mathrm{N}$$

۲۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گام اول: اندازه‌ی نیروی عمودی سطح و اصطکاک جنبشی واردشده به جسم را به دست می‌آوریم:



$$F_N = mg = ۲\mathrm{N}$$
$$f_k = \mu_k F_N = ۰/۵(۲) = ۱\mathrm{N}$$

گام دوم: با توجه به اینکه جسم در ابتدا با تندی ثابت در حال حرکت بوده است، نتیجه می‌گیریم که $F = f_k$ می‌باشد و در سه ثانیه‌ی اول حرکت شتاب حرکت جسم صفر بوده و جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند. اما در سه ثانیه‌ی دوم حرکت، اندازه‌ی نیروی $\vec{F}$ کاهش یافته است و در نتیجه با توجه به اینکه اندازه‌ی نیروی $\vec{F}$ کم‌تر از $\vec{f}_k$ می‌شود، حرکت جسم کندشونده خواهد شد و شتاب حرکت جسم در این بازه‌ی زمانی برابر است با:

$$F' - f_k = ma \Rightarrow ۰/۶ - ۱ = ۰/۲a \Rightarrow a = -۲\ \frac{m}{s^{۲}}$$

گام آخر: اگر معادله‌ی $v = at + v_۰$ را در بازه‌ی زمانی $t_۱ = ۳\mathrm{s}$ تا $t_۲ = ۴\mathrm{s}$ بنویسیم، می‌توانیم تندی حرکت جسم را در لحظه‌ی $t_۲ = ۴\mathrm{s}$ به صورت زیر به دست آوریم:

$$v = at + v_۰ = (-۲)(۱) + ۱۲ = ۱۰\ \frac{m}{s}$$

۲۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

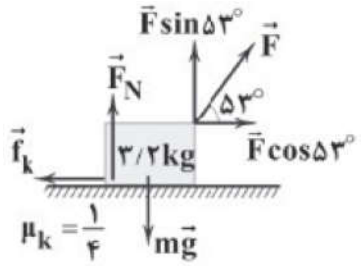
در حالت اول: $f_k = \mu_k F = \text{mg} \Rightarrow F = \dfrac{\text{mg}}{\mu_k} = \dfrac{۲۰}{۰/۴} = ۵۰\text{N}$

در حالت دوم: $|a| = \dfrac{|\Delta \text{v}|}{\Delta \text{t}} = ۲\dfrac{m}{s^۲} \Rightarrow f'_k - \text{mg} = \text{ma}$

$$f'_k = m(g+a) = ۲(۱۰+۲) = ۲۴ = \mu_k F' = \frac{۴}{۱۰}F' \Rightarrow F' = ۶۰\text{N}$$

$$\Delta \text{F} = ۶۰ - ۵۰ = ۱۰\text{N}$$

۲۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون جسم با سرعت ثابت روی سطح افقی حرکت می‌کند، در ابتدا برای محاسبه‌ی نیروی $\vec{F}$ باید $\Sigma F_x = ۰$ قرار داده و محاسبه را انجام دهیم، بنابراین:



$$\Sigma F_x = ۰ \Rightarrow F\,\text{Cos}\,۵۳^\circ = f_k = ۰$$

$$\xrightarrow{f_k = \mu_k F_N} F\,\text{Cos}\,۵۳^\circ - \mu_k F_N = ۰$$

$$\xrightarrow{F_N = \text{mg} - F\,\text{Sin}\,۵۳^\circ} F\,\text{Cos}\,۵۳^\circ - \mu_k(\text{mg} - F\,\text{Sin}\,۵۳^\circ) = ۰$$

$$\xrightarrow[\text{Sin}\,۵۳^\circ = ۰/۸]{\text{Cos}\,۵۳^\circ = ۰/۶\,,\ \mu_k = \frac{۱}{۴}\,,\ m = ۳/۲\,\text{kg}\,,\ g = ۱۰\frac{m}{s^۲}} ۰/۶F - \frac{۱}{۴}(۳۲ - ۰/۸F) = ۰$$

$$\Rightarrow ۰/۸F = ۸ \Rightarrow F = ۱۰N$$

با سه برابر شدن F، این نیرو به $F' = ۳۰N$ می‌رسد. حالا نیروی اصطکاک جنبشی را قبل و بعد از ۳ برابر شدن F به دست می‌آوریم:

حالت اول: $f_{k_۱} = \mu_k \overrightarrow{F}_{N_۱} \Rightarrow f_{k_۱} = \mu_k(\text{mg} - F\,\text{Sin}\,۵۳^\circ)$

$$\Rightarrow f_{k_۱} = \frac{۱}{۴}(۳۲ - ۱۰(۰/۸)) \Rightarrow f_{k_۱} = ۶N$$

حالت دوم:

$$f_{k_۲} = \mu_k F_{N_۲} = \mu_k(\text{mg} - F'\,\text{Sin}\,۵۳^\circ) \Rightarrow f_{k_۲} = \frac{۱}{۴}(۳۲ - ۳۰(۰/۸)) \Rightarrow f_{k_۲} = ۲N$$

پس نیروی اصطکاک $\frac{۱}{۳}$ برابر شده است.

۲۸ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow \mu_s N - \text{mg} - \text{Mg} = ۰ \Rightarrow ۰/۲ \times ۸۰ - ۱۰m - ۱ \times ۱۰ = ۰ \Rightarrow ۱۰m = ۶$$

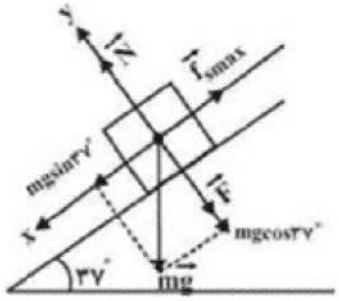
$$\Rightarrow m = ۰/۶\text{kg} = ۶۰۰g$$

دقت کنید نیروی $\overrightarrow{N}'$، نیروی عمود بر سطح ناشی از جرم m است که اندازه‌ی آن برابر با وزن جرم m خواهد بود.

۲۹ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. نیروهای وارد بر جسم مطابق شکل زیر است. اگر قانون دوم نیوتون را در راستای عمود بر سطح بنویسیم، داریم:

$$\Sigma F_y = ۰ \Rightarrow N - F - \text{mg Cos}\,۳۷^\circ = ۰ \Rightarrow N = F + \text{mg Cos}\,۳۷^\circ$$

برای این‌که جسم به طرف پایین سطح شیب‌دار نلغزد، باید داشته باشیم:

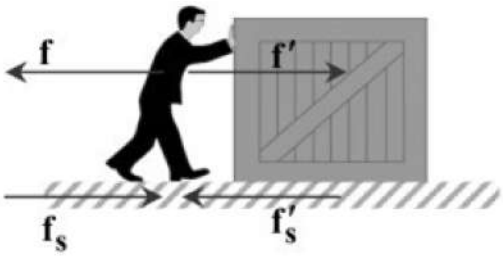


$$f_{s\ \max} \geq \text{mg Sin}\,۳۷^\circ \Rightarrow \mu_s N \geq \text{mg Sin}\,۳۷^\circ$$
$$\Rightarrow \mu_s(F + \text{mg Cos}\,۳۷^\circ) \geq \text{mg Sin}\,۳۷^\circ$$
$$\Rightarrow F \geq \text{mg}\left(\frac{۱}{\mu_s}\text{Sin}\,۳۷^\circ - \text{Cos}\,۳۷^\circ\right)$$
$$\Rightarrow F_{\min} = \text{mg}\left(\frac{۱}{u_s}\text{Sin}\,۳۷^\circ - \text{Cos}\,۳۷^\circ\right)$$

$$\Rightarrow F_{\min} = ۲/۵\times۱۰\times(۴\times۰/۶ - ۰/۸) = ۲۵\times۱/۶N \Rightarrow F_{\min} = ۴۰N$$

۳۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

برای حرکت‌دادن جعبه، باید شخص نیرویی به‌طرف راست وارد کند. بدین منظور باید $f_s > f$ باشد. از طرفی f' واکنش f است $(f' = f)$. و برای حرکت جعبه باید $f' > f'_s$ باشد (در نتیجه باید نیروی اصطکاک پای شخص با زمین بیشتر از اصطکاک جعبه با زمین باشد).



$$f_s > f'_s \xrightarrow{f_s \leq f_{s\cdot\max}} \mu_s F_N > \mu' F_N \Rightarrow \mu_s\,\text{mg} = \mu'_s m' g \Rightarrow \frac{\mu_s}{\mu'_s} > \frac{m'}{m}$$

۱	۱	**۲**	۳	۴
۲	۱	۲	۳	**۴**
۳	۱	۲	**۳**	۴
۴	۱	**۲**	۳	۴
۵	**۱**	۲	۳	۴
۶	۱	**۲**	۳	۴
۷	۱	۲	۳	**۴**
۸	۱	۲	**۳**	۴
۹	۱	**۲**	۳	۴
۱۰	**۱**	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	**۳**	۴
۱۲	**۱**	۲	۳	۴
۱۳	**۱**	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	**۴**
۱۵	**۱**	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	**۳**	۴
۱۷	۱	**۲**	۳	۴
۱۸	۱	**۲**	۳	۴
۱۹	**۱**	۲	۳	۴
۲۰	**۱**	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	**۴**
۲۲	۱	۲	۳	**۴**
۲۳	۱	۲	۳	**۴**
۲۴	**۱**	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	**۳**	۴
۲۶	**۱**	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	**۳**	۴
۲۸	۱	**۲**	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	**۴**
۳۰	۱	۲	**۳**	۴