نام دبیر : مهندس باباخانی

عنوان آزمون : هومورک۳ حرکت شناسی

۱) دو متحرک با شتاب‌هایی ثابت a و $a + ۱/۵$ از حال سکون روی محور xها شروع به حرکت می‌کنند و پس از مدت‌زمان t، سرعتشان به ترتیب ۲۰ $\frac{m}{s}$ و ۴۴ $\frac{m}{s}$ می‌شود. a چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۰/۸ ۲) ۱/۲۵ ۳) ۱/۵ ۴) ۲/۵

۲) متحرکی با شتاب ثابت $\overrightarrow{a} = ۲\overrightarrow{i}\left(\frac{m}{s^۲}\right)$ و سرعت اولیه $\overrightarrow{v} = -۱\overrightarrow{i}\left(\frac{m}{s}\right)$ در مبدأ زمان از مکان $x = -۶m$ عبور می‌کند. به‌ترتیب از راست به چپ، جهت بردار مکان و جهت بردار سرعت متحرک در چه لحظاتی برحسب ثانیه تغییر می‌کند؟

۱) $۲, \frac{۱}{۲}$ ۲) ۲, ۲ ۳) $۳, \frac{۱}{۲}$ ۴) ۲, ۳

۳) معادله‌ی سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = -۲t^۲ + ۱۲t - ۱۶$ است. بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی‌ای که حرکت متحرک در خلاف جهت محور x بوده و بزرگی سرعت آن در حال کاهش است، چند متر بر مجذور ثانیه می‌باشد؟

۱) ۸ ۲) ۳) ۴)

۴) کدام گزینه درست است؟

۱) وقتی سرعت جسمی مثبت است، الزاماً شتاب مثبت است.

۲) ممکن است سرعت جسمی صفر باشد، ولی شتاب مخالف صفر است.

۳) در مسیر منحنی ممکن است سرعت جسم ثابت بماند.

۴) سرعت متوسط جسم در جهت بردار مکان است.

۵) معادلهٔ سرعت متحرکی که در مسیری مستقیم در حال حرکت است در SI به‌صورت $v = \mathrm{A}t + B$ می‌باشد. اگر سرعت متوسط این متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت برابر با $-۲۰\frac{m}{s}$ و سرعت متوسط آن در دو ثانیهٔ بعدی حرکت برابر با $-۸\frac{m}{s}$ باشد، شتاب حرکت متحرک چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۶) اگر معادلهٔ حرکت متحرکی در SI به صورت $x = -۲t^۲ + ۴t + ۵$ باشد، در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۱۰s$، چند ثانیه حرکت متحرک تندشونده است؟

۱) ۴ ۲) ۹ ۳) ۶ ۴) ۱

۷) معادله‌ی سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به صورت $v = t^2 - 4t + 3$ است. به‌ترتیب از راست به چپ در بازه‌ی زمانی صفر تا ۶ ثانیه متحرک چند بار تغییر جهت داده و چند ثانیه در خلاف جهت محور x حرکت کرده است؟

۱) ۱، ۲
۲) ۲، ۲
۳) ۱، ۴
۴) ۲، ۴

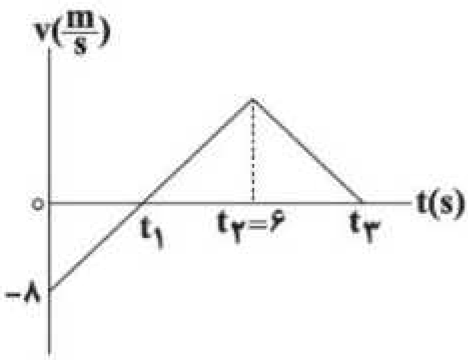
۸) معادلهٔ سرعت - زمان متحرکی که روی محور x از مکان $x_0 = 5m$ شروع به حرکت می‌کند، در دستگاه SI به‌صورت $v = -2t + 4$ است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد حرکت این متحرک نادرست است؟

۱) این متحرک ۲s به صورت کندشونده حرکت می‌کند.
۲) این متحرک در مکان $x = 9m$ تغییر جهت می‌دهد.
۳) این متحرک در لحظهٔ $t = 6s$ از مبدأ مکان می‌گذرد.
۴) بردار مکان این متحرک ۵s در جهت محور x است.

۹) معادلهٔ سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می کند در SI به‌صورت $v = -3t + 4$ است. اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت چند متر است؟

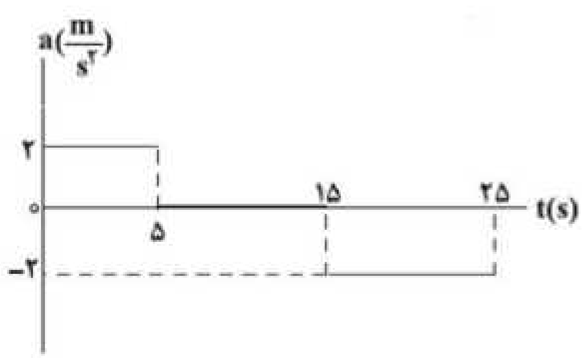
۱) ۲۲
۲) ۱۵
۳) ۱۲
۴) ۱۸

۱۰) نمودار سرعت زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. اگر بزرگی جابه‌جایی متحرک تا لحظه‌ی t_1 برابر $9/6m$ باشد، سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی t_1 تا t_3 چند $\frac{m}{s}$ است؟



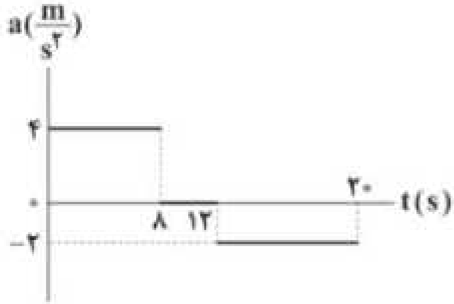
۱) ۶
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۲۴

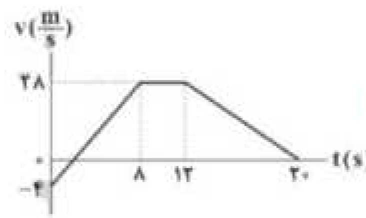
۱۱) نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی خط راست در حرکت است، مطابق شکل مقابل می‌باشد. این متحرک در مبدأ زمان با تندی $5\frac{m}{s}$ و از نقطهٔ $x = +10m$ و در خلاف جهت محور xها عبور می‌کند. در بازه‌ی زمانی ۰ تا $25s$، این متحرک چند ثانیه در خلاف جهت محور حرکت کرده است؟

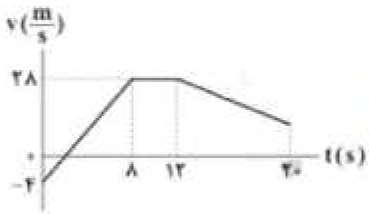


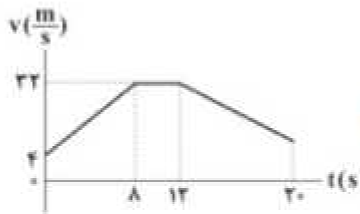
۱) $\frac{25}{3}$
۲) $\frac{55}{6}$
۳) ۱۰
۴) ۱۵

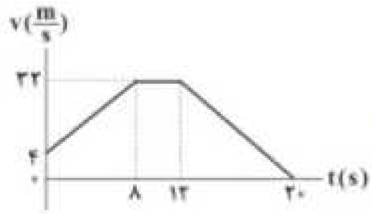
۱۲ نمودار شتاب - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر این متحرک در مبدأ زمان با تندی $۴\ \frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور x شروع به حرکت کرده باشد، نمودار سرعت - زمان حرکت این متحرک در کدام گزینه به درستی آمده است؟



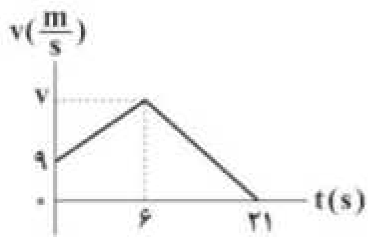
۱) 

۲) 

۳) 

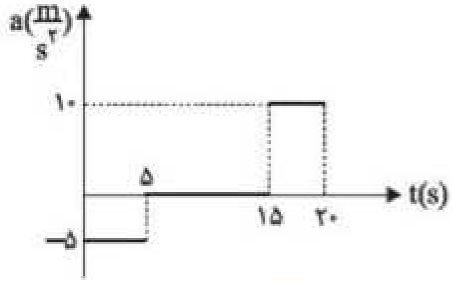
۴) 

۱۳ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر بزرگی شتاب متوسط این متحرک در مرحله‌ی حرکت تندشونده، $\frac{۱}{۴}$ برابر بزرگی شتاب متوسط متحرک در مرحله‌ی حرکت کندشونده باشد، تندی متوسط این متحرک در مرحله‌ی حرکت کندشونده چند برابر اندازه‌ی سرعت متوسط آن در مرحله‌ی حرکت تندشونده است؟



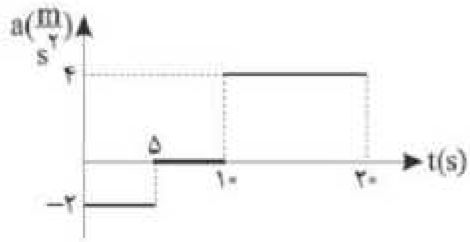
۱) $\frac{۱۹}{۱۰}$
۲) $\frac{۱۸}{۷}$
۳) $\frac{۱۰}{۱۹}$
۴) $\frac{۷}{۱۸}$

۱۴ شکل زیر نمودار شتاب–زمان متحرکی را که از حال سکون روی خط راست شروع به حرکت می‌کند را نشان می‌دهد. در ۲۰ ثانیهٔ اول، چند ثانیه حرکت جسم کندشونده است؟



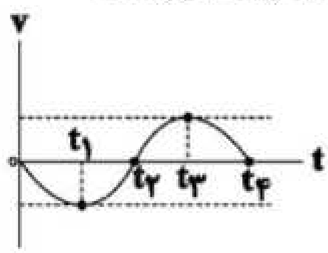
۱) ۲/۵
۲) ۵
۳) ۷/۵
۴) ۱۷/۵

۱۵ نمودار شتاب–زمان متحرکی که از حال سکون روی محور x شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱۰s$ تا $t_۲ = ۱۷s$، کدام گزینه درست است؟



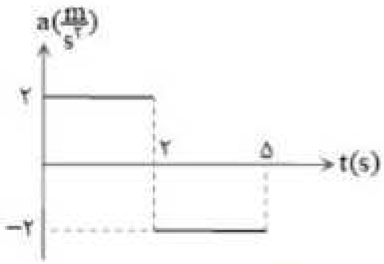
۱) حرکت تندشونده است.
۲) حرکت کندشونده است.
۳) جهت حرکت یک‌بار تغییر می‌کند.
۴) متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.

۱۶ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در شکل مقابل داده شده است. کدام گزینه صحیح است؟



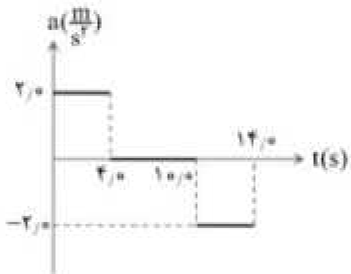
۱) بردار شتاب متوسط در بازه‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ در خلاف جهت محور x است.
۲) در بازه‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ اندازه‌ی کمیت‌های مسافت و جابه‌جایی با هم برابر است.
۳) در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ جهت حرکت متحرک عوض شده است.
۴) در بازه‌ی زمانی $t_۲$ تا $t_۴$ بردار شتاب در خلاف جهت محور x و نوع حرکت متحرک کندشونده است.

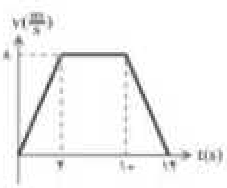
۱۷ نمودار شتاب - زمان متحرکی در مسیر مستقیم مطابق شکل است. اگر سرعت متوسط متحرک در این مدت $۶/۴ \frac{m}{s}$ باشد، سرعت اولیه‌ی آن چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۸

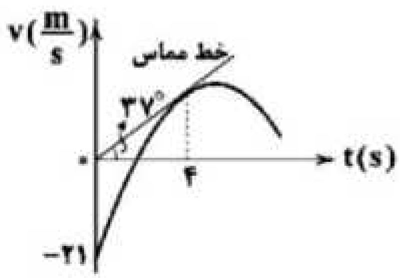
۱۸ نمودار شتاب - زمان یک ماشین اسباب‌بازی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. با فرض $v_0 = ۰$ کدام گزینه نادرست است؟





۱) شتاب متوسط کل برابر صفر است.
۲) جابه‌جایی کل برابر با ۸۰ متر است.
۳) تندی متوسط برابر با $۱۰ \frac{m}{s}$ است.
۴) نمودار سرعت زمان مطابق شکل مقابل است.

۱۹ نمودار سرعت - زمان یک متحرک که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی شتاب متوسط متحرک از لحظه‌ی شروع حرکت تا لحظه‌ی $t = ۴s$، چند متر بر مجذور ثانیه است؟ ($\tan ۳۷° = \frac{۳}{۴}$)

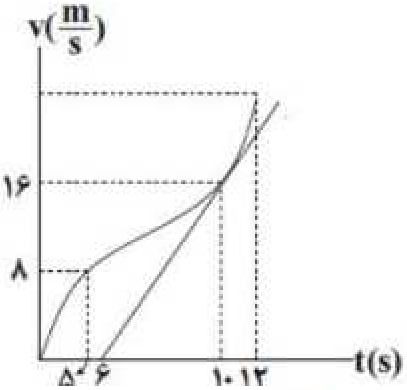


۱) $\frac{۳}{۴}$
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) ۶
۴) ۸

۲۰ معادله‌ی مکان - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x = \frac{1}{3}t^3 - 3t^2 + 10t$ است. مکان جسم در لحظه‌ای که سرعت متحرک کم‌ترین مقدار خود را دارد، چند متر است؟

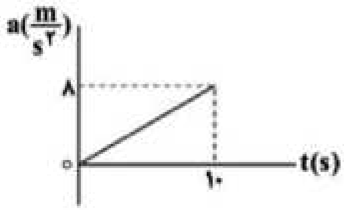
۱) ۱۲ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۴

۲۱ نمودار سرعت - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر شتاب در لحظهٔ $t = 10s$ با شتاب متوسط بین دو لحظهٔ $t_1 = 5s$ و $t_2 = 12s$ برابر باشد، شتاب متوسط متحرک در ۲ ثانیهٔ ششم حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟



۱) ۱۵ ۲) ۲۰ ۳) ۱۰ ۴) ۵

۲۲ نمودار شتاب - زمان ذره‌ای که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر تندی ذره در لحظه‌ی $t = 0$ برابر $30\frac{m}{s}$ و جهت حرکت آن در خلاف جهت محور مکان باشد، نوع حرکت ذره در بازه‌ی زمانی صفر تا $10s$ چگونه است؟



۱) تندشونده
۲) کندشونده
۳) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده
۴) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده

۲۳ جسمی با شتاب ثابت بر محور x و در سوی مثبت آن در حرکت است. این جسم در لحظه‌ی $t = 0$ در مکان $x_0 = 12m$ قرار دارد و سرعتش $5\frac{m}{s}$ است. اگر در مکان $x = 16m$ سرعت جسم $3\frac{m}{s}$ باشد، معادله‌ی مکان - زمان آن در SI کدام است؟

۱) $x = t^2 - 5t + 12$
۲) $x = -t^2 + 5t + 12$
۳) $x = t^2 + 5t - 12$
۴) $x = -t^2 - 5t - 12$

۲۴ معادله مکان زمان حرکت متحرکی که روی محور x در حال حرکت است، در SI به صورت $x = 2t^2 - 12t + 7$ است. در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ نسبت تندی متوسط به سرعت متوسط متحرک کدام است؟

۱) $-\frac{6}{5}$ ۲) $\frac{6}{5}$ ۳) $-\frac{5}{3}$ ۴) $\frac{5}{3}$

۲۵ متحرکی روی یک مسیر مستقیم با طول ثابت بدون تغییر جهت، در بار اول نیمی از زمان حرکت خود را با سرعت ثابت $۶\frac{m}{s}$ و نیمه دوم زمان حرکت خود را با سرعت ثابت $۱۲\frac{m}{s}$ طی می‌کند. این متحرک در بار دوم، نیمی از مسیر را با سرعت ثابت $۶\frac{m}{s}$ و نیمه دوم مسیر را با سرعت ثابت $۱۲\frac{m}{s}$ طی می‌کند. سرعت متوسط متحرک در بار اول چند برابر سرعت متوسط آن در بار دوم است؟

۱) $\frac{۹}{۸}$ ۲) $\frac{۸}{۹}$ ۳) $\frac{۹}{۴}$ ۴) ۱

۲۶ جسمی که با سرعت $۲\frac{m}{s}$ در حال حرکت در جهت مثبت محور xها است، ابتدا به مدت $t_۱$ ثانیهٔ اول با شتاب ثابت $a_۱$ و به دنبال آن به مدت $t_۲$ ثانیه با شتاب ثابت $a_۲$ به حرکت خود ادامه می‌دهد، اگر سرعت متوسطش در $t_۱$ ثانیه $۶\frac{m}{s}$ و در $t_۲$ ثانیه $۴\frac{m}{s}$ بوده باشد، نوع حرکتش در این دو بازهٔ زمانی کدام خواهد بود؟

۱) تندشونده - کندشونده
۲) تندشونده - کندشونده - تندشونده
۳) کندشونده - تندشونده - کندشونده
۴) کندشونده - تندشونده

۲۷ متحرکی روی خط راست در حرکت با شتاب ثابت در سه ثانیه‌ی متوالی ۱۲۰m را طی می‌کند. اگر در ثانیه‌ی اول این بازه‌ی زمانی نصف مسیر را طی کرده باشد، شتاب حرکت این متحرک چند $\frac{m}{s^۲}$ است؟

۱) $\frac{۲۰}{۳}$ ۲) $-\frac{۲۰}{۳}$ ۳) ۲۰ ۴) ۲۰-

۲۸ متحرکی با شتاب ثابت، روی محور x در لحظه‌ی $t=۰$ از مکان $x=۴m$ می‌گذرد. در لحظه‌ی $t=۲s$، جهت بردار مکان متحرک عوض می‌شود و در لحظه‌ی $t=۳s$ جهت بردار سرعت آن عوض می‌شود. بیشترین فاصله‌ی متحرک از مبدأ مکان هنگامی که متحرک در مکان‌های منفی قرار دارد، چند متر است؟

۱) ۰/۵ ۲) ۰/۷۵ ۳) ۱ ۴) ۱/۵

۲۹ معادله‌ی مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x=t^۲-۴t+۲۰$ است. کدام گزینه در مورد این متحرک در ۱۰ ثانیه‌ی اول حرکتش درست است؟

۱) کم‌ترین فاصله‌ی متحرک از مبدأ مکان، ۲۰m است.
۲) متحرک ۸ ثانیه به مبدأ مکان نزدیک می‌شود.
۳) متحرک در ۲ ثانیه‌ی اول حرکتش از مکان اولیه‌اش دور و در ۸ ثانیه‌ی بعدی حرکتش به مکان اولیه‌اش نزدیک می‌شود.
۴) متحرک در لحظه‌ی $t=۱۰s$ به بیشترین فاصله از مبدأ مکان می‌رسد.

۳۰ متحرکی روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند. از لحظهٔ $t_۱=۰$ تا $t_۲=۲۰s$، تندی متوسط و سرعت متوسط این متحرک به ترتیب $۱۰\frac{m}{s}$ و $۸\frac{m}{s}$ است. این متحرک در چه لحظه‌ای تغییر جهت داده است؟

۱) ۱۰s ۲) ۱۲s ۳) ۱۵s ۴) ۱۶s

۳۱ معادلهٔ مکان ــ زمان متحرک بر خط راست به شکل $x = ۳t^۲ - ۱۰t + ۳$ در SI است. تندی متحرک در لحظهٔ عبور از مکان $x = ۱۱m$ چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

۳۲ معادلهٔ مکان ــ زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند به صورت $x = ۳t^۲ - ۱۲t + ۹$ در SI است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، حرکت جسم تندشونده بوده و در این لحظه متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است؟

۱) ۰/۶ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۴ ۴) ۳/۲

۳۳ سه متحرک A، B و C بر روی محور xها در حال حرکت هستند. در جدول زیر بردار مکان و سرعت این سه متحرک در لحظه‌های $t_۱ = ۱s$ و $t_۲ = ۲s$ آورده شده است. تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط چند متحرک در بازه‌ی زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۲s$ قطعاً با یک‌دیگر برابر نیست؟

متحرک	t(s)	$\vec{d}(m)$	$\vec{v}\left(\frac{m}{s}\right)$
A	۱	$۴\vec{i}$	$۵\vec{i}$
	۲	$۲\vec{i}$	$۱۰\vec{i}$
B	۱	$-۵\vec{i}$	$-۴\vec{i}$
	۲	$-۳\vec{i}$	$-۶\vec{i}$
C	۱	$۲\vec{i}$	$-۴\vec{i}$
	۲	$-۳\vec{i}$	$-۲\vec{i}$

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۳۴ متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند و در لحظه‌های $t_۱ = ۴s$ و $t_۲ = ۱۰s$ از یک نقطه عبور می‌کند. این متحرک در چه لحظه‌ای تغییر جهت می‌دهد؟

۱) ۶ ۲) ۷ ۳) ۸ ۴) ۱۴

۳۵ چند عبارت از موارد زیر در مورد متحرکی که معادله مکان - زمان آن در SI به صورت $x = t^۲ - ۲t + ۴$ است صحیح است؟

الف) بردار مکان آن در $t = ۱s$ تغییر جهت می‌دهد.

ب) حرکت آن ابتدا کندشونده سپس تندشونده است.

پ) سرعت متوسط ان در بازه $t_۱ = ۰/۲s$ تا $t_۲ = ۱/۸\,s$ صفر است.

ت) این متحرک ابتدا از مبدأ دور، سپس نزدیک و دوباره دور می‌شود.

ث) شتاب متوسط متحرک در بازه $t_۱ = ۰/۲s$ تا $t_۲ = ۱/۸\,s$، ۲ $\frac{m}{s^۲}$ است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

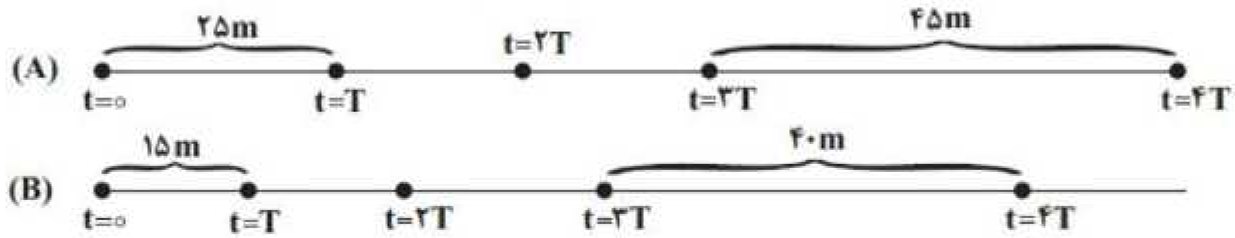
۳۶ متحرکی روی مسیری مستقیم و از حال سکون با شتاب ثابت، مسیری به طول l را طی می‌کند. اگر این متحرک $\frac{۱۶}{۲۵}$ ابتدایی را در مدت $t_۱$ و بقیه مسیر را در مدت $t_۲$ طی کرده باشد، نسبت $\frac{t_۱}{t_۲}$ کدام است؟

۱) $\frac{۴}{۳}$ ۲) $\frac{۴}{۵}$ ۳) $\frac{۳}{۵}$ ۴) ۴

۳۷ خودرویی با سرعت $v_۰$ در جاده‌ی مستقیمی در حرکت است که ناگهان راننده مانعی را در مقابل خود می‌بیند و ترمز می‌کند. اگر خودرو ۴ ثانیه بعد از شروع ترمز، با شتاب ثابت بایستد، بزرگی جابه‌جایی خودرو در ثانیه‌ی اول بعد از ترمز چند برابر اندازه‌ی جابه‌جایی آن در ثانیه‌ی آخر توقف است؟

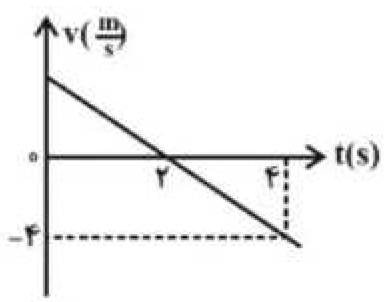
۱) ۸ ۲) ۷ ۳) ۴ ۴) ۳

۳۸ هر یک از شکل‌های زیر مکان دو متحرک A و B را که با شتاب حرکت می‌کنند، در لحظه‌های $t = ۰$ و $t = T$ و ... و $t = ۴T$ نشان می دهد. در این صورت نسبت شتاب متحرک A به شتاب متحرک B کدام است؟



۱) $\frac{۱۴}{۱۱}$ ۲) ۸ ۳) ۱۸ ۴) $\frac{۴}{۵}$

۳۹ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x در مبدأ زمان از مکان $x = -۱m$ عبور می‌کند، به صورت زیر می‌باشد. معادله‌ی مکان - زمان آن در SI کدام است؟



۱) $x = t^۲ + ۴t - ۱$ ۲) $x = -t^۲ - ۴t - ۱$ ۳) $x = -۲t^۲ + ۴t - ۱$ ۴) $x = -t^۲ + ۴t - ۱$

۴۰ معادله‌ی حرکت جسمی در SI به صورت $x = ۲t^۲ - ۴t - ۸$ است. کدام گزینه در مورد نوع و جهت حرکت جسم درست است؟

۱) همواره در جهت خلاف محور x ها و کندشونده است.

۲) در فاصله‌ی زمانی $۰ < t < ۱s$ حرکت در جهت محور x ها و تندشونده و بعد از آن در خلاف جهت محور x ها و کندشونده است.

۳) در فاصله‌ی زمانی $۰ < t < ۱s$ حرکت در جهت محور x ها و کندشونده و بعد از آن در خلاف جهت محور x ها و تندشونده است.

۴) در فاصله‌ی زمانی $۰ < t < ۱s$ حرکت در خلاف جهت محور x ها و کندشونده و بعد از آن در جهت محور x ها و تندشونده است.

۴۱ معادله‌ی حرکت متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x = t^۲ - ۳t + ۲$ می‌باشد. در کدام‌یک از لحظه‌های زیر برحسب ثانیه، متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است؟

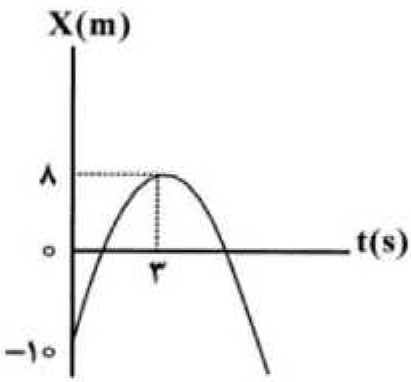
۱) ۱/۲　۲) ۱/۴　۳) ۱/۸　۴) ۳

۴۲ متحرکی در لحظه‌ی $t = ۲s$ با سرعت $۱۰\dfrac{m}{s}$ از مکان $x = +۵m$ عبور می‌کند. اگر شتاب حرکت ثابت و برابر $-۴\dfrac{m}{s^۲}$ باشد، معادله‌ی مکان - زمان متحرک در SI کدام است؟

۱) $x = -۲t^۲ + ۱۸t - ۲۳$　۲) $x = -۲t^۲ + ۱۸t + ۲۳$　۳) $x = -۲t^۲ - ۱۸t + ۲۳$

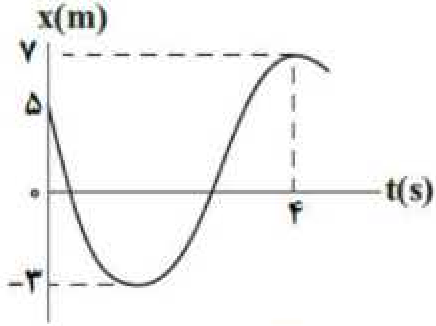
۴) $x = -۲t^۲ - ۲۳$

۴۳ نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل روبه‌رو و به صورت سهمی است. در چه لحظه‌ای متحرک از مبدأ عبور می‌کند و حرکتش تندشونده است؟



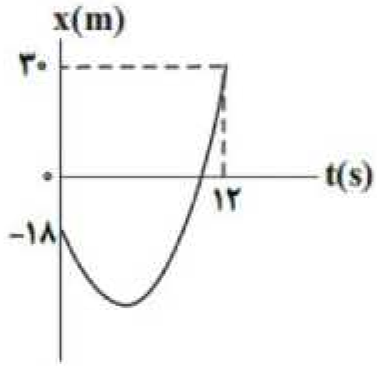
۱) ۱/۵　۲) ۵/۵　۳) ۵　۴) ۴

۴۴ نمودار مکان - زمان متحرکی به جرم ۵۰۰ گرم که روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل مقابل است. اگر بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $۴s$ برابر $۲/۵ \frac{m}{s^۲}$ باشد، کار برایند نیروهای وارد بر جسم در این بازهٔ زمانی، چند ژول است؟



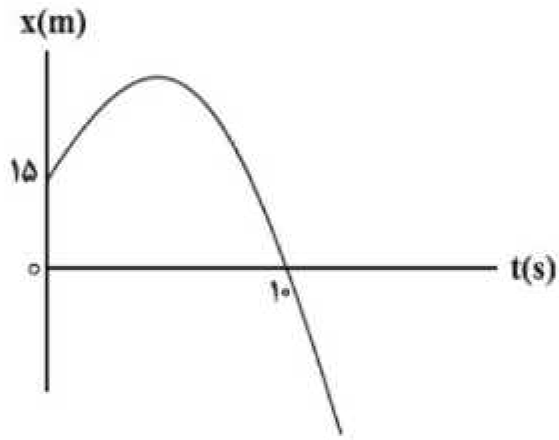
(۱) ۱۰ (۲) -۲۵ (۳) ۶ (۴) -۵۰

۴۵ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. اگر اختلاف تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط در ۱۲ ثانیهٔ ابتدایی حرکت برابر $۱ \frac{m}{s}$ باشد، تندی متحرک در لحظهٔ $t = ۱۲s$، چند متر بر ثانیه است؟



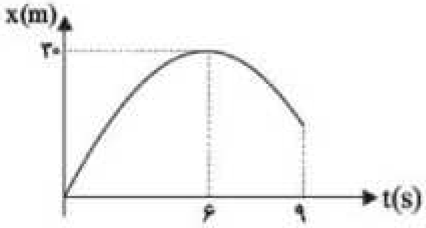
(۱) ۲۴ (۲) ۱۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

۴۶ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور xها در حال حرکت است، مطابق شکل است. اگر تندی متحرک در مبدأ زمان $۶ \frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



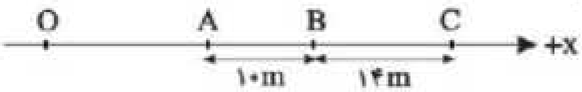
(۱) ۲ (۲) ۱/۵ (۳) ۳/۹ (۴) ۴/۴

۴۷ نمودار مکان –زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در ۹ ثانیهٔ نخست چند متر بر ثانیه است؟



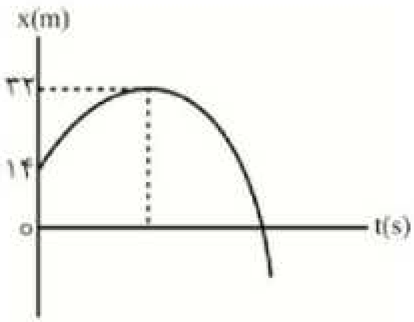
۱) ۲ ۲) ۲/۵ ۳) ۵ ۴) ۱۵

۴۸ مطابق شکل، متحرکی بدون سرعت اولیه از نقطهٔ O در جهت مثبت محور x ها با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند. این متحرک هر یک از فواصل AB و BC را در مدت ۲s طی می‌کند. فاصلهٔ OA چند متر است؟



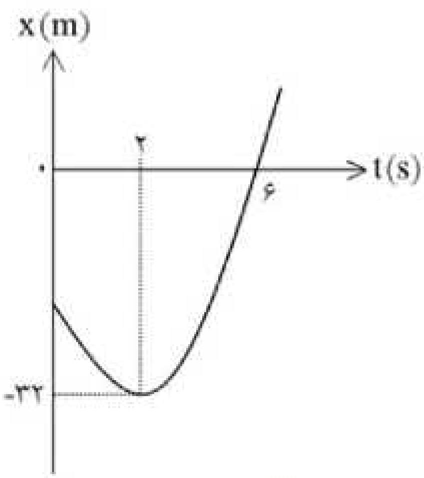
۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

۴۹ سهمی مقابل نمودار مکان - زمان متحرکی است که روی محور x در حال حرکت است. اگر سرعت متوسط متحرک در دو ثانیه دوم حرکت آن صفر باشد، تندی متحرک در هنگام عبور از مبدأ مکان چند متر بر ثانیه است؟



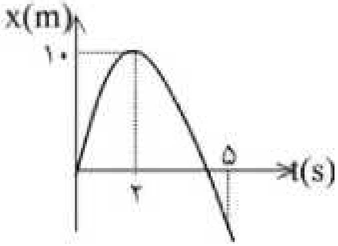
۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۲۶ ۴) ۲۴

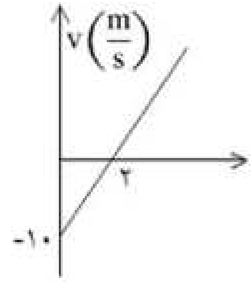
۵۰ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. در لحظه $t = 0$ متحرک در فاصله چند متری مبدأ مکان قرار دارد؟

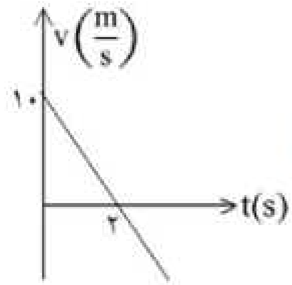


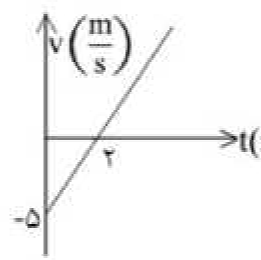
۱) ۶ ۲) ۱۲ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

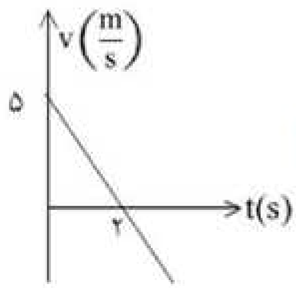
۵۱) نمودار مکان - زمان متحرکی که بر مسیری مستقیم و با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. نمودار سرعت - زمان این متحرک کدام است؟



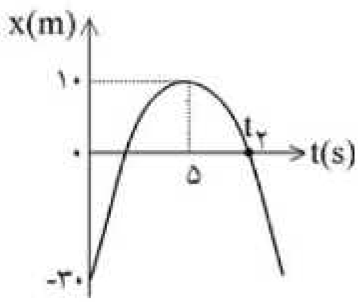
۱)


۲)


۳)


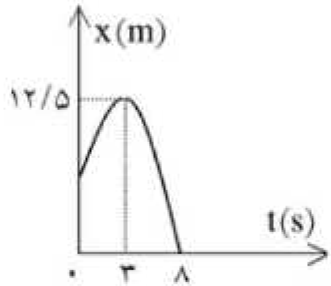
۴)


۵۲) نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. شتاب حرکت متحرک بر حسب متر بر مجذور ثانیه و زمان $t_۲$ بر حسب ثانیه، به‌ترتیب از راست به چپ، کدام است؟



۱) ‎-۳/۲، ۸
۲) ‎-۳/۲، ۷/۵
۳) ‎-۱/۶، ۷/۵
۴) ‎-۱/۶، ۸

۵۳ شکل روبه‌رو، نمودار مکان - زمان متحرکی است که با شتاب ثابت در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. سرعت اولیه‌ی این متحرک چند متر بر ثانیه است؟



(۱) ۱/۵ (۲) ۲/۵ (۳) ۳ (۴) ۶

۵۴ معادله‌ی حرکت جسمی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x = \frac{۳}{۲}t^{۲} - ۱۲t + ۱۰$ است. بزرگی جابه‌جایی جسم از لحظه‌ی $t = ۰$ تا لحظه‌ای که سرعت جسم به $۳\frac{m}{s}$ و در خلاف جهت محور x ها می‌رسد، چند متر است؟

(۱) ۳/۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲/۵ (۴) ۲۲/۵

۵۵ اتومبیلی روی محور x با سرعت ثابت $۱۰۸\frac{km}{h}$ در حال حرکت است. راننده‌ی این اتومبیل با دیدن یک آهو در فاصله‌ی ۱۰۰ متری خود ترمز می‌کند و حرکت اتومبیل با شتابی به اندازه‌ی $۲\frac{m}{s^{۲}}$ کند می‌شود تا سرانجام متوقف شود. در همین هنگام، آهو نیز با دیدن اتومبیل از حالت سکون شروع به دویدن با شتاب $۲\frac{m}{s^{۲}}$ هم‌جهت با حرکت اتومبیل می‌کند. وضعیت اتومبیل و آهو نسبت به هم چگونه خواهد شد؟

(۱) به هم برخورد می‌کنند.
(۲) به هم برخورد نمی‌کنند.
(۳) بستگی به جرم اتومبیل دارد.
(۴) بستگی به جرم آهو دارد.

۵۶ معادله‌ی حرکت جسمی در SI به‌صورت $x = ۲t^{۳} - ۱۲t^{۲} + ۱/۵t$ است. در بازه‌ی زمانی $t_{۱} = ۲s$ تا $t_{۲} = ۴s$ چند ثانیه متحرک خلاف جهت محور x حرکت کرده است؟

(۱) ۰/۵ (۲) ۱ (۳) ۱/۵ (۴) ۲

۵۷ اتومبیلی روی یک خط راست با سرعت $۱۰۸\frac{km}{h}$ در حال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصله‌ی $۱۶۵m$، با شتاب ثابت $۳\frac{m}{s^{۲}}$ ترمز می‌کند و درست جلو مانع می‌ایستد. اگر زمان واکنش راننده $t_{۱}$ و زمانی که حرکت اتومبیل کندشونده بوده، $t_{۲}$ باشد $\frac{t_{۲}}{t_{۱}}$ کدام است؟

(۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۲۰

۵۸ متحرکی از حال سکون و در مسیری مستقیم شروع به حرکت کرده و ۴۰ متر ابتدایی حرکتش را با شتاب ثابت و ۴۰ متر بعدی را با سرعت ثابت طی می‌کند. اگر کل حرکت این متحرک ۱۲ ثانیه طول کشیده باشد، جابه‌جایی آن در $6s$ انتهای حرکت چند متر بوده است؟

(۱) ۴۰ (۲) ۲۲/۵ (۳) ۵۷/۵ (۴) ۵۰

۵۹ خودرویی از حال سکون از نقطهٔ M با شتاب ثابت بر مسیر مستقیم به طرف نقطهٔ N در فاصلهٔ ۱۴۴ متری از نقطهٔ M به حرکت درمی‌آید. اگر ۴۴ متر آخر مسیر را در مدت‌زمان ۲ ثانیه طی کند، در مدت‌زمان ۳ ثانیهٔ دوم حرکت، تندی حرکت چند متر بر ثانیه تغییر خواهد کرد؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۱۰ ۴) ۵

۶۰ متحرکی با شتاب ثابت در مسیر مستقیم، در سه ثانیه اول حرکت خود، مسافت ۱۱ متر و در ۳ ثانیه سوم حرکت خود، مسافت ۴۷ متر را طی کرده است. شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۱۸ ۲) ۲ ۳) ۶ ۴) $\frac{۴۲}{۹}$

۶۱ مطابق شکل زیر، متحرکی مسیر مستقیم A تا B را با شتاب ثابت و بدون تغییر جهت طی می‌کند، فاصله‌ی A تا B چند متر است؟

۱) ۱۶۸ ۲) ۱۴۴ ۳) ۲۱۶ ۴) ۱۹۲

۶۲ متحرکی با شتاب ثابت و تندی اولیه‌ی $۳۰\frac{m}{s}$ ترمز کرده و می‌ایستد. اگر جابه‌جایی متحرک در دو ثانیه‌ی اول حرکت ۲۰ برابر جابه‌جایی آن در ثانیه‌ی آخر حرکت باشد، کل مسافت پیموده شده از لحظه‌ی شروع تا توقف کامل چند متر است؟

۱) ۹۰ ۲) ۱۱۰ ۳) ۱۵۰ ۴) ۱۲۰

۶۳ متحرکی از حال سکون و با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در ۵ ثانیه‌ی سوم ۷۵ متر باشد، سرعت متوسط متحرک در ۶ ثانیه چهارم چند $\frac{m}{s}$ است؟

۱) ۷۰ ۲) $\frac{۷۰}{۳}$ ۳) ۴۴ ۴) ۲۵/۲

۶۴ اتومبیلی روی یک خط راست با سرعت $۲۴\frac{m}{s}$ در حال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصله‌ی ۸۴ متری از خود با شتاب ثابت ترمز می‌کند و درست جلوی مانع می‌ایستد. اگر مدت زمانی که اتومبیل به صورت کندشونده حرکت می‌کند، ۱۲ برابر زمان واکنش راننده باشد، بزرگی شتاب ترمز چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) ۴/۲ ۲) ۳/۶ ۳) ۳ ۴) ۴

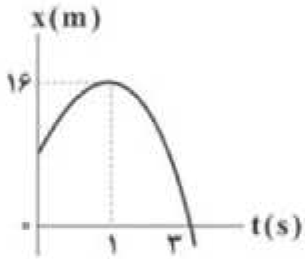
۶۵ معادله‌ی حرکت جسمی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x=\frac{۳}{۲}t^{۲}-۱۲t+۱۰$ است. بزرگی جابه‌جایی جسم از لحظه‌ی $t=۰$ تا لحظه‌ای که سرعت جسم به $۳\frac{m}{s}$ و در خلاف جهت محور x ها می‌رسد، چند متر است؟

۱) ۲/۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۲۲/۵

۶۶ متحرکی که از حال سکون روی محور x شروع به حرکت کرده است. ابتدا در مدت ۵ ثانیه با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^{۲}}$ حرکت می‌کند. سپس در مدت ۱۰ ثانیه با سرعت ثابت حرکت می‌کند و در نهایت ترمز می‌کند و سرعتش را به‌طور منظم کاهش می‌دهد و ۱۰۰ متر دورتر از ابتدای محل ترمزگیری می‌ایستد. سرعت متوسط متحرک در مدت حرکت چند متر بر ثانیه است؟

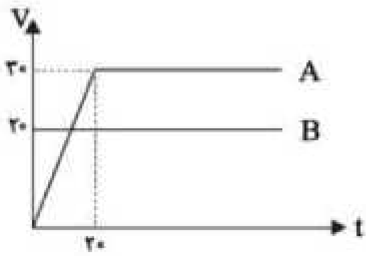
۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۲۰

۶۷ نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. این متحرک از لحظه‌ی شروع حرکت چه مسافتی بر حسب متر را باید طی کند تا از مبدأ مکان عبور کند؟



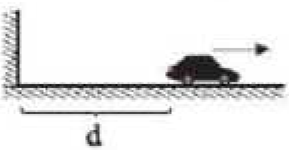
۱) ۴
۲) ۱۶
۳) ۲۰
۴) ۳۲

۶۸ نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک A و B که از یک نقطه و هم‌زمان شروع به حرکت کرده‌اند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه به هم می‌رسند؟



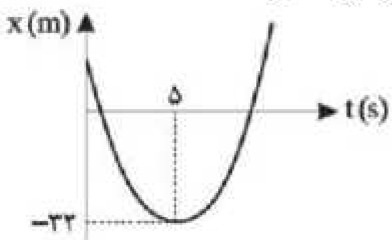
۱) ۲۰
۲) ۳۰
۳) ۱۰
۴) ۱۵

۶۹ اتومبیلی روی مسیر مستقیم با تندی ثابت $90\,\frac{km}{h}$ در حال دور شدن از دیوار بلندی است. در یک لحظه رانندهٔ اتومبیل، گلوله‌ای را شلیک می‌کند و پژواک (بازتاب صدای گلوله) پس از مدت‌زمان ۳/۶ ثانیه از لحظهٔ شلیک به گوش راننده می‌رسد. فاصلهٔ اتومبیل از دیوار بلند در لحظهٔ شلیک گلوله (d) چند متر بوده است؟ (تندی انتشار صوت در هوا ثابت و $335\,\frac{m}{s}$ است.)



۱) ۶۴۸
۲) ۵۵۸
۳) ۶۹۳
۴) ۵۱۳

۷۰ سهمی شکل زیر نمودار مکان ـ زمان حرکت جسمی که روی محور x حرکت می‌کند را نشان می‌دهد. اگر مدت زمان بین دو عبور متحرک از مبدأ مکان برابر ۸ ثانیه باشد، مسافتی که متحرک در ۵ ثانیهٔ اول حرکت طی کرده چند متر است؟



۱) ۵۰
۲) ۵۲
۳) ۶۰
۴) ۶۲

۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا مقدار t را به کمک رابطه‌ی سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت به دست می‌آوریم.

$$v=at+v_۰ \begin{cases} \xrightarrow{a} ۲۰=a\times t+۰ \\ \xrightarrow[a+۱/۵]{} ۴۴=(a+۱/۵)t+۰=at+۱/۵t \end{cases}$$

به دستگاه معادلات زیر می‌رسیم:

$$\begin{cases} ۲۰ = at \\ ۴۴ = at + ۱/۵t \end{cases}$$

معادله‌ی بالا را از معادله‌ی پایین کم می‌کنیم تا t به دست می‌آید:

$$۲۴ = ۱/۵t \Rightarrow t = ۱۶s$$

مقدار t را در معادله‌ی اول جای‌گذاری می‌کنیم:

$$۲۰ = at \Rightarrow a = \frac{۲۰}{t} = \frac{۲۰}{۱۶} = ۱/۲۵\,\frac{m}{s^۲}$$

۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا با توجه به معادله‌ی مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت، معادله‌ی مکان متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \xrightarrow[v_۰=-۱\frac{m}{s},\,x_۰=-۶m]{a=۲\frac{m}{s^۲}} x = t^۲ - t - ۶$$

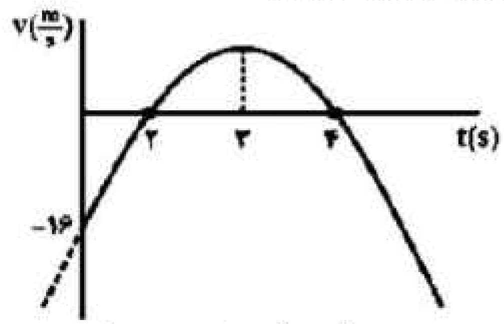
اکنون برای محاسبه‌ی لحظه‌ی تغییر جهت بردار مکان باید در معادله‌ی مکان - زمان مقدار x را برابر صفر قرار دهیم ؛ زیرا برای $x > ۰$، جهت بردار مکان تغییر می‌کند.

$$t^۲ - t - ۶ = ۰ \Rightarrow (t+۲)(t-۳) = ۰ \begin{cases} t = -۲s & \text{غ ق ق} \\ t = ۳s & \checkmark \end{cases}$$

و در آخر برای تعیین لحظه‌ی تغییر جهت بردار سرعت، معادله‌ی سرعت - زمان متحرک را که با شتاب ثابت حرکت می‌کند به دست می‌آوریم و v را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$v = at + v_۰ \xrightarrow[v_۰=-۱\frac{m}{s}]{a=۲\frac{m}{s^۲}} v = ۲t - ۱ \xrightarrow{v=۰} t = \frac{۱}{۲}s$$

۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا با رسم نمودار سرعت - زمان این متحرک، بازه‌ی موردنظر را پیدا می‌کنیم:



$$v = -۲(t^۲ - ۶t + ۸) = -۲(t-۲)(t-۴) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t' = ۲s \\ t = ۴s \end{cases}$$

طبق نمودار فوق، در بازه‌ی زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۲s$، حرکت متحرک در خلاف جهت محور x ($v < ۰$) و بزرگی سرعت آن در حال کاهش (حرکت کندشونده) بوده است. بنابراین:

$$\begin{cases} t_۱ = ۰ \Rightarrow v_۱ = -۱۶\frac{m}{s} \\ t_۲ = ۲s \Rightarrow v_۲ = ۰ \end{cases}$$

$$|a_{av}| = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{۱۶}{۲} = ۸\frac{m}{s^۲}$$

۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نادرستی گزینه‌ی ۱: در حرکت کندشونده، شتاب و سرعت مختلف‌العلامه‌اند.

درستی گزینه‌ی ۲: در حرکت سقوط آزاد، در لحظه شروع سرعت صفر ولی شتاب g است. شتاب در جهت برآیند نیروهاست.

نادرستی گزینه‌ی ۳: در مسیر منحنی الزاماً جهت سرعت تغییر می‌کند، بنابراین سرعت الزاماً تغییر می‌کند ولی ممکن است تندی ثابت باشد.

نادرستی گزینه‌ی ۴: طبق $\vec{V} = \frac{\overrightarrow{\Delta x}}{\Delta t}$ سرعت متوسط در جهت بردار جابه‌جایی است.

۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. روش اول:

طبق رابطهٔ $v = at + v_0$ نتیجه می‌گیریم که در این سؤال، متحرک دارای شتاب ثابت A است.

$$\text{۲ ثانیهٔ سوم حرکت}: \begin{cases} t_1 = ۴s \Rightarrow v_1 = ۴A + B \\ t_2 = ۶s \Rightarrow v_2 = ۶A + B \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{۲} = \frac{۴A + B + ۶A + B}{۲} = -۲۰ \Rightarrow ۵A + B = -۲۰ \quad (۱)$$

$$\text{۲ ثانیهٔ چهارم حرکت}: \begin{cases} t'_1 = ۶s \Rightarrow v'_1 = ۶A + B \\ t'_2 = ۸s \Rightarrow v'_2 = ۸A + B \end{cases}$$

$$\Rightarrow v'_{av} = \frac{v'_1 + v'_2}{۲} = \frac{۶A + B + ۸A + B}{۲} = -۸ \Rightarrow v_A + B = -۸ \quad (۲)$$

با حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲)، $A = a = ۶\frac{m}{s^2}$ به دست می‌آید.

روش دوم:

در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط بین دو زمان t_1 و t_2 برابر است با سرعت متحرک در زمان $\frac{t_1 + t_2}{۲}$.

$$\text{در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت} \begin{cases} t_1 = ۴s \\ t_2 = ۶s \end{cases} \Rightarrow \frac{۴ + ۶}{۲} = ۵s \Rightarrow v_{av} - ۵A + B = -۲۰ (I)$$

$$\text{در ۲ ثانیه چهارم حرکت}: \begin{cases} t'_1 = ۶s \\ t'_2 = ۸s \end{cases} \Rightarrow \frac{۶ + ۸}{۲} = ۷s \Rightarrow v_{av} = ۷A + B = -۸ (II)$$

با حل هم‌زمان معادلهٔ (I) و (II) داریم: $\Rightarrow A = a = ۶\frac{m}{s^2}$

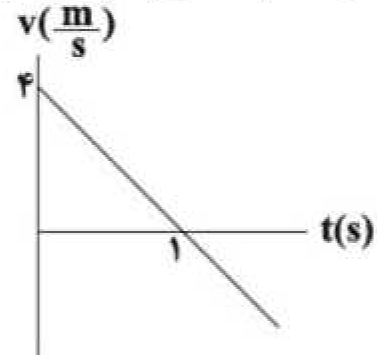
۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در حرکت با شتاب ثابت اگر بردارهای سرعت اولیه و بردار شتاب با یکدیگر هم‌جهت باشند، نوع حرکت متحرک پیوسته تندشونده است و اگر بردارهای سرعت اولیه و شتاب خلاف جهت هم باشند، نوع حرکت متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. با توجه به معادلهٔ مکان - زمان حرکت متحرک شتاب ثابت است. اکنون معادلهٔ سرعت - زمان متحرک را به دست می‌آوریم:

$$x = -2t^2 + 4t + 5 \xrightarrow{x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0} \begin{cases} \frac{1}{2}a = -2 \Rightarrow a = -4\frac{m}{s^2} \\ v_0 = 4\frac{m}{s} \\ x_0 = 5m \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow[v_0=4\frac{m}{s}]{a=-2\frac{m}{s^2}} v = -4t + 4$$

$$\xrightarrow{v=0} t_{\text{تغییر جهت}} = \frac{4}{3} = 1s$$

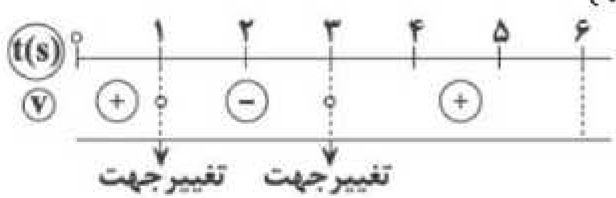
با توجه به نمودار سرعت - زمان، تنها در بازهٔ زمانی صفر تا ۱s حرکت متحرک کندشونده است. بنابراین در ده ثانیهٔ اول حرکت، حرکت متحرک ۹ ثانیه به‌صورت تندشونده است.



۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. حرکت در جهت محور X به معنای مثبت بودن V و حرکت در خلاف جهت محور X به معنای منفی بودن V است.

معادله‌ی $v - t$ را در بازه‌ی صفر تا ۶ ثانیه تعیین علامت می‌کنیم:

$$v = t^2 - 4t + 3 \xrightarrow{v=0} v = (t-1)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t - 1s \\ t = 3s \end{cases}$$



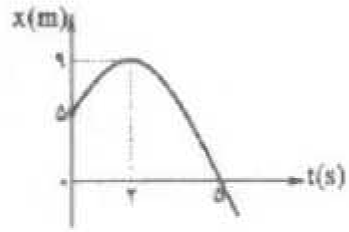
در لحظات $t_1 = 1s$ و $t_2 = 3s$ که علامت سرعت عوض شده است سرعت متحرک صفر شده و جهت حرکت‌آن تغییر کرده است. متحرک در بازه‌ی زمانی $t_1 - 1s$ تا $t_2 - 3s$ یعنی به مدت ۲ ثانیه در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا به کمک معادلهٔ سرعت - زمان اندازهٔ شتاب و سرعت اولیهٔ متحرک را به‌دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l} v=-۲t+۴ \\ v=\mathrm{at}+v_{۰} \end{array}\right\} \Rightarrow a=-۲\frac{m}{s^{۲}} \quad v_{۰}=۴\frac{m}{s}$$

در ادامه معادلهٔ مکان - زمان حرکت را به دست آورده و به کمک آن نمودار مکان - زمان حرکت را رسم می‌کنیم.

$$x=\frac{۱}{۲}\mathrm{at}^{۲}+v_{۰}t+x_{۰}=-t^{۲}+۴t+۵$$



با توجه به نمودار رسم شده مطالب بیان شده در گزینه‌های (۱)، (۲) و (۴) درست هستند. اما مطلب بیان شده در گزینهٔ (۳) نادرست است و متحرک در لحظهٔ $t=۵\mathrm{s}$ از مبدأ مکان عبور می‌کند.

۹ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

راه حل اول: دو ثانیهٔ سوم یعنی بازهٔ زمانی ۴s تا ۶s داریم:

$$t_{۱}=۴\mathrm{s} \Rightarrow v_{۱}=-۳(۴)+۴=-۸\frac{m}{s}$$
$$t_{۲}=۶s \Rightarrow v_{۲}=-۳(۶)+۴=-۱۴\frac{m}{s}$$

بنابراین:
$$\Delta \mathrm{x}=\frac{v_{۱}+v_{۲}}{۲}\Delta \mathrm{t} \Rightarrow \Delta \mathrm{x}=\frac{-۸+(-۱۴)}{۲}\times(۶-۴) \Rightarrow |\Delta \mathrm{x}|=۲۲m$$

راه حل دوم: با استفاده از رابطهٔ جابه‌جایی در T ثانیهٔ n ام در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم داریم:

$$\Delta \mathrm{x}=(n-۰/۵)\mathrm{aT}^{۲}+v_{۰}T \Rightarrow \Delta \mathrm{x}=(۳-۰/۵)a(۲)^{۲}+v_{۰}(۲)$$
$$\Rightarrow \Delta \mathrm{x}=۲/۵(-۳)(۲)^{۲}+۴(۲) \Rightarrow |\Delta \mathrm{x}|=|-۳۰+۸|=۲۲m$$

۱۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در نمودار سرعت زمان مساحت محصور بین نمودار و محور زمان برابر جابه‌جایی است. بنابراین، با استفاده از جابه‌جایی در بازه‌ی زمانی $t=۰$ تا $t_۱$ لحظه‌ی $t_۱$ را می‌یابیم:

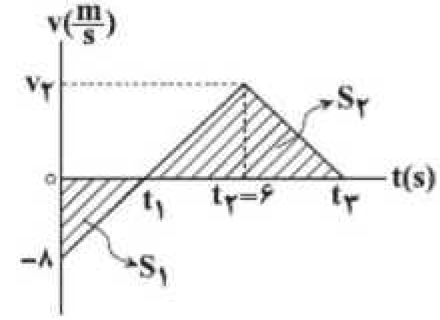
$$|\Delta x| = S_۱ \Rightarrow ۹/۶ = \frac{۸\times t_۱}{۲} \Rightarrow t_۱ = ۲/۴s$$

از طرفی با توجه به ثابت بودن شیب نمودار از لحظه‌ی صفر تا $t_۲$ که معرف شتاب متحرک است، شتاب متحرک در این بازه ثابت است. بنابراین، با استفاده از رابطه‌ی حرکت با شتاب ثابت، $v_۲$ را می‌یابیم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_۱ - v_۰}{t_۱ - ۰} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} \xrightarrow[t_۱ = ۲/۴s, t_۲ = ۶s]{v_۰ = -۸\frac{m}{s}, v_۱ = ۰} \frac{۰ + ۸}{۲/۴} = \frac{v_۲ - ۰}{۶ - ۲/۴} \rightarrow v_۲ = ۱۲\frac{m}{s}$$

اکنون با توجه به تعریف سرعت متوسط ، برای بازه‌ی زمانی $t_۱$ تا $t_۳$ داریم:

$$v_{av\,(t_۳ - t_۱)} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{s_۲}{t_۳ - t_۱} \Rightarrow v_{av} = \frac{\frac{v_۲}{۲}(t_۳ - t_۱)}{t_۳ - t_۱} = \frac{۱۲}{۲} = ۶\frac{m}{s}$$



۱۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به کمک سطح محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان که برابر Δv است، می‌توان سرعت متحرک را در لحظه‌های مختلف محاسبه نمود و سپس نمودار $v-t$ آن‌را رسم و مدت زمانی‌که متحرک در جهت منفی محور xها حرکت نموده است را به دست آورد. بنابراین با توجه به این‌که $v_{\circ}=-۵\frac{m}{s}$ است، داریم:

$$\Delta v_{۱}=۲\times۵=۱۰\frac{m}{s},\ \Delta v_{۲}=-۲\times۱۰=-۲۰\frac{m}{s}$$

$\Delta v_{۱}$ تغییر سرعت در بازه‌ی زمانی صفر تا $۵s$ و $\Delta v_{۲}$ تغییر سرعت در بازه‌ی زمانی $۱۵s$ تا $۲۵s$ است.

$$v_{۵s}=v_{\circ s}+\Delta v_{۱}\Rightarrow v_{۵s}=-۵+۱۰=۵\frac{m}{s}$$

$$v_{۱۵s}=v_{۵s}=۵\frac{m}{s}\ ,\ v_{۲۵s}=v_{۱۵s}+\Delta v_{۲}$$

$$v_{۲۵s}=۵+(-۲۰)=-۱۵\frac{m}{s}$$

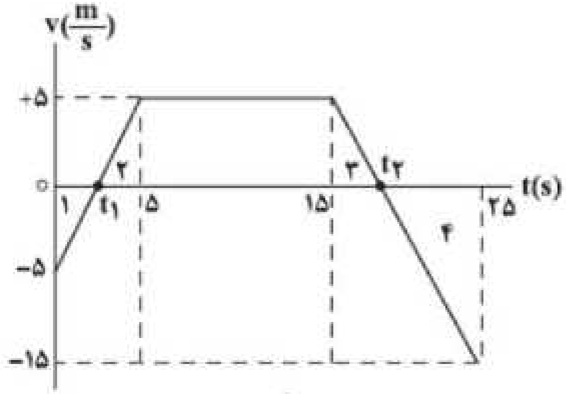
اکنون نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم. می‌دانیم در لحظاتی که علامت سرعت متحرک منفی است، متحرک در خلاف جهت محور حرکت کرده است. بنابراین لازم است لحظه‌های $t_{۱}$ و $t_{۲}$ را پیدا کنیم. با استفاده از تشابه مثلث‌های ۱ و ۲ داریم:

$$\frac{۵}{۵}=\frac{t_{۱}}{۵-t_{۱}}\Rightarrow t_{۱}=۲/۵s$$

با استفاده از تشابه مثلث‌های ۳ و ۴ داریم:

$$\frac{۵}{۱۵}=\frac{t_{۲}-۱۵}{۲۵-t_{۲}}\Rightarrow\frac{۱}{۳}=\frac{t_{۲}-۱۵}{۲۵-t_{۲}}\Rightarrow ۳t_{۲}-۴۵=۲۵-t_{۲}\Rightarrow ۴t_{۲}=۷۰\Rightarrow t_{۲}=۱۷/۵s$$

می‌بینیم متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا $۲/۵s$ و $۱۷/۵s$ تا $۲۵s$ در خلاف جهت محور جابه‌جا شده است. بنابراین کل زمانی‌که متحرک در خلاف جهت محور حرکت کرده است برابر است با:



$$\Delta t=۲/۵+(۲۵-۱۷/۵)=۱۰s$$

۱۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. متحرک در مبدأ زمان با تندی $4\frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، پس سرعت اولیه‌ی آن برابر با $-4\frac{m}{s}$ می‌باشد (گزینه‌های (۳) و (۴) نادرست هستند). در ادامه سرعت متحرک را در زمان‌های مشخص‌شده به دست می‌آوریم.

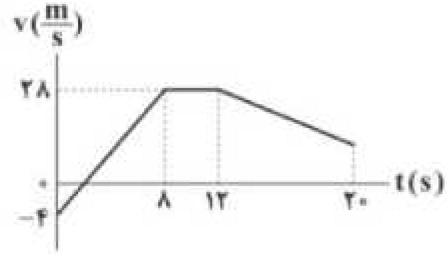
در بازه‌ی زمانی $0 \le t \le 8s$، شتاب متحرک برابر $4\frac{m}{s^2}$ است، پس داریم:

$$t = 8s : v = at + v_0 \Rightarrow v = 4\times 8 + (-4) = 28\,\frac{m}{s}$$

در بازه‌ی زمانی $8s \le t \le 12s$، شتاب متحرک، صفر است و سرعت ثابت می‌ماند. در بازه‌ی زمانی $12s \le t \le 20s$، شتاب متحرک برابر $-2\frac{m}{s^2}$ است و سرعت متحرک در ابتدای بازه برابر $28\frac{m}{s}$ می‌باشد، بنابراین:

$$t=20s:\ v=at+v_0 \Rightarrow v=-2\times\underbrace{\boxed{8}}_{\text{طول بازهٔ زمانی } t=12s \text{ تا } t=20s}+28=12\,\frac{m}{s}$$

بنابراین سرعت در لحظه‌ی $t = 20s$، مثبت است و گزینه‌ی (۲) صحیح است.



۱۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. همان‌طور که در صورت سؤال ذکر شده است، بزرگی شتاب متوسط متحرک در مرحله‌ی حرکت تندشونده، یعنی بازه‌ی زمانی $0 \le t \le 6s$، $\frac{1}{4}$ برابر بزرگی شتاب متوسط متحرک در مرحله‌ی حرکت کندشونده، یعنی بازه‌ی زمانی $6s \le t \le 21s$ است.

از طرفی اندازه‌ی شتاب متوسط از رابطه‌ی $a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$ به دست می‌آید، پس داریم:

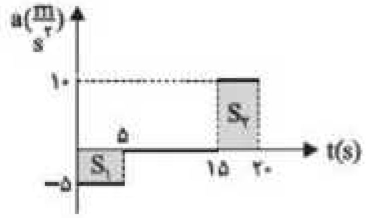
$$\left|a_{av_{\text{کندشونده}}}\right| = 4\left|a_{av_{\text{تندشونده}}}\right| \Rightarrow \left|\frac{0 - v}{21 - 6}\right| = 4\left|\frac{v - 9}{6 - 0}\right|$$

$$\Rightarrow \frac{v}{15} = 4\left(\frac{v-9}{6}\right) \Rightarrow v = 10\,\frac{m}{s}$$

از آن‌جایی که جهت حرکت را علامت سرعت مشخص می‌کند، بنابراین در ۲۱ ثانیه‌ی اول حرکت که علامت سرعت، مثبت است، متحرک همواره در جهت محور xها حرکت کرده است، یعنی تغییر جهت نداده است، بنابراین تندی متوسط متحرک با اندازه‌ی سرعت متوسط آن برابر است، بنابراین جابه‌جایی یا مسافت طی‌شده همان مساحت زیر نمودار سرعت - زمان است، پس داریم:

$$\frac{s_{av_{\text{کند}}}}{s_{av_{\text{تند}}}} = \frac{\frac{l}{\Delta t}}{\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{\frac{\frac{1}{2}\times 15\times 10}{15}}{\frac{(9+10)\times\frac{6}{2}}{6}} = \frac{5}{\frac{19}{2}} = \frac{10}{19}$$

۱۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

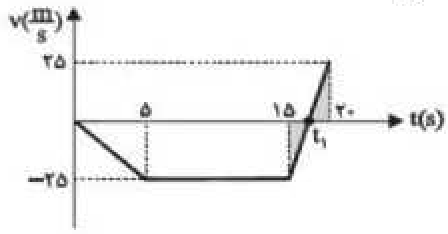


$v_۰ = ۰$

$۰ < t < ۵ \Rightarrow \Delta v = S_۱ = -۲۵ \Rightarrow v_۵ = ۰ - ۲۵ = -۲۵\frac{m}{s}$

$۵ < t < ۱۵ \Rightarrow \Delta v = ۰ \Rightarrow v_{۱۵} = -۲۵\frac{m}{s}$

$۱۵ < t < ۲۰ \Rightarrow \Delta v = ۵\times ۱۰ = ۵۰\frac{m}{s} \Rightarrow v_{۲۰} = -۲۵ + ۵۰ = ۲۵\frac{m}{s}$



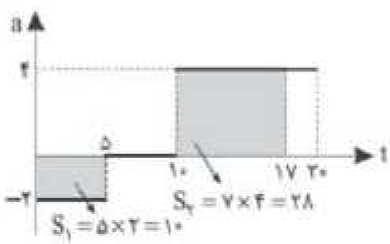
از تشابه دو مثلث هاشورخورده داریم:

$$\frac{t_۱ - ۱۵}{۲۰ - t_۱} = \frac{۲۵}{۲۵} \Rightarrow t_۱ - ۱۵ = ۲۰ - t_۱ \Rightarrow t_۱ = ۱۷/۵s$$

بازهٔ زمانی حرکت تندشونده، بازهٔ $t = ۱۵s$ تا $t = ۱۷/۵s$ است:

$$\Delta t == ۱۷/۵ - ۱۵ = ۲/۵s$$

۱۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$S_۱ = ۱۰ \Rightarrow \Delta v = -۱۰ \Rightarrow v_۵ - v_۰ = -۱۰ \Rightarrow v_۵ = -۱۰\frac{m}{s}$

$۵ < t < ۱۰ : \Delta v = ۰ \Rightarrow v_{۱۰} = v_۵ = -۱۰\frac{m}{s}$

$S_۲ = ۲۸ \Rightarrow \Delta v = ۲۸ = v_{۱۷} - \cancel{v_{۱۰}}^{-۱۰} \Rightarrow v_{۱۷} = ۱۸\frac{m}{s}$

چون در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱۰s$ و $t_۲ = ۱۷s$، سرعت از $-۱۰\frac{m}{s}$ به $۱۸\frac{m}{s}$ رسیده است. حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است و یک‌بار سرعتش صفر شده و یک‌بار تغییر جهت داده است.

۱۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

گزینه‌ی ۱: نادرست است. زیرا با توجه به رابطه‌ی شتاب متوسط. داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[v_{t_1} = ۰, v_{t_1} < ۰, \Delta t > ۰]{\Delta v = v_{t_1} - v_{t_۰}} a_{av} > ۰$$

گزینه‌ی ۲: نادرست است. زیرا زمانی اندازه‌ی کمیت‌های مسافت و جابه‌جایی با یک‌دیگر برابرند که جهت حرکت متحرک تغییر نکند. با توجه به نمودار در لحظه‌ی $t_۲$ جهت حرکت متحرک تغییر کرده است.

گزینه‌ی ۳: نادرست است. زیرا در لحظات $t_۱$ و $t_۳$ جهت بردار شتاب متحرک عوض شده است. جهت حرکت متحرک زمانی تغییر می‌کند که تندی صفر شود و علامت سرعت متحرک قبل و بعد از آن لحظه متفاوت باشد.

گزینه‌ی ۴: درست است. زیرا در نمودار سرعت - زمان هنگامی‌که با گذشت زمان، نمودار به محور زمان نزدیک می‌شود. اندازه‌ی سرعت کاهش می‌یابد. بنابراین نوع حرکت در بازه‌ی زمانی $t_۳$ تا $t_۴$ کندشونده است. از طرفی شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان برابر شتاب متحرک است. چون در این بازه‌ی زمانی شیب خط مماس منفی است. بنابراین شتاب متحرک نیز منفی می‌باشد.

۱۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. سرعت اولیه را $v_۰$ درنظر می‌گیریم. بعد از ۲ ثانیه حرکت با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ سرعت برابر $v_۰ + ۲ \times ۲$ خواهد شد و پس از ۳ ثانیه‌ی حرکت با شتاب ۲- سرعت برابر $v_۰ + ۲\times ۲ - ۲ \times ۳$ می‌شود یعنی:

$$\left.\begin{aligned} t = ۰ \Rightarrow v = v_۰ \\ t = ۲ \Rightarrow v = v_۰ + ۴ \end{aligned}\right\} \Rightarrow v_{av_{۰,۲}} = \frac{v_۰ + (v_۰ + ۴)}{۲} = v_۰ + ۲$$

$$\left.\begin{aligned} t = ۲ \Rightarrow v = v_۰ + ۴ \\ t = ۵ \Rightarrow v = v_۰ - ۲ \end{aligned}\right\} \Rightarrow v_{av_{۲,۵}} = \frac{(v_۰ + ۴) + (v_۰ - ۲)}{۲} = v_۰ + ۱$$

سپس از روی سرعت متوسط ، جابه‌جایی در هر بازه را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \Delta x_{۰,۲} = v_{av_{۰,۲}} \times \Delta t = (v_۰ + ۲) \times ۲ \\ \Delta x_{۲,۵} = v_{av_{۲,۵}} \times \Delta t = (v_۰ + ۱) \times ۳ \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{کل} = (v_۰ + ۲) \times ۲ + (v_۰ + ۱) \times ۳$$

$$v_{av_{کل}} = \frac{\Delta x_{کل}}{\Delta t} \Rightarrow ۶/۴ = \frac{(v_۰ + ۲)\times ۲ + (v_۰ + ۱) \times ۳}{۵} \Rightarrow ۵ \times ۶/۴ = ۳۲ = ۲v_۰ + ۴ + ۳v_۰ + ۳$$

$$\Rightarrow ۳۲ = ۵v_۰ + ۷ \Rightarrow ۲۵ = ۵v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۵\frac{m}{s}$$

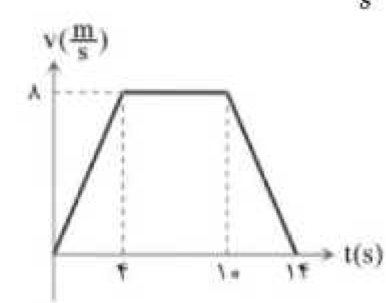
۱۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

درستی گزینه‌ی «۱»: اگر نمودار $v - t$ را رسم کنیم مطابق رابطه $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ صفر است.

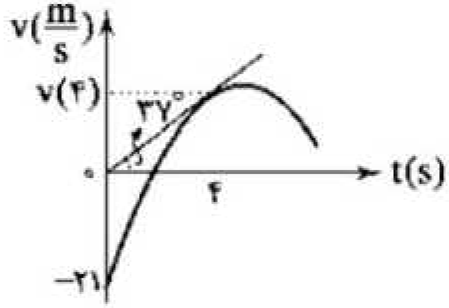
درستی گزینه‌ی «۲»: $s = \Delta x = \frac{۱}{۲}(۱۴ + ۶)(۸)$

نادرستی گزینه‌ی «۳»: $\bar{s} = \frac{۸۰}{۱۴} = \frac{۴۰}{۷} = \frac{m}{s}$

درستی گزینه‌ی «۴»: در ۴ ثانیه‌ی اول متحرک به سرعت $۸\frac{m}{s}$ می‌رسد و به مدت ۶ ثانیه با این سرعت ثابت ادامه داده و با شتاب $-۲\frac{m}{s^۲}$ در مدت ۴ ثانیه متوقف می‌شود.



۱۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = ۴s$ را تعیین می‌کنیم:



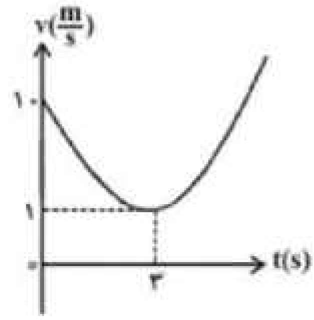
$$\tan ۳۷° = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}$$

$$\frac{۳}{۴} = \frac{v(۴)}{۴} \Rightarrow v(۴) = +۳\ \frac{m}{s}$$

برای محاسبه‌ی شتاب متوسط خواهیم داشت:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{+۳ - (-۲۱)}{۴} = ۶\ \frac{m}{s^۲}$$

۲۰ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا معادله‌ی سرعت را می‌یابیم و لحظه‌ای که سرعت کم‌ترین مقدار خود را دارد، به دست می‌آوریم:



$$v = \frac{dx}{dt} = v = t^۲ - ۶t + ۱۰$$

$$\frac{dv}{dt} = ۲t - ۶ = ۰ \Rightarrow t = ۳s \Rightarrow v_{min} = (۳)^۲ - ۶(۳) + ۱۰ = ۱\frac{m}{s}$$

$$t = ۳s : x = \frac{۱}{۳}(۳)^۳ - ۳(۳)^۲ + ۱۰(۳) = ۱۲m$$

۲۱ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مطابق نمودار داریم:

$$a_t = ۱۰s = \frac{۱۶ - ۰}{۱۰ - ۶} = ۴\frac{m}{s^۲}$$

$$(a_{av})۵s - ۱۲s = \frac{v_t = ۱۲s - v_t = ۵s}{۱۲ - ۵} = \frac{v_t = ۱۲s - ۸}{۷}$$

$$\xrightarrow{a_t = ۱۰s = (a_{av})_{۵s - ۱۲s} = ۴\frac{m}{s^۲}} ۴ = \frac{v_t = ۱۲s - ۸}{۷} \Rightarrow v_t = ۱۲s = ۳۶\frac{m}{s}$$

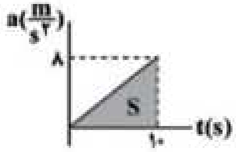
دو ثانیهٔ ششم یعنی بازهٔ زمانی بین لحظات $t_۱ = ۱۰s$ تا $t_۲ = ۱۲s$:

$$(a_{av})_{۱۰s - ۱۲s} = \frac{۳۶ - ۱۶}{۱۲ - ۱۰} = ۱۰\frac{m}{s^۲}$$

۲۲ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

در ابتدا حرکت کندشونده است، زیرا $v_\circ < \circ$ و $a > \circ$ و در نتیجه $av < \circ$ است.

مساحت سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر تغییرات سرعت در بازه‌ی زمانی موردنظر است. در بازه‌ی صفر تا ۱۰ ثانیه داریم:



$$S = v_{۱۰s} - v_\circ = \frac{۸ \times ۱۰}{۲} = ۴۰ \Rightarrow v_{۱۰s} - (-۳۰) = ۴۰ \Rightarrow v_{۱۰s} = ۱۰ \frac{m}{s}$$

بنابراین سرعت از $v_\circ = -۳۰ \frac{m}{s}$ به $v_\circ = +۱۰ \frac{m}{s}$ رسیده است. بنابراین ابتدا اندازه‌ی سرعت کاهش می‌یابد و حرکت کندشونده است و پس از مدتی سرعت صفر شده و متحرک تغییر جهت می‌دهد و بعد از تغییر جهت اندازه‌ی سرعت افزایش می‌یابد و حرکت تندشونده خواهد بود.

۲۳ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای نوشتن معادله‌ی مکان - زمان، بنا به رابطه‌ی $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x_\circ$ باید a، $v_\circ$ و $x_\circ$ مشخص باشند، بنابراین چون v، $v_\circ$، $x_\circ$ و x مشخص‌اند، ابتدا با استفاده از معادله‌ی سرعت - جابه‌جایی، شتاب حرکت جسم را حساب می‌کنیم. دقت کنید، در لحظه‌ی $t = \circ$ سرعت جسم برابر با $v_\circ$ می‌باشد.

$$v^۲ - v_\circ^۲ = ۲a(x - x_\circ) \xrightarrow[x=۱۶m, x_\circ=۱۲m]{v=۳\frac{m}{s},\ v_\circ=۵\frac{m}{s}} ۹ - ۲۵ = ۲a(۱۶ - ۱۲)$$

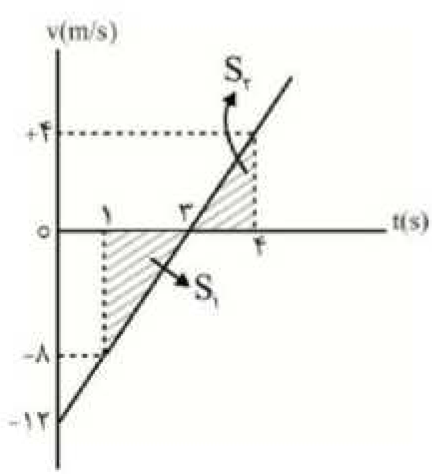
$$\Rightarrow -۱۶ = ۲a \times ۴ \Rightarrow a = -۲ \frac{m}{s^۲}$$

اکنون می‌توان معادله‌ی مکان - زمان را نوشت:

$$x_\circ = ۱۲m, a = -۲ \frac{m}{s^۲}, v_\circ = ۵ \frac{m}{s}$$

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x_\circ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}(-۲)t^۲ + ۵t + ۱۲ \Rightarrow x = -t^۲ + ۵t + ۱۲$$

۲۴ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. متحرک به صورت شتاب ثابت در حال حرکت است. با توجه به رابطه $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x$ و $v = at + v_\circ$، معادله سرعت - زمان حرکت متحرک به صورت $v = ۴t - ۱۲$ است. با رسم نمودار $v - t$ و به کمک سطح زیر نمودار، به پاسخ سؤال دست پیدا می‌کنیم:



$$\begin{cases} S_۱ = \frac{۲ \times ۸}{۲} = ۸m \\ S_۲ = \frac{۱ \times ۴}{۲} = ۲m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} l = S_۱ + S_۲ = ۱۰m \\ \Delta x = S_۲ - S_۱ = ۲ - ۸ = -۶m \end{cases}$$

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\frac{l}{\Delta t}}{\frac{\Delta x}{\Delta t}} = \frac{l}{\Delta x} = \frac{۱۰}{-۶} = -\frac{۵}{۳}$$

۲۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. سرعت متوسط در بار اول به صورت مقابل محاسبه می‌شود:

$$v_{av}=\frac{۱۲\left(\frac{۱}{۲}t\right)+۶\left(\frac{۱}{۲}t\right)}{t}=\frac{۱}{۲}\times ۱۲+\frac{۱}{۲}\times ۶=۹\,\frac{m}{s}$$

سرعت متوسط در بار دوم به صورت مقابل است:

$$v'_{av}=\frac{\Delta x}{\frac{\frac{\Delta x}{۲}}{۱۲}+\frac{\frac{\Delta x}{۲}}{۶}}=\frac{۱}{\frac{۱}{۲۴}+\frac{۱}{۱۲}}=\frac{۱}{\frac{۳}{۲۴}}=۸\,\frac{m}{s}$$

$$\frac{v_{av}}{v'_{av}}=\frac{۹}{۸}$$

۲۶ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت:

$$۰<t<t_۱\Rightarrow \bar{v}_۱=۶=\frac{v+v_۰}{۲}=\frac{v+۲}{۲}\Rightarrow ۶=\frac{v+۲}{۲}\Rightarrow v=۱۰\frac{m}{s}$$

$$t_۱<t<t_۲\Rightarrow v=۱۰=\bar{v}_۲=۴=\frac{v+v'}{۲}=\frac{۱۰+v'}{۲}\Rightarrow v'=-۲\frac{m}{s}$$

پس حرکت متحرک ابتدا تندشونده، سپس کندشونده و سپس با تغییر جهت دادن تندشونده بوده است. دقت کنید سرعت نهایی در مرحلهٔ اول، سرعت اولیه در مرحلهٔ بعد است.

۲۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

راه‌حل اول: می‌دانیم در حرکت با شتاب ثابت جابجایی در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی t، تصاعدی حسابی با قدرنسب $at^۲$ می‌سازد، پس داریم:

$$d=a\times ۱^۲=a$$

$$\underbrace{۶۰\ m}_{\text{نصف مسیر}}^{\text{مسافت ثانیه اول}}+\underbrace{۶۰+a}_{\text{جمله اول + قدر نسب}}^{\text{مسافت ثانیه دوم}}+\overbrace{۶۰+۲a}^{\text{مسافت ثانیه سوم}}=۱۸۰+۳a=۱۲۰\ m$$

$$\Rightarrow ۳a=-۶۰\Rightarrow a=-۲۰\frac{m}{s^۲}$$

راه‌حل دوم: استفاده از دو معادله دومجهول، زیرا در این حرکت سرعت اولیه و شتاب هر دو نامعلوم است.

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+V_۰t$$

$$\begin{cases}-۳\times\left[۶۰=\frac{۱}{۲}a(۱)^۲+V_۰\times ۱\right]\\ ۱۲۰=\frac{۱}{۲}a(۳)^۲+۳V_۰\end{cases}$$

$$-۶۰=\frac{۹}{۲}a-\frac{۳}{۲}a\Rightarrow ۳a=-۶۰\Rightarrow a=-۲۰\frac{m}{s^۲}$$

۲۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. علامت سرعت در لحظه‌ی $t = 3s$ تغییر کرده است، بنابراین در لحظه‌ی $t = 3s$، سرعت متحرک برابر صفر است.

$$v = at + v_0 \xrightarrow[v=0]{t=3s} 0 = 3a + v_0 \Rightarrow v_0 = -3a$$

علامت مکان متحرک در لحظه‌ی $t = 2s$ عوض شده است، بنابراین در لحظه‌ی $t = 2s$، مکان متحرک برابر صفر است.

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow[x=0]{x_0 = 4m \text{ و } t = 2s} 0 = 2a + 2v_0 + 4$$

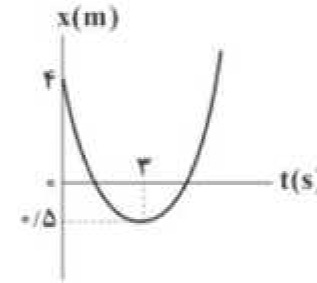
$$\xrightarrow{v_0 = -3a} 0 = 2a + 2(-3a) + 4 \Rightarrow -4a + 4 = 0 \Rightarrow a = 1\ \frac{m}{s^2}$$

بنابراین معادله‌ی مکان - زمان این متحرک برابر است با

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow[v_0 = -3\ \frac{m}{s},\ x_0 = 4m]{a = 1\ \frac{m}{s^2}} x = \frac{1}{2}t^2 - 3t + 4$$

در ادامه با توجه به نمودار مقابل، بیشترین فاصله‌ی متحرک از مبدأ هنگامی که در مکان‌های منفی قرار دارد، برابر $0/5m$ است.

رأس سهمی : $t = 3s \Rightarrow x = -0/5m$



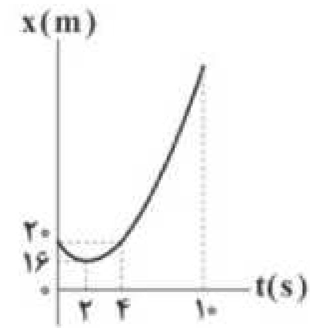
۲۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

۱) نمودار مکان - زمان متحرک را رسم می‌کنیم:

$$t_s = \frac{-b}{۲a} = \frac{-(-۴)}{۲\times ۱} = \frac{۴}{۲} = ۲s \Rightarrow x_s = ۲^۲ - ۴\times ۲ + ۲۰ = ۱۶m$$

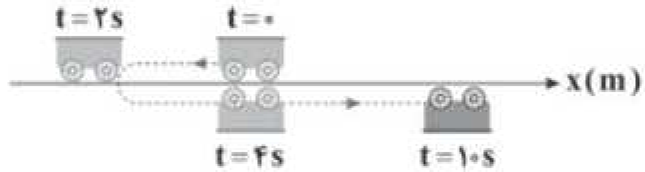
براساس تقارن سهمی، متحرک در لحظه‌های $t = ۰$ و $t = ۴s$ در یک مکان قرار دارند: $x_{t=۴s} = x_۰ = ۲۰m$

نمودار مکان - زمان متحرک مطابق شکل (زیر) است. از روی شکل هم واضح است که کم‌ترین فاصله‌ی متحرک از مبدأ $x_{min} = ۱۶m$ است.



۲) نمودار در بازه‌ی زمانی $t = ۰$ تا $t = ۲s$ به محور زمان نزدیک و در بازه‌ی زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۱۰s$ از محور زمان دور می‌شود، بنابراین متحرک در ۲ ثانیه‌ی اول حرکتش به مبدأ مکان نزدیک و در ۸ ثانیه بعدی از مبدأ مکان دور می‌شود.

۳) به مسیر حرکت متحرک در شکل زیر توجه کنید. متحرک در بازه‌ی زمانی $t = ۰$ تا $t = ۲s$ از مکان اولیه‌اش دور، در بازه‌ی زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۴s$ به مکان اولیه‌اش نزدیک و از لحظه‌ی $t = ۴s$ به بعد از مکان اولیه‌اش دور می‌شود.



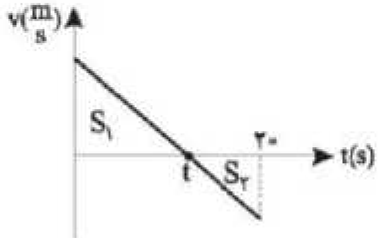
۴) فاصله‌ی نمودار از محور زمان در لحظه‌ی ۱۰s بیشینه است.

۳۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow ۱۰ = \frac{L}{۲۰} \Rightarrow L = ۲۰۰\mathrm{m}$$

$$V_{av} = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow ۸ = \frac{d}{۲۰} \Rightarrow d = ۱۶۰\mathrm{m}$$

چون حرکت بر خط راست است وقتی $L > d$ است. میزان $L - d$، رفت و برگشت متقارنی را نشان می‌دهد یعنی متحرک پس از ۱۸۰m جابه‌جایی سرعتش صفر شده و تغییر جهت داده و در جهت $x-$ به اندازهٔ ۲۰m پیش رفته است. نمودار $v-t$ این متحرک مطابق شکل زیر است:



$$S_۱ = ۱۸۰\mathrm{m}, |S_۲| = ۲۰\mathrm{m}$$

$$\frac{|S_۲|}{S_۱} = \left(\frac{۲۰ - t}{t}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۲۰}{۱۸۰} = \left(\frac{۲۰ - t}{t}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{۲۰ - t}{t} \Rightarrow t = ۱۵\mathrm{s}$$

۳۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$x = ۱۱ = ۳t^۲ - ۱۰t + ۳ \Rightarrow ۳t^۲ - ۱۰t - ۸ = ۰$$

$$\begin{cases} t = \dfrac{۵ \pm \sqrt{۲۵ + ۳(۸)}}{۳} \Rightarrow t = ۴\mathrm{s} \\ t > ۰ \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = ۳t^۲ - ۱۰t + ۳ \\ x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t + x_۰ \end{cases} \Rightarrow a = ۶\frac{m}{s^۲}, v_۰ = -۱۰\frac{m}{s}$$

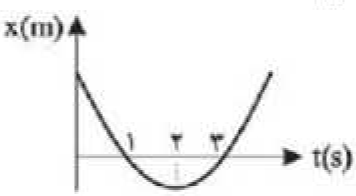
$$v = at + v_۰ = ۶ \times ۴ - ۱۰ = ۱۴\frac{m}{s}$$

۳۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

ابتدا لحظات عبور از مبدأ را پیدا می‌کنیم: $x = ۰$

$$۳t^۲ - ۱۲t + ۹ = ۰ \Rightarrow t^۲ - ۴t + ۳ = ۰ \Rightarrow (t - ۱)(t - ۳) = ۰$$

در لحظات $t_۱ = ۱\mathrm{s}$ و $t_۲ = ۳\mathrm{s}$، متحرک از مبدأ عبور می‌کند. نمودار مکان–زمان را رسم می‌کنیم:



به این ترتیب برای بازه‌های زمانی مختلف داریم:

$۰ < t < ۱ \Rightarrow$ حرکت کندشونده و جسم به مبدأ نزدیک می‌شود.

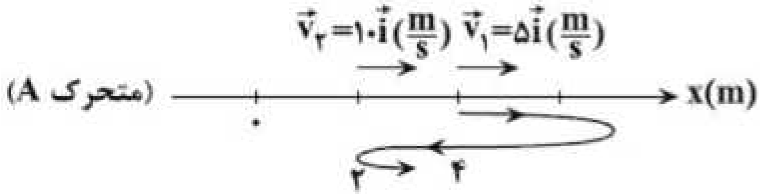
$۱ < t < ۲ \Rightarrow$ حرکت کندشونده و جسم از مبدأ دور می‌شود.

$۲ < t < ۳ \Rightarrow$ حرکت تندشونده و جسم به مبدأ نزدیک می‌شود.

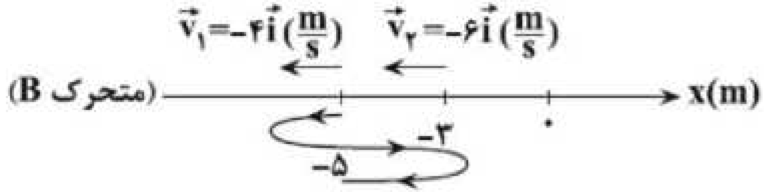
$t > ۳ \Rightarrow$ حرکت تندشونده و جسم از مبدأ دور می‌شود.

۳۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در بازه‌ی زمانی که جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند تندی متوسط بزرگ‌تر از بزرگی سرعت متوسط است.

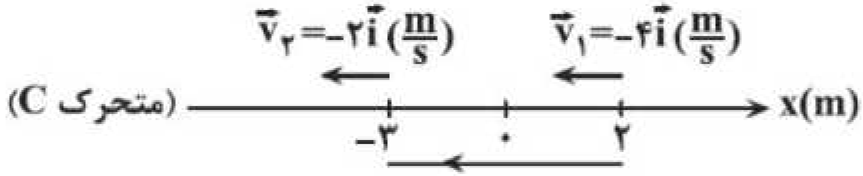
بنابراین، ابتدا بر روی محور xها مکان هریک از متحرک‌ها و جهت حرکت آن‌ها را در لحظه‌های s ۱ و s ۲ مشخص می‌کنیم و سپس تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط را با هم مقایسه می‌کنیم:



مطابق نمودار بالا متحرک در بازه‌ی زمانی s ۱ تا s ۲ حداقل دو بار تغییر جهت داده است. بنابراین $|v_{av}| \neq S_{av}$ است.



مطابق نمودار بالا متحرک در بازه‌ی زمانی s ۱ تا s ۲ حداقل دو بار تغییر جهت داده است. بنابراین $|v_{av}| \neq S_{av}$ است.



مطابق نمودار بالا حرکت متحرک می‌تواند بدون تغییر جهت از مکان $x_۱ = ۲m$ تا مکان $x_۲ = -۳m$ باشد. بنابراین در این صورت داریم: $|v_{av}| = S_{av}$

۳۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنید متحرک با شتاب ثابت a و سرعت اولیه‌ی $v_۰$ در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ از مکان x عبور کند، بنابراین $t_۱$ و $t_۲$ ریشه‌های معادله‌ی زیر هستند:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + (x_۰ - x) = ۰$$

براساس آن‌چه در ریاضیات خوانده‌اید جمع ریشه‌های معادله‌ی $y = ax^۲ + bx + c = ۰$ برابر است با:

$$x_۱ + x_۲ = \frac{-b}{a}$$

با توجه به یادآوری بالا، مجموع ریشه‌های معادله‌ی $\frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + (x_۰ - x) = ۰$ برابر است با:

$$t_۱ + t_۲ = \frac{-v_۰}{\frac{۱}{۲}a} = \frac{-۲v_۰}{a} \quad (I)$$

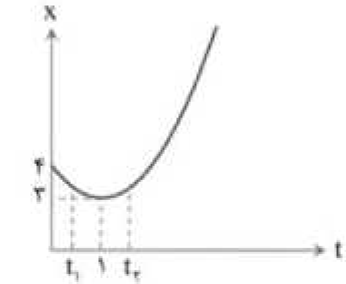
از طرفی سرعت متحرک در لحظه‌ی تغییر جهت (t_s) صفر می‌شود، بنابراین:

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = at_s + v_۰ \Rightarrow t_s = \frac{-v_۰}{a} \quad (\text{II})$$

از مقایسه‌ی (I) و (II) نتیجه می‌گیریم:

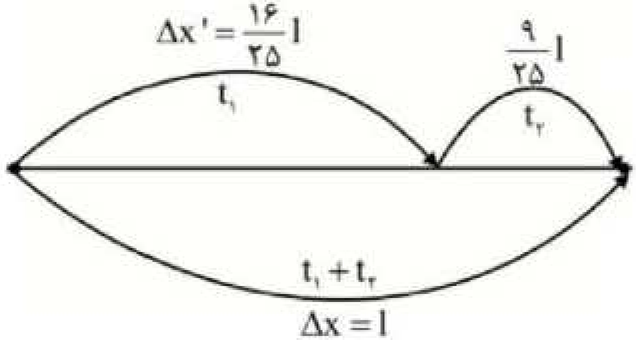
$$t_۱ + t_۲ = ۲t_s \Rightarrow t_s = \frac{t_۱ + t_۲}{۲} = \frac{۴ + ۱۰}{۲} = ۷s$$

۳۵ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در رابطه با $x = t^{2} - 2t + 4$ حرکت شتاب ثابت است، $\frac{1}{2}a = 1$ یعنی $a = 2\,\frac{m}{s^{2}}$ در تمام بازه‌های زمانی است. عبارت «ت» صحیح است.



نمودار را رسم می‌کنیم. رأس سهمی $t = -\frac{b}{2a} = 1$ است. بردار مکان آن (x) همواره مثبت است. عبارت (الف) نادرست است. تا قبل از $t = 1$ اندازه سرعت کاهش و سپس افزایش می‌یابد. عبارت (ب) درست است زیرا $1 - t_1 = t_2 - 1$ است $(1 - 1/8 = 0/2 - 1)$ یعنی جابه‌جایی صفر است. متحرک ابتدا به مبدأ نزدیک و سپس دور می‌شود عبارت (ت) نادرست است.

۳۶ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است. جابه‌جایی متحرک در t ثانیه اول حرکت از رابطه $\Delta x = \frac{1}{2}at^{2}$ به دست می‌آید:



$$\left(\frac{t_1}{t_1+t_2}\right)^{2} \Rightarrow \frac{16}{25} = \left(\frac{t_1}{t_1+t_2}\right)^{2}$$
$$\Rightarrow 4t_1 + 4t_2 \Rightarrow t_1 = 4t_2 \Rightarrow \frac{t_1}{t_2} = 4$$

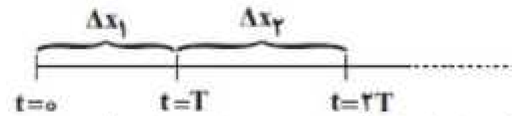
۳۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شتاب ثابت حرکت (ترمز) برابر است با:

$$a = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0 - v_0}{4} = -\frac{v_0}{4}$$

برای محاسبه‌ی نسبت موردنظر پرسش می‌توان نوشت:

$$\Delta x_n = \frac{1}{2}a(2n-1) + v_0 \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_4} = \frac{\frac{1}{2}a(2\times 1 - 1) + v_0}{\frac{1}{2}a(2\times 4 - 1) + v_0} \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_4} = \frac{\frac{1}{2}\times\left(-\frac{v_0}{4}\right) + v_0}{\frac{7}{2}\times\left(-\frac{v_0}{4}\right) + v_0} = \frac{\frac{7}{8}v_0}{\frac{1}{8}v_0} = 7$$

۳۸ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط متحرک داریم:

$$\frac{v_۰ + \overbrace{v_۰ + aT}^{v_۱}}{۲} = \frac{\Delta x_۱}{T} \Rightarrow \Delta x_۱ = v_۰ T + \frac{aT^۲}{۲}$$

$$\frac{\overbrace{v_۰ + aT}^{v_۱} + \overbrace{v_۰ + ۲aT}^{v_۲}}{۲} = \frac{\Delta x_۲}{T}$$

$$\Rightarrow \Delta x_۲ = v_۰ T + \frac{aT^۲}{۲} + aT^۲ = \Delta x_۱ + aT^۲$$

$$\Delta x_n = \Delta x_۱ + (n - ۱)aT^۲$$

A متحرک: $\Delta x_۴ = \Delta x_۱ + ۳a_A T^۲ \xrightarrow[\Delta x_۱ = ۲۵m]{\Delta x_۴ = ۴۵m} ۳a_A T^۲ = ۲۰m \ (۱)$

B متحرک: $\Delta x_۴ = \Delta x_۱ + ۳a_B T^۲ \xrightarrow[\Delta x_۴ = ۴۰m]{\Delta x_۱ = ۱۵m} ۳a_B T^۲ = ۲۵m \ (۲)$

(۱) و (۲) $\Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{۲۰}{۲۵} = \frac{۴}{۵}$

۳۹ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در ابتدا سرعت اولیه‌ی متحرک را محاسبه می‌کنیم. چون نمودار سرعت - زمان به صورت خط راست است، پس حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم است و داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۴ - ۰}{۴ - ۲} = -۲ \frac{m}{s^۲}$$

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = -۲ \times ۲ + v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۴ \frac{m}{s}$$

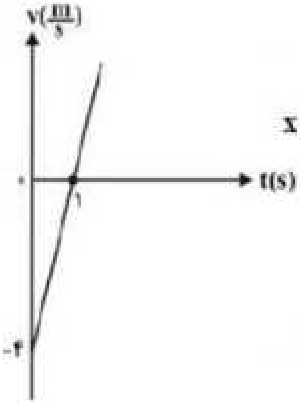
حال معادله‌ی حرکت با شتاب ثابت را می‌نویسیم:

$$x = \frac{۱}{۲} at^۲ + v_۰ t + x_۰ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲} \times (-۲) \times t^۲ + ۴ \times t - ۱ \Rightarrow x = -t^۲ + ۴t - ۱$$

۴۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای تشخیص نوع حرکت، نمودار سرعت- زمان متحرک را با استفاده از معادله‌ی مکان- زمان، رسم می‌کنیم:

$$x = ۲t^{۲} - ۴t - ۸$$
$$\Rightarrow v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow v = ۴t - ۴ \xrightarrow{v=۰} t = ۱s$$

با توجه به نمودار سرعت- زمان هرجا که سرعت منفی است ($۰ < t < ۱s$)، حرکت در خلاف جهت محور x هاست و هرجا که سرعت مثبت است ($t > ۱s$)، حرکت در جهت محور x هاست. هم‌چنین با گذشت زمان هر جا که اندازه‌ی سرعت کم می‌شود ($۰ < t < ۱s$) حرکت کندشونده است و هر جا که اندازه‌ی سرعت زیاد می‌شود ($t > ۱s$) حرکت تندشونده است. به این‌ترتیب گزینه‌ی (۴) درست است.



۴۱ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. اگر مکان متحرک مثبت باشد، برای حرکت به سمت مبدأ مکان باید سرعت آن منفی باشد و اگر مکان متحرک منفی باشد، برای حرکت به سمت مبدأ مکان باید سرعت ان مثبت باشد، بنابراین در صورتی‌که علامت مکان و سرعت متحرک مخالف یک‌دیگر باشد ($x.v < ۰$)، آن‌گاه متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است. بنابراین باید $(x.v)$ را تعیین علامت کنیم. داریم:

$$x = t^{۲} - ۳t + ۲ = ۰ \Rightarrow t_۱ = ۱s, t_۲ = ۲s$$
$$v = \frac{dx}{dt} = ۲t - ۳ = ۰ \Rightarrow t = ۱/۵s$$

t(s)		۱		۱/۵		۲	
x	+	۰	−		−	۰	+
v	−		−	۰	+		+
x.v	−	۰	+	۰	−	۰	+

با توجه به جدول فوق و گزینه‌های داده شده، در لحظه‌ی $t = ۱/۸s$ متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان است.

۴۲ گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. اگر معادله را به صورت $x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{۰}t + x_{۰}$ فرض کنیم و $a = -۴\frac{m}{s^{۲}}$ را در این معادله قرار دهیم خواهیم داشت:

$$x = -۲t^{۲} + v_{۰}t + x_{۰}$$
$$\begin{cases} V = \frac{dx}{dt} = -۴t + V_{۰} \\ t = ۲s \Rightarrow v = ۱۰\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow ۱۰ = -۴(۲) + v_{۰} \Rightarrow v_{۰} = ۱۸\frac{m}{s}$$

اگر $v_{۰}$ را در معادله‌ی x قرار دهیم خواهیم داشت: $x = -۲t^{۲} + ۱۸t + x_{۰}$ در لحظه‌ی $t = ۲s$، متحرک از مکان $x = +۵m$ می‌گذرد. پس: $۵ = -۲(۲)^{۲} + ۱۸(۲) + x_{۰} \Rightarrow x_{۰} = -۲۳m$ و اگر در معادله‌ی بالا به جای $X_{۰}$، مقدار آن را قرار دهیم، x به صورت زیر در می‌آید: $x = -۲t^{۲} + ۱۸t - ۲۳$

۴۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار سهمی است، پس x برحسب t تابع درجهٔ ۲ است.

$$x = \alpha t^{2} + \beta t + \theta$$

$$\begin{cases} t = 0 \,,\; x = -10 \Rightarrow \theta = -10 \\ t = 3 \,,\; x = 8 \Rightarrow 8 = 9\alpha + 3\beta - 10 \Rightarrow 3\alpha + \beta = 6 \;\; (1) \end{cases}$$

از طرفی در $t = 3s$ مقدار x بیشینه شده است.

$$\Rightarrow -\frac{\beta}{2\alpha} = 3 \Rightarrow \beta = -6\alpha \;\; (2)$$

$$(1) \text{ و } (2) \Rightarrow 3\alpha + (-6\alpha) = 6 \Rightarrow -3\alpha = 6 \Rightarrow \alpha = -2 \Rightarrow \beta = 12$$

$$\Rightarrow x = -2t^{2} + 12t - 10 = -2(t-1)(t-5)$$

در لحظه‌های $t = 1s$ و $t = 5s$، مکان صفر می‌شود و متحرک از مبدأ عبور می‌کند. همچنین در لحظه $t = 1s$ حرکت کندشونده و در لحظه $t = 5s$ حرکت تندشونده است.

۴۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بنا به رابطهٔ $W_t = \Delta K = \frac{1}{2}m\left(v^{2} - v_{0}^{2}\right)$، برای محاسبهٔ W_t باید سرعت متحرک در لحظه‌های $t_1 = 0$ و $t_2 = 4s$ را داشته باشیم. چون در لحظهٔ $t_2 = 4s$، شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان که معرف سرعت است، برابر صفر می‌باشد، لذا سرعت در این لحظه صفر می‌باشد. برای محاسبهٔ سرعت در لحظهٔ $t_1 = 0$، از رابطهٔ شتاب متوسط استفاده می‌کنیم، در این حالت می‌توان نوشت:

$$a_{av} = \frac{v_{4s} - v_0}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 4 - 0 = 4s]{v_{4s} = 0 \,,\, a = 2/5\frac{m}{s^{2}}} 2/5 = \frac{0 - v_0}{4} \Rightarrow v_0 = -10\frac{m}{s}$$

بنابراین، کار برایند نیروها برابر است با:

$$W_t = \frac{1}{2}m\left(v^{2} - v_{0}^{2}\right) \xrightarrow[v = 0]{m = 500g = 0/5\,kg} W_t = \frac{1}{2}\times 0/5 \times (0 - 100) \Rightarrow W_t = -25J$$

۴۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر مسافت طی شده توسط متحرک را از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ تغییر جهت برابر L' درنظر بگیریم، با توجه به رابطه‌های تندی و سرعت متوسط داریم:

$$\text{مسافت طی شده} = L = L' + L' + ۱۸ + ۳۰ \Rightarrow L = ۴۸ + ۲L'$$

$$\text{جابه جایی} = \Delta x = x_۲ - x_۱ = ۳۰ - (-۱۸) \Rightarrow \Delta x = ۴۸m$$

$$s_{av} = \frac{L}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta t = ۱۲s} s_{av} = \frac{۴۸ + ۲L'}{۱۲} = ۴ + \frac{L'}{۶}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۴۸}{۱۲} = ۴\frac{m}{s}$$

از طرف دیگر داریم:

$$s_{av} - v_{av} = ۱ \Rightarrow ۴ + \frac{L'}{۶} - ۴ = ۱ \Rightarrow \frac{L'}{۶} = ۱ \Rightarrow L' = ۶m$$

با محاسبهٔ L'، مکان متحرک در لحظهٔ t_s برابر $x_s = -۱۸ - ۶ = -۲۴m$ است. بنابراین با نوشتن معادلهٔ مکان - زمان حرکت با شتاب ثابت بین دو لحظهٔ (صفر تا t_s) و (t_s تا $t = ۱۲s$)، شتاب متحرک و به دنبال آن $v_{۱۲}$ را می‌یابیم. برای سادگی در محاسبه $x = -۲۴m$ را مبدأ مکان و t_s را مبدأ زمان درنظر می‌گیریم. در این حالت $v_s = ۰$ به عنوان سرعت اولیه محسوب می‌شود.

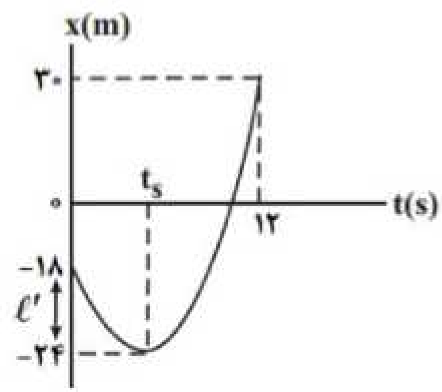
$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow \begin{cases} ۶ = \frac{۱}{۲}at_s^۲ + ۰ \\ ۳۰ + ۲۴ = \frac{۱}{۲}a \times (۱۲ - t_s)^۲ \end{cases} \Rightarrow \frac{۶}{۵۴} = \frac{\frac{۱}{۲}at_s^۲}{\frac{۱}{۲}a(۱۲ - t_s)^۲}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۹} = \frac{t_s^۲}{(۱۲ - t_s)^۲} \Rightarrow \frac{۱}{۳} = \frac{t_s}{۱۲ - t_s} \Rightarrow t_s = ۳s$$

$$۶ = \frac{۱}{۲}at_s^۲ \xrightarrow{t_s = ۳s} ۶ = \frac{۱}{۲}a \times ۹ \Rightarrow a = \frac{۴}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

در آخر سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۱۲s$ برابر است با:

$$v_{۱۲} = a(۱۲ - t_s) + v_s \xrightarrow{v_s = ۰} v_{۱۲} = \frac{۴}{۳} \times (۱۲ - ۳) \Rightarrow v_{۱۲} = ۱۲\frac{m}{s}$$



۴۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از معادلهٔ مکان - زمان ابتدا شتاب را به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\xrightarrow[t=10s]{v_0=6\frac{m}{s}\,,\,\Delta x=-15m}-15=\frac{1}{2}a\times 10^2+6\times 10\Rightarrow a=-\frac{75}{100}\times 2=\frac{-3}{2}\,\frac{m}{s^2}$$

اکنون لحظهٔ تغییر جهت را مشخص می‌کنیم:

$$t_s=\left|\frac{v_0}{a}\right|=\left|\frac{6}{\frac{-3}{2}}\right|=4s$$

با استفاده از رابطهٔ مکان - زمان مسافت طی شده در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت را به دست می‌آوریم:

$$l=l_{0-4s}+l_{4s-10s}=\left|\frac{1}{2}at_s^2\right|+\left|\frac{1}{2}a(10-t_s)^2\right|\Rightarrow l=\frac{3}{4}\times 4^2+\frac{3}{4}\times 6^2=12+27=39m$$

$$\Rightarrow S_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{39}{10}=3/9\frac{m}{s}$$

۴۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

چون حرکت بر خط راست و با شتاب ثابت است، سرعت متوسط در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2 با میانگین سرعت در لحظه‌های t_1 و t_2 برابر است:

$$\frac{x_6-x_0}{6-0}=\frac{V_6+V_0}{2}\Rightarrow\frac{30-0}{6-0}=\frac{0+V_0}{2}\Rightarrow V_0=+10\frac{m}{s}$$

$$a=\frac{\Delta V}{\Delta t}=\frac{V_6-V_0}{6-0}=\frac{0-10}{6-0}=-\frac{5}{3}\,\frac{m}{s^2}$$

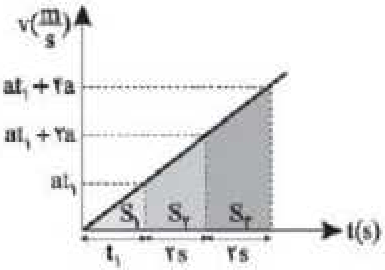
از لحظهٔ ۶ تا ۹ ثانیه، حرکت به مدت ۳ ثانیه از حال سکون و با شتاب ثابت a است و متحرک در جهت $x-$ حرکت می‌کند.

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\left(-\frac{5}{3}\right)(3)^2=-7/5m\Rightarrow x_9=30-7/5=22/5m$$

$$V_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{22/5-0}{9}=\frac{22/5}{9}=2/5\frac{m}{s}$$

۴۸ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

ابتدا نمودار سرعت−زمان این متحرک را رسم می‌کنیم:



می‌دانیم سطح محصور بین منحنی سرعت−زمان و محور زمان، جابه‌جایی است پس:

$$S_2 = 10\,\mathrm{m},\ S_3 = 14m$$

$$S_2 = 10 \Rightarrow \left(\frac{2at_1 + 2a}{2}\right)\times 2 = 10 \Rightarrow 2at_1 + 2a = 10$$

$$S_3 = 14 \Rightarrow \left(\frac{2at_1 + 6a}{2}\right)\times 2 = 14 \Rightarrow 2at_1 + 6a = 14$$

$$4a = 4 \Rightarrow a = 1\,\frac{m}{s^2}$$

$$2at_1 + 2a = 10 \Rightarrow 2t_1 + 2 = 10 \Rightarrow t_1 = 4s$$

فاصله O تا A سطح S_1 است.

$$OA = S_1 = \frac{at_1 \times t_1}{2} = \frac{4\times 4}{2} = 8m$$

راه‌حل دوم: اگر سرعت متحرک در A را v_A فرض کنیم داریم:

$$AB : \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_A t \Rightarrow 10 = \frac{1}{2}a\times(2)^2 + v_A\times 2 \Rightarrow 10 = 2a + 2v_A \Rightarrow v_A + a = 5$$

$$AC : \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_A t \xrightarrow[\Delta t = 24]{t=4s} 24 = \frac{1}{2}a(4)^2 + v_A\times 4$$

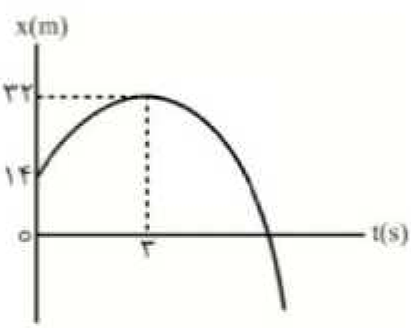
$$\Rightarrow 24 = 8a + 4v_A \Rightarrow v_A + 2a = 6$$

$$\begin{cases} v_A + a = 5 \\ v_A + 2a = 6 \end{cases} \Rightarrow a = 1\,\frac{m}{s^2},\ v_A = 4\,\frac{m}{s}$$

$$OA : v_0 = 0,\ v_A = 4\,\frac{m}{s},\ a = 1\,\frac{m}{s^2}$$

$$v_A^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow 16 - 0 = 2\times 1\times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 8m$$

۴۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بازه زمانی دو ثانیه دوم یعنی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 4s$. پس لحظه مربوط به رأس سهمی از $t_s = \frac{2+4}{2} = 3s$ به دست می‌آید. اکنون با به‌کارگیری رابطه $\Delta x = \frac{v+v_0}{2}\Delta t$ در بازه زمانی ۳ ثانیه اول حرکت داریم:



$$32 - 14 = \frac{0+v_0}{2}\times 3 \Rightarrow v_0 = 12\,\frac{m}{s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-12}{3-0} = -4\,\frac{m}{s^2}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow v^2 - 12^2 = 2\times(-4)\times(-14)$$

$$\Rightarrow v^2 = 144 + 112 = 256 \Rightarrow v = 16\,\frac{m}{s}$$

۵۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در لحظه $t = ۲s$ سرعت متحرک صفر است و در مدت $s(۲ - ۶) = ۴s$، متحرک ۳۲ متر جابه‌جا شده پس سرعت متوسط در این فاصله زمانی $\frac{۳۲}{۴}\,\frac{m}{s} = ۸\frac{m}{s}$ است. بنابراین در لحظه $t = ۶s$ سرعت $(۲\times۸)\frac{m}{s} = ۱۶\frac{m}{s}$ است.

$$a = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{۱۶}{۴}\,\frac{m}{s^۲} = ۴\frac{m}{s^۲}$$

$$V = at + V_۰ \xrightarrow[V=۰]{t=۲s} ۰ = ۴\times۲ + V_۰ \Rightarrow V_۰ = -۸\frac{m}{s}$$

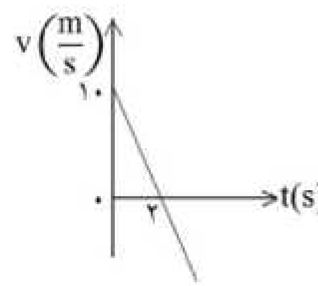
$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + V_۰t + x_۰ \xrightarrow[x=-۳۲m]{t=۲s} -۳۲ = \frac{۱}{۲}(۴)(۲)^۲ - ۸(۲) + x_۰ \Rightarrow x_۰ = -۲۴ \Rightarrow |x_۰| = ۲۴m$$

۵۱ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. چون در لحظه‌ی $t = ۲s$، شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر با صفر است، بنابراین سرعت در این لحظه برابر با صفر است و می‌توان نوشت: $\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t$

$$\xrightarrow[t=۲s]{\Delta x=۱۰m} ۱۰ - ۰ = \frac{۱}{۲}a\times۲^۲ + v_۰\times۲ \Rightarrow ۱۰ = ۲a + ۲v_۰ \quad (۱)$$

$$v = at + v_۰ \xrightarrow[v=۰]{t=۲s} ۰ = a\times۲ + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۲a \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} a = -۵\frac{m}{s^۲} \text{ و } v_۰ = ۱۰\frac{m}{s} \Rightarrow v = -۵t + ۱۰$$



۵۲ گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. چون شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظه‌ی $t = ۵s$ برابر با صفر است، لذا سرعت متحرک در لحظه‌ی $t = ۵s$ برابر با صفر است. بنابراین با استفاده از رابطه‌ی مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم: $\Delta x = \frac{v + v_۰}{۲}\Delta t \Rightarrow ۱۰ - (-۳۰) = \frac{۰ + v_۰}{۲}\times۵ \Rightarrow v_۰ = ۱۶\frac{m}{s}$

اکنون می‌توان نوشت: $v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = a\times۵ + ۱۶ \Rightarrow a = -۳/۲\frac{m}{s^۲}$

برای محاسبه‌ی زمان $t_۲$، معادله‌ی حرکت متحرک را نوشته و آن را برابر با صفر قرار می‌دهیم:

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \Rightarrow x = \frac{۱}{۲}\times(-۳/۲)t^۲ + ۱۶t - ۳۰ \Rightarrow x = -۱/۶t^۲ + ۱۶t - ۳۰$$

$$x = ۰ \Rightarrow -۱/۶t^۲ + ۱۶t - ۳۰ = ۰ \Rightarrow t = \frac{-۸\pm\sqrt{۶۴ - ۴۸}}{-۱/۶} \Rightarrow t = \frac{-۸\pm۴}{-۱/۶} \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۷/۵s & \text{ق ق} \\ t_۲ = ۲/۵s & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

۵۳ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. صورت کلی معادله‌ی حرکت را می‌نویسیم:

$$x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+V_{\cdot}t+x_{\cdot}$$

$$\left\{\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}t=۳s\\x=۱۲/۵\end{array}\right.\rightarrow ۱۲/۵=\frac{۱}{۲}a(۳)^{۲}+۳V_{\cdot}+x_{\cdot}\rightarrow ۲۵=۹a+۳V_{\cdot}+x_{\cdot}\qquad (۱)\\\left\{\begin{array}{l}t=۳s\\\frac{dx}{dt}=۰\end{array}\right.\rightarrow\left\{\begin{array}{l}t=۳\\at+V_{\cdot}=۰\end{array}\right.\rightarrow ۳a+V_{\cdot}=۰\rightarrow a=-\frac{۱}{۳}V_{\cdot}\qquad (۲)\\\left\{\begin{array}{l}t=۸s\\x=۰\end{array}\right.\rightarrow ۰=\frac{۱}{۲}a(۶۴)+۸V_{\cdot}+x_{\cdot}\rightarrow ۳۲a+۸V_{\cdot}+x_{\cdot}=۰\qquad (۳)\end{array}\right\}$$

از حل این سه معادله‌ی ۳ مجهولی، $V_{\cdot}=۳\frac{m}{s}$ در می‌آید. لازم به ذکر است که با استفاده از قوانین و روش‌های فیزیکی و ریاضی، می‌توان از راه‌های دیگری نیز به جواب رسید.

۵۴ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. با مقایسه‌ی معادله‌ی مکان - زمان داده شده با معادله‌ی حرکت با شتاب ثابت در مسیر مستقیم، داریم:

$$\left\{\begin{array}{l}x=\frac{۳}{۲}t^{۲}-۱۲t+۱۰\\x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{\cdot}t+x_{\cdot}\end{array}\right.\Rightarrow\frac{۳}{۲}=\frac{۱}{۲}a\Rightarrow a=۳\frac{m}{s^{۲}}$$

و $v_{\cdot}=-۱۲\frac{m}{s}\,,x_{\cdot}=۱۰m$

بنابراین معادله‌ی سرعت زمان آن برابر است با:

$$v=at+v_{\cdot}\Rightarrow v=۳t-۱۲$$

اکنون لحظه‌ای که سرعت جسم به $۳\frac{m}{s}$ و در خلاف جهت محور یعنی به $-۳\frac{m}{s}$ می‌رسد را به‌دست می‌آوریم:

$$v=۳t-۱۲\xrightarrow{v=-۳\frac{m}{s}}-۳=۳t-۱۲\Rightarrow t=۳s$$

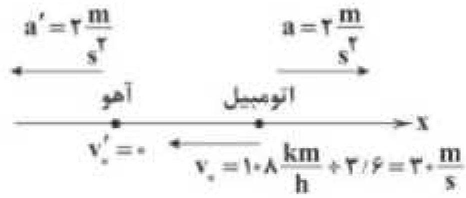
حال جابه‌جایی جسم را بین دو لحظه‌ی $t=۰$ تا $t=۳s$ به‌دست می‌آوریم:

$$t=۰\Rightarrow x_{\cdot}=۱۰m$$

$$t=۳s\Rightarrow x_{۲}=\frac{۳}{۲}\times۹-۱۲\times۳+۱۰=-\frac{۲۵}{۲}=-۱۲/۵m$$

$$\Delta x=x_{۲}-x_{\cdot}\Rightarrow\Delta x=-۱۲/۵-۱۰=-۲۲/۵m\Rightarrow|\Delta x|=۲۲/۵m$$

۵۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. وضعیت اتومبیل و آهو در ابتدای حرکت به شکل زیر است:



چون اتومبیل ترمز می‌کند، پس شتاب اتومبیل خلاف جهت سرعت آن است. حرکت آهو نیز تندشونده است، بنابراین شتاب آن در جهت حرکت (سرعت) آن است. علامت بردارهایی که به سمت راست هستند را مثبت و بردارهای به سمت چپ را منفی در نظر می‌گیریم. آهو را نیز روی مبدأ یعنی $x = ۰$ در نظر می‌گیریم.

در ادامه معادلات مکان - زمان دو جسم را می‌نویسیم:

$$x_{\text{اتومبیل}} = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ = \frac{۱}{۲}\times۲\times t^۲ - ۳۰t + ۱۰۰ = t^۲ - ۳۰t + ۱۰۰$$

$$x_{\text{آهو}} = \frac{۱}{۲}a't^۲ + v'_۰t + x'_۰ = \frac{۱}{۲}\times(-۲)\times t^۲ + ۰\times t + ۰ = -t^۲$$

سپس دو معادله را با هم برابر قرار می‌دهیم تا تعیین کنیم که برخورد اتفاق می‌افتد یا خیر:

$$x_{\text{اتومبیل}} = x_{\text{آهو}} \Rightarrow t^۲ - ۳۰t + ۱۰۰ = -t^۲ \Rightarrow ۲t^۲ - ۳۰t + ۱۰۰ = ۰$$

در صورتی‌که معادله‌ی بالا جواب داشته باشد، دو جسم برخورد می‌کنند و اگر نداشته باشد، برخورد رخ نداده است، بنابراین به روش دلتا وضعیت ریشه‌های این را معین می‌کنیم:

$$\Delta = (-۳۰)^۲ - ۴\times۲\times۱۰۰ = ۹۰۰ - ۸۰۰ = ۱۰۰$$

بنابراین معادله جواب دارد و دو جسم به هم برخورد کرده‌اند.

دقت کنید: ریشه‌های مثبت معادله برایمان قابل قبول هستند، یعنی در صورتی‌که معادله دارای ریشه‌ی مثبت باشد، دو جسم با هم برخورد می‌کنند.

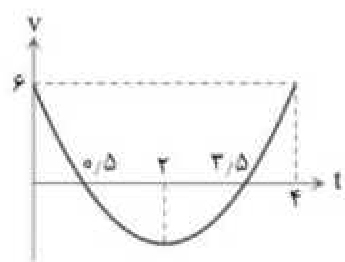
۵۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا v را به‌دست آورده و نمودار $v - t$ را رسم می‌کنیم.

$$x = ۲t^۳ - ۱۲t^۲ + ۱۰/۵t$$

$$\Rightarrow v = ۶t^۲ - ۲۴t + ۱۰/۵ = ۶(t^۲ - ۴t + ۱/۷۵)$$

$$\Rightarrow v = ۶(t - ۰/۵)(t - ۳/۵)$$

در بازه‌ی ۲ تا ۳/۵ ثانیه $v < ۰$ است و متحرک خلاف محور xها حرکت کرده است.



$$\Delta t = ۳/۵ - ۲ = ۱/۵\ s$$

۵۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. سرعت اتومبیل $۳۰ \frac{m}{s}$ است. از لحظه ترمز گرفتن تا توقف کامل داریم:

$$v = at_۲ + v_۰ \Rightarrow ۰ = -۳t_۲ + ۳۰ \Rightarrow t_۲ = ۱۰\, s$$

$$\Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}at_۲^{۲} + v_۰ t_۲ = \frac{۱}{۲}\times -۳\times ۱۰^{۲} + ۳۰\times ۱۰ = ۱۵۰\, m$$

در زمان واکنش حرکت با سرعت ثابت بوده است. جابه‌جایی مرحله اول 15m است و داریم:

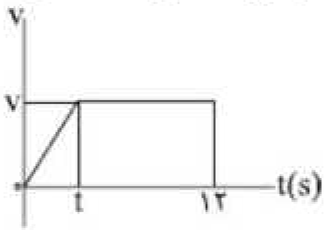
$$t_۱ = \frac{x}{v} = \frac{۱۵}{۳۰} = ۰/۵ \Rightarrow \frac{t_۲}{t_۱} = \frac{۱۰}{۰/۵} = ۲۰$$

۵۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نمودار سرعت - زمان برای متحرک در طی ۱۲ ثانیه مطابق شکل زیر خواهد بود:

۰ تا t ثانیه حرکت با شتاب ثابت است و جابه‌جایی در این بازه‌ی زمانی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\Delta x - \left(\frac{v + v_۰}{۲}\right)t \Rightarrow \Delta x - \frac{v + ۰}{۲}\times t \Rightarrow ۴۰ - \frac{v}{۲}t \Rightarrow vt - ۸۰ (*)$$

از لحظه‌ی t تا ۱۲ ثانیه حرکت با سرعت ثابت است و جابه‌جایی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:



$$\Delta x = v\Delta t \Rightarrow \Delta x = v(۱۲ - t) \xrightarrow{(*)}$$

$$۴۰ = ۱۲v - ۸۰ \Rightarrow v = ۱۰\frac{m}{s} \; (*)$$

برای محاسبه‌ی جابه‌جایی در $۶s$ انتهایی حرکت داریم:

$$\Delta x = (t = ۸s \text{ تا } t = ۱۲s) = ۴۰m$$

$$\Delta x' = (t = ۶s \text{ تا } t = ۸s) = ?$$

$$\left.\begin{array}{l} v = at + v_۰ \\ a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۰-۰}{۸} \end{array}\right\} \Rightarrow v = \frac{۱۰}{۸}\times t + ۰ \Rightarrow v = \frac{۵}{۴}t$$

$$t = ۶s \Rightarrow v = \frac{۵}{۴}\times ۶ = \frac{۳۰}{۴} = ۷/۵\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta x = \frac{۷/۵ + ۱۰}{۲}\times ۲ = ۱۷/۵m$$

$$\Delta x'' = \Delta x + \Delta x' = ۱۷/۵ + ۴۰ = ۵۷/۵m$$

۵۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل، مسیر حرکت بر حسب مدت‌زمان مشخص شده و استفاده از معادلهٔ جابه‌جایی زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t \Rightarrow \begin{cases} ۱۰۰ = \frac{۱}{۲}a(t-۲)^۲ \\ ۱۴۴ = \frac{۱}{۲}a(t)^۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{۱۰۰}{۱۴۴} = \left(\frac{t-۲}{t}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۱۰}{۱۲} = \frac{t-۲}{t} \Rightarrow t = ۱۲s$$

اکنون شتاب حرکت را حساب می‌کنیم:

$$۱۴۴ = \frac{۱}{۲}a(۱۲)^۲ \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

برای محاسبهٔ تغییرات تندی حرکت داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow ۲ = \frac{\Delta v}{۳} \Rightarrow \Delta v = ۶\frac{m}{s}$$

۶۰ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. $a_۱ = ۱۱$ جمله اول

$a = a_۱ + ۲d = ۴۷ \Rightarrow ۱۱ + ۲d = ۴۷$ جمله سوم

$$۲d = ۳۶ \Rightarrow d = ۱۸ \Rightarrow d = at^۲ \Rightarrow ۱۸ = at^۲ \Rightarrow a = \frac{۱۸}{۳^۲} = ۲\frac{m}{s^۲}$$

۶۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک را در بازه‌های زمانی یکسان و متوالی T به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_۲ + v_۳}{۲} = \frac{\Delta x'}{T} \xrightarrow[v_۳ = v_۲ + aT]{v_۲ = v_۱ + aT} \frac{(v_۱ + aT) + (v_۲ + aT)}{۲} = \frac{\Delta x'}{T}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{v_۱ + v_۲}{۲}\right)T + aT^۲ - \Delta x' \xrightarrow{\left(\frac{v_۱ + v_۲}{۲}\right)T = \Delta x} \Delta x' - \Delta x + aT^۲$$

$$\Rightarrow \Delta x_n = \Delta x + naT^۲$$

در این سؤال $T = ۴s$ و $n = \frac{۲۰}{۴} = ۵$، بنابراین داریم:

$$۵۲ = ۱۲ + ۵aT^۲ \Rightarrow aT^۲ = ۸m$$

$$\overline{AB} = \Delta x + (\Delta x + aT^۲) + (\Delta x + ۲aT^۲) + \ldots + (\Delta x + ۵aT^۲)$$

$$= ۶\Delta x + aT^۲(۱ + ۲ + \ldots + ۵) \xrightarrow[aT^۲ = ۸m]{\Delta x \;\; ۱۲m} \overline{AB} = ۶ \times ۱۲ + ۸ \times ۱۵ = ۱۹۲m$$

۶۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. حرکت متحرک را به صورت معکوس درنظر می‌گیریم. یعنی فرض می‌کنیم متحرک از حال سکون حرکت نموده و در ثانیه‌ی اول حرکت $\Delta x_۱$ و در دو ثانیه‌ی آخر $\Delta x_۲$ جابه‌جا شده است. بنابراین داریم:

ابتدا شتاب را می‌یابیم:

$$\Delta x_۲ = ۲۰\Delta x_۱ \xrightarrow[\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}at^۲]{\Delta x_۲ = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} \times \Delta t_۲} \frac{v' + ۳۰}{۲}(۲) = ۲۰ \cdot \frac{۱}{۲}a(۱)^۲$$

$$\Rightarrow v' + ۳۰ = ۱۰a \quad (۱)$$

$$۳۰ = a(۲) + v' \Rightarrow v' = ۳۰ - ۲a \quad (۲)$$

$$(۱),(۲) \quad ۳۰ - ۲a + ۳۰ = ۱۰a \Rightarrow ۱۲a = ۶۰ \Rightarrow a = ۵\frac{m}{s^۲}$$

اکنون جابه‌جایی را می‌یابیم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۳۰^۲ - ۰ = ۲(۵)(\Delta x) \Rightarrow \Delta x = ۹۰m$$

$$L = \Delta x = ۹۰m$$

چون متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، مسافت طی شده برابر بزرگی جابه‌جایی است.

۶۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در حرکت با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه، جابه‌جایی متحرک در زمان‌های مساوی و متوالی مضرب اعداد فرد متوالی است. بنابراین ابتدا شتاب متحرک را می‌یابیم:

$$\underset{\Delta x_۱}{\overbrace{\text{۵ ثانیه اول}}} \qquad \underset{\Delta x_۲ = ۳\Delta x_۱}{\overbrace{\text{۵ ثانیه دوم}}^{?}} \qquad \underset{\Delta x_۳ = ۵\Delta x_۱}{\overbrace{\text{۵ ثانیه سوم}}^{۷۵m}}$$

$$\Delta x_۳ = ۵\Delta x_۱ \xrightarrow{\Delta x_۳ = ۷۵m} \Delta x_۱ = ۱۵m$$

طبق رابطه:

$$\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \xrightarrow[\Delta x_۱ = ۱۵m]{v_۰ = ۰} ۱۵ = \frac{۱}{۲} \times a \times ۵^۲ + ۰$$

$$\Rightarrow a = \frac{۳۰}{۲۵} = \frac{۶}{۵}\frac{m}{s^۲}$$

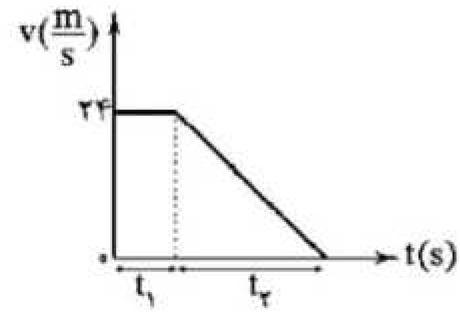
اکنون سرعت در لحظه‌ی $t_۱ = ۱۸s$ و $t_۲ = ۲۴s$ (همان بازه‌ی زمانی ۶ ثانیه‌ی چهارم) را حساب می‌کنیم و با توجه به رابطه‌ی $v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}$ در حرکت با شتاب ثابت سرعت متوسط در ۶ ثانیه‌ی چهارم را به دست می‌آوریم.

$$v = at + v_۰ \Rightarrow \begin{cases} v_{۱۸} = \frac{۶}{۵} \times ۱۸ + ۰ = ۲۱/۶\frac{m}{s} \\ v_{۲۴} = \frac{۶}{۵} \times ۲۴ + ۰ = ۲۸/۸\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_{۱۸} + v_{۲۴}}{۲}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{۲۱/۶ + ۲۸/۸}{۲} = ۲۵/۲\frac{m}{s}$$

۶۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

گام اول: ابتدا نمودار سرعت - زمان حرکت متحرک را رسم می‌کنیم:



گام دوم: با توجه به این‌که فاصله‌ی اتومبیل تا مانع برابر $84m$ بوده است، می‌توانیم بگوییم که مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر ۸۴ واحد است و داریم:

$$\frac{[t_1 + (t_1 + t_2)]\ 24}{2} = 84 \Rightarrow 2t_1 + t_2 = 7$$

گام سوم: از طرف دیگر طبق صورت سؤال داریم:

$$\begin{cases} t_2 = 12t_1 \\ 2t_1 + t_2 = 7 \end{cases} \Rightarrow 2t_1 + 12t_1 = 7 \Rightarrow t_1 = 0/5s, t_2 = 6s$$

گام آخر: بزرگی شتاب ترمز کردن اتومبیل برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 24}{t_2} = \frac{-24}{6} = -4\frac{m}{s^2} \Rightarrow |a| = 4\frac{m}{s^2}$$

۶۵ گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. با مقایسه‌ی معادله‌ی مکان - زمان داده شده با معادله‌ی حرکت با شتاب ثابت در مسیر مستقیم، داریم:

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2}t^2 - 12t + 10 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{1}{2}a \Rightarrow a = 3\frac{m}{s^2}$$

و $v_0 = -12\frac{m}{s}, x_0 = 10m$

بنابراین معادله‌ی سرعت زمان آن برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 3t - 12$$

اکنون لحظه‌ای که سرعت جسم به $3\frac{m}{s}$ و در خلاف جهت محور یعنی به $-3\frac{m}{s}$ می‌رسد را به‌دست می‌آوریم:

$$v = 3t - 12 \xrightarrow{v=-3\frac{m}{s}} -3 = 3t - 12 \Rightarrow t = 3s$$

حال جابه‌جایی جسم را بین دو لحظه‌ی $t = 0$ تا $t = 3s$ به‌دست می‌آوریم:

$$t = 0 \Rightarrow x_0 = 10m$$

$$t = 3s \Rightarrow x_2 = \frac{3}{2}\times 9 - 12\times 3 + 10 = -\frac{25}{2} = -12/5m$$

$$\Delta x = x_2 - x_0 \Rightarrow \Delta x = -12/5 - 10 = -22/5m \Rightarrow |\Delta x| = 22/5m$$

۶۶ گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در ۵ ثانیه‌ی اول، $\Delta x_1 = \frac{1}{2}at_1^2 = \frac{1}{2}\times4\times25 = 50$ را طی کرده است و در پایان ۵ ثانیه سرعت متحرک برابر $V_1 = at = (4\times5)\frac{m}{s} = 20\frac{m}{s}$ است. متحرک با این سرعت $20\frac{m}{s}$ به مدت ۱۰ ثانیه‌ی دیگر نیز حرکت کرده است. $\Delta x_2 = V_1 . t_2 = (20\times10)m = 200m$ و در مرحله‌ی سوم نیز ۱۰۰ متر طی کرده است که $\Delta x_3 = 100m$ می‌شود. پس: $\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 = (500 + 200 + 100)m = 350m$

سرعت متوسط مرحله‌ی ترمز را حساب می‌کنیم: $\vec{V}_3 = \left(0 + \frac{20}{2}\right)\frac{m}{s} = 10\frac{m}{s}$

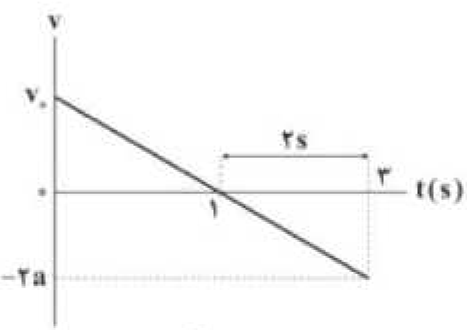
با داشتن جابه‌جایی مرحله‌ی ترمز و سرعت متوسط، می‌توان زمان آن مرحله را به‌دست آورد:

$$t_3 = \frac{\Delta x_3}{\vec{V}_3} = \frac{100}{10}s = 10s$$

$$\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3 = 5 + 10 + 10 = 25s \Rightarrow \vec{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \left(\frac{350}{25}\right)\frac{m}{s} = 14\frac{m}{s}$$

۶۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. سرعت اولیه ی متحرک، همان شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظه‌ی $t = 0$ است، پس چون شیب خط مماس بر نمودار در این لحظه مثبت است، سرعت اولیه ی متحرک نیز مثبت است. تقعر یا گودی نمودار، معرف شتاب متحرک است. از آن‌جایی که تقعر نمودار به سمت پایین است، بنابراین شتاب متحرک، منفی است. ($a < 0$)

در لحظه‌ی $t = 1s$ متحرک دارای نقطه‌ی بازگشت (سرعت متحرک، صفر شده است) است و در لحظه‌ی $t = 3s$ متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است و هم‌چنین از نمودار مکان - زمان مشخص است که متحرک از لحظه‌ی $t = 1s$ تا لحظه‌ی $t = 3s$، به اندازه‌ی $16m$ جابه‌جا شده است، این جابه‌جایی معادل با مساحت زیر نمودار سرعت - زمان، در همین بازه‌ی زمانی است، بنابراین با استفاده از مفهوم شیب خط، سرعت در لحظه‌ی $t = 3s$ برابر با $v_3 = -2a$ است، پس:



$$16 = \frac{1}{2}\times2\times(-2a)$$
$$\Rightarrow a = -8\frac{m}{s^2} \Rightarrow |a| = 8\frac{m}{s^2}$$

با توجه به مفهوم شیب در نمودار سرعت - زمان، در بازه‌ی زمانی $0 \le t \le 1s$، سرعت اولیه‌ی متحرک برابر با $v_0 = 8\frac{m}{s}$ خواهد شد.

اندازه‌ی جابه‌جایی این متحرک در این بازه‌ی زمانی همان مساحت زیر نمودار سرعت - زمان است، بنابراین:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2}\times1\times8 = 4m$$

مسافت طی‌شده توسط متحرک از لحظه‌ی شروع حرکت تا لحظه‌ای که از مبدأ مکان عبور می‌کند، برابر است با:

$$l = 4 + 16 = 20m$$

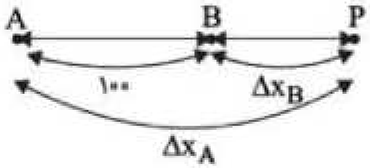
۶۸ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

سطح زیر نمودار $(V-t)$ معرف جابه‌جایی متحرک می‌باشد. تا لحظهٔ $t = ۲۰\text{s}$ جابه‌جایی دو متحرک را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_B = S_B = ۲۰ \times ۲۰ = ۴۰۰\text{m}$$

$$\Delta x_A = S_A = \frac{۲۰ \times ۳۰}{۲} = ۳۰۰\text{m}$$

دو متحرک از یک نقطه شروع کرده‌اند و متحرک B ابتدا جلو می‌افتد و تا ۲۰s به هم نمی‌رسند، بنابراین در $t = ۲۰\text{s}$ متحرک B، ۱۰۰ متر از A جلوتر است.



اگر دو متحرک در نقطهٔ P به هم برسند داریم:

$$\Delta x_A - \Delta x_B = ۱۰۰ \Rightarrow ۳۰t' - ۲۰t' = ۱۰۰ \Rightarrow t' = ۱۰\text{s}$$

$$t_{\text{کل}} = ۲۰ + ۱۰ = ۳۰\text{s}$$

۶۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

در لحظه‌ای که پژواک به گوش راننده می‌رسد، فاصلهٔ اتومبیل از پای دیوار:

$$d + vt = d + ۲۵ \times ۳/۶ m$$

دقت شود که $۹۰ \frac{\text{km}}{h}$ معادل $۲۵ \frac{m}{s}$ است. $(۹۰ \div ۳/۶ = ۲۵)$

صدای شلیک باید $۲d + ۲۵ \times ۳/۶$ متر را طی کند، این مسافت تماماً با تندی ثابت $۳۳۵ \frac{m}{s}$ طی می‌شود پس:

$$L = ۲d + ۲۵ \times ۳/۶ \Rightarrow ۳۳۵ \times ۳/۶ = ۲d + ۲۵ \times ۳/۶$$

$$\Rightarrow ۳۱۰ \times ۳/۶ = ۲d \Rightarrow d = ۳۱ \times ۱۸ = ۳۰ \times ۱۸ + ۱۸ = ۵۴۰ + ۱۸ = ۵۵۸m$$

۷۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

با توجه به تقارن سهمی نسبت به رأس آن، لحظه‌های عبور متحرک از مبدأ مکان $t = ۱\text{s}$ و $t = ۹\text{s}$ است که ریشه‌های معادلهٔ مکان ‑زمان هستند. حال معادلهٔ مکان‑زمان را به‌دست می‌آوریم:

$$x = at^۲ + bt + c$$

$$x = a(t - ۱)(t - ۹) \xrightarrow[x = -۳۲\text{m}]{t = ۵\text{s}} -۳۲ = a(۴)(-۴) \Rightarrow a = ۲$$

$$\Rightarrow x = ۲(t - ۱)(t - ۹) \xrightarrow{t = ۰} x_۰ = ۱۸\text{m}$$

از لحظهٔ شروع حرکت تا لحظهٔ تغییر جهت $(t = ۵\text{s})$ متحرک $۱۸ + ۳۲ = ۵۰\text{m}$ را طی کرده است.

۱	۱	**۲**	۳	۴
۲	۱	۲	**۳**	۴
۳	**۱**	۲	۳	۴
۴	۱	**۲**	۳	۴
۵	۱	۲	**۳**	۴
۶	۱	**۲**	۳	۴
۷	۱	**۲**	۳	۴
۸	۱	۲	**۳**	۴
۹	**۱**	۲	۳	۴
۱۰	**۱**	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	**۳**	۴
۱۲	۱	**۲**	۳	۴
۱۳	۱	۲	**۳**	۴
۱۴	**۱**	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	**۳**	۴
۱۶	۱	۲	۳	**۴**
۱۷	۱	**۲**	۳	۴
۱۸	۱	۲	**۳**	۴
۱۹	۱	۲	**۳**	۴
۲۰	**۱**	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	**۳**	۴
۲۲	۱	۲	۳	**۴**
۲۳	۱	**۲**	۳	۴
۲۴	۱	۲	**۳**	۴
۲۵	**۱**	۲	۳	۴
۲۶	۱	**۲**	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	**۴**
۲۸	**۱**	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	**۴**
۳۰	۱	۲	**۳**	۴
۳۱	۱	۲	۳	**۴**
۳۲	۱	۲	**۳**	۴
۳۳	۱	۲	**۳**	۴
۳۴	۱	**۲**	۳	۴
۳۵	۱	۲	**۳**	۴
۳۶	۱	۲	۳	**۴**
۳۷	۱	**۲**	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	**۴**
۳۹	۱	۲	۳	**۴**
۴۰	۱	۲	۳	**۴**
۴۱	۱	۲	**۳**	۴
۴۲	**۱**	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	**۳**	۴
۴۴	۱	**۲**	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	**۴**
۴۶	۱	۲	**۳**	۴
۴۷	۱	**۲**	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	**۴**
۴۹	۱	**۲**	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	**۴**
۵۱	۱	**۲**	۳	۴
۵۲	۱	**۲**	۳	۴
۵۳	۱	۲	**۳**	۴
۵۴	۱	۲	۳	**۴**
۵۵	**۱**	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	**۳**	۴
۵۷	۱	۲	۳	**۴**
۵۸	۱	۲	**۳**	۴
۵۹	۱	**۲**	۳	۴
۶۰	۱	**۲**	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	**۴**
۶۲	**۱**	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	**۴**
۶۴	۱	۲	۳	**۴**
۶۵	۱	۲	۳	**۴**
۶۶	۱	۲	**۳**	۴
۶۷	۱	۲	**۳**	۴
۶۸	۱	**۲**	۳	۴
۶۹	۱	**۲**	۳	۴
۷۰	**۱**	۲	۳	۴