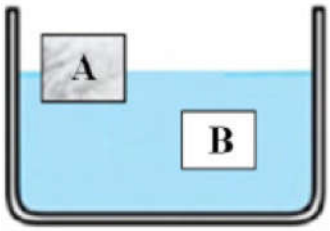
نام دبیر : مهندس مهدی باباخانی

عنوان آزمون : هومورک۵ فصل۲

۱ در شکل مقابل جسم A در حالت شناور و جسم B غوطه‌ور است. اندازه نیروی شناوری نسبت به وزن هر جسم به‌ترتیب برای دو جسم A و B چگونه است؟



۱ برای A بزرگ‌تر و برای B کوچک‌تر

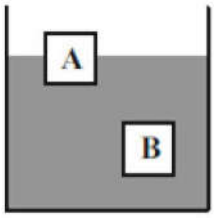
۲ برای A بزرگ‌تر و برای B برابر

۳ برای هر دو بزرگ‌تر

۴ برای هر دو برابر

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در هر دو حالت شناوری و غوطه‌وری جسم تعادل داشته و نیروی وزن آن تنها توسط نیروی شناوری خنثی می‌گردد و این یعنی در هر دو حالت نیروی شناوری با وزن جسم هم‌اندازه است.

۲ در شکل مقابل، دو جسم توپُر A و B درون یک مایع به‌ترتیب شناور و غوطه‌ور هستند. در کدام گزینه مقایسهٔ درستی میان نیروی شناوری (F)، وزن (W) و چگالی جسم‌ها و مایع انجام شده است؟ (چگالی مایع ρ است.)



۱ $\rho_B > \rho \text{ ،} F_A > W_A \text{ ،} F_B > W_B$

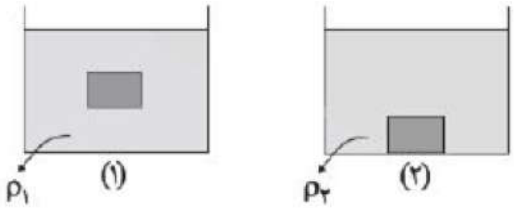
۲ $\rho_B = \rho \text{ ،} F_A = W_A \text{ ،} F_B = W_B$

۳ $\rho_A < \rho \text{ ،} F_A = W_A \text{ ،} F_B < W_B$

۴ $\rho_A = \rho \text{ ،} F_A > W_A \text{ ،} F_B = W_B$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هنگامی‌که جسم شناور و یا غوطه‌ور است، نیروی شناوری با وزن جسم برابر است. از طرفی در حالت غوطه‌وری، چگالی جسم با چگالی مایع برابر است و در حالت شناوری، چگالی جسم از چگالی مایع کمتر است.

۳ جسمی توپر را مطابق شکل‌های زیر درون ۲ مایع با چگالی‌های $\rho_۱$ و $\rho_۲$ قرار می‌دهیم. در حالت اول جسم غوطه‌ور و در حات دوم این جسم کاملاً ته‌نشین شده و به کف ظرف نیرو وارد می‌کند. کدام مقایسه بین چگالی دو مایع و نیروی شناوری (F_b) در این دو شکل درست است؟



۱) $F_{b_۱} = F_{b_۲}, \rho_۱ > \rho_۲$ ۲) $F_{b_۱} > F_{b_۲}, \rho_۱ < \rho_۲$ ۳) $F_{b_۱} > F_{b_۲}, \rho_۱ > \rho_۲$

۴) $F_{b_۱} = F_{b_۲}, \rho_۱ < \rho_۲$

پاسخ: ۱) گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در حالت اول : $F_{b_۱} = \mathrm{mg}$

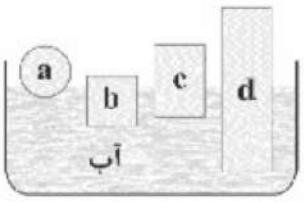
در حالت دوم: $\mathrm{F_{b_۲} + F_N = mg \Rightarrow F_{b_۱} > F_{b_۲}}$

↓ نیروی عمودی

چون جسم در مایع (۲) فرو رفته و در مایع (۱) غوطه‌ور شده پس:

$\rho_۲ < \rho_۱$

۴ در شکل زیر چگالی کدام جسم از سایر اجسام بیشتر است؟



۱) a ۲) b ۳) c ۴) d

پاسخ: ۲) گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هرچه چگالی جسمی بیشتر باشد، مقدار بیشتری از آن در آب فرو می‌رود.

۵ جسمی به جرم m را روی سطح آب قرار می‌دهیم، ۶۰ درصد از حجم آن در آب فرو می‌رود. اگر این جسم را روی سطح روغن قرار دهیم، چند درصد از حجم آن بیرون می‌ماند؟

$$\left(\rho_{\text{آب}} = ۱۰۰۰ \frac{\mathrm{kg}}{m^۳} \text{ و } \rho_{\text{روغن}} = ۸۰۰ \frac{\mathrm{kg}}{m^۳}\right)$$

۱) ۲۵ ۲) ۸۰ ۳) ۶۰ ۴) ۷۵

پاسخ: ۱) گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر در هر دو حالت جسم روی مایع شناور بماند داریم:

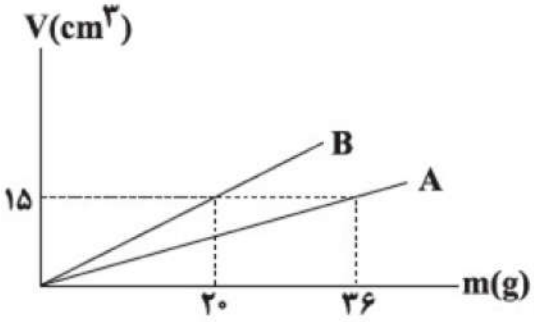
$$F_{b_۱} = F_{b_۲} = \mathrm{mg}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آب}} V_۱ = \rho_{\text{روغن}} V_۲ \Rightarrow ۱۰۰۰ \times ۰/۶ V = ۸۰۰ \times V_۲$$

$$\Rightarrow V_۲ = \frac{۳}{۴} V = ۰/۷۵ V$$

حجم قسمت وارد شده $\%۷۵$ از جسم می‌باشد بنابراین $\%۲۵$ از جسم بیرون از روغن مانده است.

۶ با استفاده از یک آلیاژ فلزی به جرم $۹۸۰g$ و چگالی $۲/۵\frac{g}{cm^۳}$ یک پوستهٔ کروی توخالی به شعاع داخلی $۳\,cm$ می‌سازیم. این پوسته را یک بار درون ظرف حاوی مایع A و بار دیگر درون ظرف حاوی مایع B رها می‌کنیم. تا آلیاژ درون دو ظرف به تعادل برسد. اگر نمودار حجم برحسب جرم دو مایع مطابق شکل مقابل باشد، نیروی شناوری وارد بر پوسته درون ظرف A ..... وزن پوسته و نیروی شناوری وارد بر پوستهٔ درون ظرف B ..... وزن پوسته است. $(\pi = ۳)$



۱ برابر با - کم‌تر از ۲ کم‌تر از - برابر با ۳ برابر با - برابر با ۴ کم‌تر از - کم‌تر از

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا چگالی ظاهری پوستهٔ کروی را به دست میآوریم:

$$V_{\text{آلیاژ}} = \frac{m_{\text{آلیاژ}}}{\rho_{\text{آلیاژ}}} \xrightarrow[m_{\text{آلیاژ}}=۹۸۰g]{\rho_{\text{آلیاژ}}=۲/۵\frac{g}{cm^۳}} V_{\text{آلیاژ}} = \frac{۹۸۰}{۲/۵} = ۳۹۲cm^۳$$

$$V_{\text{پوسته}} = V_{\text{حفره}} + V_{\text{آلیاژ}} \xrightarrow[r=۳\,cm,\pi=۳]{V_{\text{حفره}}=\frac{۴}{۳}\pi r^۳} V_{\text{پوسته}} = ۳۹۲ + \frac{۴}{۳}\times ۳\times ۳^۳ = ۵۰۰cm^۳$$

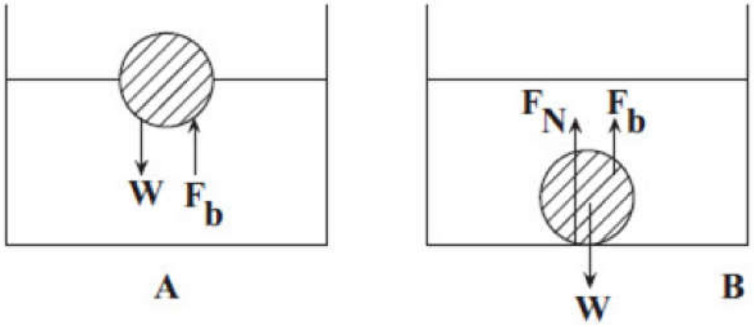
$$\rho_{\text{ظاهری}} = \frac{m_{\text{پوسته}}}{V_{\text{پوسته}}} \xrightarrow[V_{\text{پوسته}}=۵۰۰cm^۳]{m_{\text{پوسته}}=۹۸۰g} \rho_{\text{ظاهری}} = \frac{۹۸۰}{۵۰۰} = ۱/۹۶\frac{g}{cm^۳}$$

اکنون چگالی‌های مایع‌های A و B را از روی نمودار به دست میآوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[m_A=۳۶g,m_B=۲۰g]{V_A=V_B=۱۵cm^۳} \begin{cases} \rho_A = \frac{۳۶}{۱۵} = ۲/۴\frac{g}{cm^۳} \\ \rho_B = \frac{۲۰}{۱۵} = \frac{۴}{۳}\frac{g}{cm^۳} \end{cases}$$

با رها کردن پوسته در مایع A چون چگالی ظاهری پوسته از چگالی مایع A کوچک‌تر است بنابراین بر روی سطح مایع A شناور می‌شود و در این حالت نیروی شناوری وارد بر جسم برابر با وزن آن است و با رها کردن پوسته در مایع B چون چگالی ظاهری پوسته از چگالی مایع B بیش‌تر است. بنابراین پوسته درون مایع B ته‌نشین می‌شود و نیروی شناوری وارد بر آن از نیروی وزن پوسته کم‌تر می‌شود.

$$A: F_b = W$$
$$B: F_b + F_N = W \Rightarrow F_b < W$$



۷ چه تعداد از موارد زیر کاربردی از اصل برنولی است؟

الف) کشیده شدن شاخه و برگ درختان کنار خیابان به سمت جاده در هنگام عبور خودروها

ب) نیروی بالابر وارده به بال‌های هواپیما

ج) افزایش تندی آب درون لولهٔ قائم

د) افزایش فشار در نقاط عمیق‌تر ظرفی که سطح مقطع کف ظرف کوچک‌تر از دهانهٔ ورودی بالای آن است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: **۲** گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد الف و ب کاربردی از اصل برنولی هستند و موارد ج و د نیستند.

حال تک تک موارد را بررسی می‌کنیم.

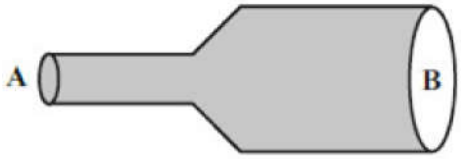
الف) با حرکت خودرو تندی مولکول‌های هوای میان درخت و خودرو افزایش می‌یابد و با افزایش تندی، فشار در آن ناحیه کم می‌شود. بنابراین شاخه و برگ درخت به سمت خودرو متمایل می‌شوند.

ب) بال‌های هواپیما طوری طراحی شده‌اند که تندی هوا در بالای بال بیشتر از زیر آن است. در نتیجه، فشار هوای بالای بال، کمتر از فشار هوای زیر آن است و به این ترتیب نیروی بالابر خالص به بال هواپیما وارد می‌شود.

ج) افزایش تندی آب در لولهٔ قائم به دلیل نیروی جاذبه زمین است و کاربردی از اصل برنولی نمی‌باشد.

د) با توجه به رابطهٔ $P = \rho gh$، فشار در نقاط عمیق‌تر از سطح اشاره بیشتر است و به شکل ظرف وابسته نیست. بنابراین کاربردی از اصل برنولی نمی‌باشد.

۸ در شکل مقابل، شعاع مقطع A نصف شعاع مقطع B است. اگر در هر دقیقه ۲۰ لیتر آب با تندی $۴\frac{m}{s}$ از مقطع A وارد لوله شود، به‌ترتیب از راست به چپ، در هر دقیقه چند لیتر آب و با چه تندی برحسب متر بر ثانیه از مقطع B خارج می‌شود؟ (جریان آب پایا و به صورت لایه‌ای است.)



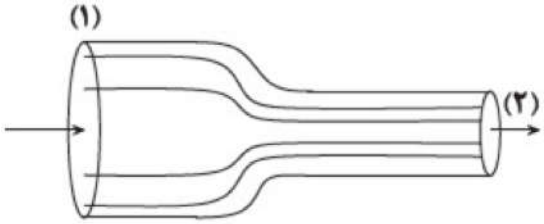
۱) ۲۰ و ۱ ۲) ۲۰ و ۲ ۳) ۴۰ و ۱ ۴) ۴۰ و ۲

پاسخ: **۱** گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به معادلهٔ پیوستگی، مقدار آبی که در هر دقیقه از مقطع A وارد لوله می‌شود، باید در یک دقیقه از مقطع B لوله خارج شود. بنابراین در هر دقیقه ۲۰ لیتر آب از مقطع B خارج می‌شود.

برای محاسبهٔ تندی آب در مقطع B، با استفاده از معادلهٔ پیوستگی می‌توان نوشت:

$$A_A v_A = A_B v_B \Rightarrow \pi r_A^{۲} v_A = \pi r_B^{۲} v_B \xrightarrow[v_A = ۴\frac{m}{s}]{r_B = ۲r_A} r_A^{۲} \times ۴ = ۴ r_A^{۲} v_B \Rightarrow v_B = ۱\frac{m}{s}$$

۹ در شکل مقابل، مایع تراکم‌ناپذیر در لوله جریان ملایم و لایه‌ای دارد. اگر قطر مقطع لوله در قسمت (۱) ۲۵ درصد بیش‌تر از قطر مقطع لوله در قسمت (۲) باشد و تفاوت تندی آن در مقاطع (۱) و (۲) $۹۰\frac{cm}{s}$ باشد. تندی جریان مایع در مقطع (۲) چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۱/۶ ۲) ۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۷/۵

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از معادلهٔ پیوستگی و با توجه به این‌که $A=\pi\frac{D^۲}{۴}$ است، داریم:

$$A_۱v_۱=A_۲v_۲\Rightarrow\frac{A_۱}{A_۲}=\frac{v_۲}{v_۱}\xrightarrow{A=\pi\frac{D^۲}{۴}}\left(\frac{D_۱}{D_۲}\right)^۲=\frac{v_۲}{v_۱}$$

$$\xrightarrow{D_۱=D_۲+۰/۲۵D_۲=۱/۲۵D_۲}\left(\frac{۱/۲۵D_۲}{D_۲}\right)^۲=\frac{v_۲}{v_۱}\Rightarrow\left(\frac{۱۲۵}{۱۰۰}\right)^۲=\frac{v_۲}{v_۱}$$

$$\Rightarrow\frac{۲۵}{۱۶}=\frac{v_۲}{v_۱}\Rightarrow v_۲=\frac{۲۵}{۱۶}v_۱$$

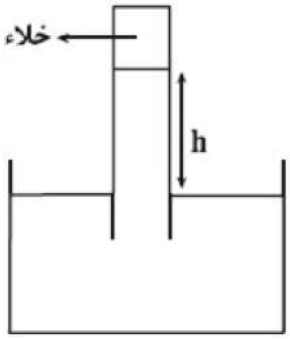
از طرف دیگر، داریم:

$$v_۲-v_۱=۹۰\Rightarrow\frac{۲۵}{۱۶}v_۱-v_۱=۹۰\Rightarrow\frac{۹}{۱۶}v_۱=۹۰\Rightarrow$$

$$v_۱=۱۶۰\frac{cm}{s}$$

$$v_۲=\frac{۲۵}{۱۶}v_۱=\frac{۲۵}{۱۶}\times۱۶۰\Rightarrow v_۲=۲۵۰\frac{cm}{s}\xrightarrow{\div۱۰۰}v_۲=۲/۵\frac{m}{s}$$

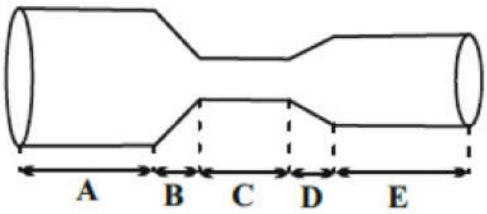
۱۰ در شکل مقابل، جیوه در جوسنج در ارتفاع h قرار دارد. اگر روی سطح جیوهٔ ظرف جریان شدید هوا ایجاد شود، طبق ..... ارتفاع جیوه در لولهٔ جوسنج ..... می‌یابد.



۱) معادلهٔ پیوستگی - افزایش
۲) معادلهٔ پیوستگی - کاهش
۳) اصل برنولی - افزایش
۴) اصل برنولی - کاهش

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر جریان هوا در سطح جیوهٔ درون ظرف ایجاد شود، بنابر اصل برنولی، فشار هوا روی سطح جیوه کاهش می‌یابد و در نتیجه فشار ستون جیوهٔ درون لوله بیشتر از فشار هوا در سطح جیوهٔ درون ظرف می‌شود. بنابراین سطح جیوه در لوله پایین میآید تا فشار آن برابر فشار هوا در سطح جیوهٔ درون ظرف شود.

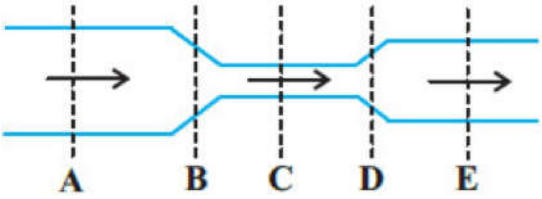
۱۱ در لولهٔ افقی مقابل به‌ترتیب در کدام قسمت، تندی آب در حال کاهش و در کدام قسمت تندی آب کمینه است؟ (جریان آب را به صورت لایه‌ای و پایا درنظر بگیرید.)



۱) C , D
۲) A , D
۳) C , B
۴) E , B

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به معادلهٔ پیوستگی با کاهش سطح مقطع جریان شاره، تندی افزایش و با افزایش سطح مقطع جریان شاره، تندی کاهش می‌یابد. بنابراین در قسمت D با افزایش سطح مقطع، تندی کاهش می‌یابد. همچنین کمینهٔ تندی آب مربوط به قسمتی با بیشترین سطح مقطع، یعنی مقطع A است.

۱۲ در لوله‌ای افقی مطابق شکل مقابل، جریان لایه‌ای آب به صورت پایا از چپ به راست برقرار است. تندی آب در قسمت ..... در حال افزایش است و فشار آب در قسمت ..... از سایر نقاط بیش‌تر است.



۱) $C-D$ ۲) $A-D$ ۳) $A-B$ ۴) $C-B$

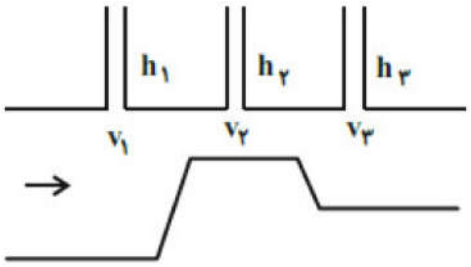
پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که آب تراکم‌ناپذیر است، آهنگ شارش حجمی آب (Av) ثابت است (معادلهٔ پیوستگی) و با توجه به این‌که در قسمت B سطح مقطع در حال کاهش است، در نتیجه تندی آب افزایش می‌یابد. سطح مقطع در قسمت A از سایر نقاط بیش‌تر است، در نتیجه طبق معادلهٔ پیوستگی تندی آب از سایر قسمت‌ها کم‌تر است و مطابق با اصل برنولی فشار در قسمت A از سایر مقاطع بیش‌تر است.

۱۳ بال‌های هواپیما به صورتی طراحی می‌شوند که تندی هوا در بالای بال ..... از تندی هوا در زیر آن و فشار هوای بالای بال ..... فشار هوای زیر آن باشد تا نیروی بالابرندهٔ خالصی به بال هواپیما وارد شود.

۱) بیشتر - کمتر از ۲) بیشتر - مساوی با ۳) کمتر - مساوی با ۴) کمتر - بیشتر از

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در طراحی بالا هواپیما باید تندی هوا در بالای بال بیشتر از زیر آن و فشار هوا در بالای بال کمتر از زیر آن باشد تا نیروی بالابرندهٔ خالصی بر بال وارد شود.

۱۴ در شکل مقابل، جریان لایه‌ای مایع در لولهٔ افقی به طور پیوسته از چپ به راست برقرار است. در کدام گزینه مقایسهٔ درستی بین تندی شارش مایع (v)، فشار مایع (P) و ارتفاع مایع درون لوله‌های قائم (h) انجام شده است؟



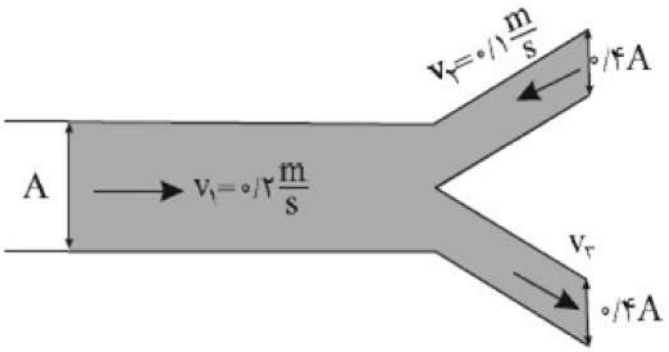
۱) $v_۱ < v_۲$، $P_۲ > P_۱$ ۲) $h_۱ > h_۳$، $v_۲ > v_۱$ ۳) $h_۱ > h_۲$، $P_۱ < P_۲$ ۴) $v_۲ > v_۳$، $P_۳ > P_۱$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به کمک مفهوم اصل برنولی و معادلهٔ پیوستگی، می‌توان نوشت: هر چه دهانهٔ لوله تنگ‌تر شود (مساحت سطح مقطع لوله کمتر شود) ، تندی شاره بیشتر شده و فشار شاره کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر سطح مقطع (A) با فشار (P) رابطهٔ مستقیم و با تندی (v) رابطهٔ عکس دارد. در نتیجه داریم:

$$A_۲ < A_۳ < A_۱ \Rightarrow P_۲ < P_۳ < P_۱ \Rightarrow v_۲ > v_۳ > v_۱$$

با توجه به رابطهٔ $P_۲ < P_۳ < P_۱$، میان ارتفاع مایعات درون لوله‌های قائم رابطهٔ $h_۲ < h_۳ < h_۱$ برقرار است.

۱۵) با توجه به شکل مقابل که مسیر عبور شاره‌ای تراکم‌ناپذیر با جریان لایه‌ای در حالت پایا را نشان می‌دهد، تندی $v_۳$ چند متر بر ثانیه است؟ (مساحت مقطع لوله‌ی بزرگ A می‌باشد.)

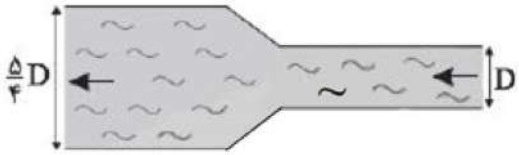


۱) ۰/۴ ۲) ۰/۵ ۳) ۰/۸ ۴) ۰/۶

پاسخ: ۴) گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با نوشتن معادله‌ی پیوستگی در شاره‌ی تراکم‌ناپذیر (این معادله بیانی از قانون پایستگی جرم است) و جایگذاری تندی‌های ورودی و خروجی در رابطه‌ی زیر داریم:

$$A_۱v_۱ + A_۲v_۲ = A_۳v_۳ \Rightarrow A\times ۰/۲ + ۰/۴A\times ۰/۱ = ۰/۴A\times v_۳ \Rightarrow v_۳ = ۰/۶\frac{m}{s}$$

۱۶) شاره‌ای با جریان لایه‌ای و پایا از مقطعی با قطر D وارد مقطعی به قطر $\frac{۵}{۴}D$ شده و تندی آن به اندازهٔ $۴/۵\frac{cm}{s}$ تغییر می‌کند. تندی شاره در مقطع با قطر D، چند سانتی‌متر بر ثانیه بوده است؟



۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۲۵

پاسخ: ۳) گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A_۱v_۱ = A_۲v_۲ \Rightarrow \frac{\pi D_۱^۲}{۴}v_۱ = \frac{\pi D_۲^۲}{۴}v_۲$$

$$\Rightarrow v_۲ = \left(\frac{D_۱}{D_۲}\right)^۲ v_۱ \Rightarrow v_۲ = \left(\frac{D}{\frac{۵}{۴}D}\right)^۲ v_۱ = \frac{۱۶}{۲۵}v_۱$$

تندی در مقطع بزرگ‌تر کاهش می‌یابد: $\Delta v = -۴/۵\frac{cm}{s}$

$$v_۲ - v_۱ = -۴/۵ \Rightarrow \frac{۱۶}{۲۵}v_۱ - v_۱ = -۴/۵ \Rightarrow -\frac{۹}{۲۵}v_۱ = -۴/۵ \Rightarrow v_۱ = ۱۲/۵\frac{cm}{s}$$

۱۷ دلیل باریک شدن جریان آب خارج شده از شیر آب در نزدیک شدن به سطح زمین چیست؟

۱ با افزایش انرژی جنبشی، ذرات آب هنگام نزدیک شدن به زمین طبق قانون بقای جرم سطح مقطع جریان کاهش می‌یابد.

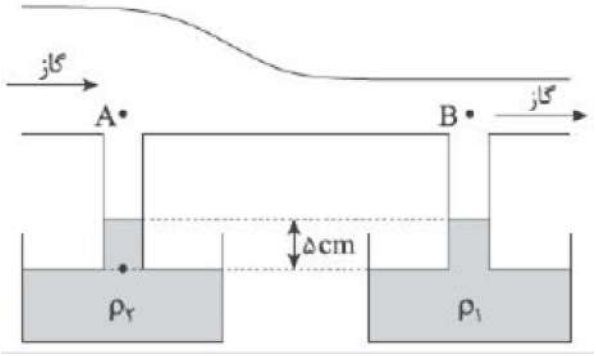
۲ با نزدیک شدن ذرات آب به زمین، انرژی پتانسیل آن‌ها افزایش می‌یابد.

۳ با نزدیک شدن ذرات آب به زمین، سرعت جریان کاهش می‌یابد.

۴ کشش سطحی ذرات آب در نزدیکی سطح زمین بیش‌تر است.

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با نزدیک شدن به زمین، انرژی جنبشی ذرات آب و در نتیجه سرعت ذرات آب افزایش پیدا می‌کند. پس طبق قانون بقای جرم، سطح مقطع جریان کاهش می‌یابد.

۱۸ در شکل زیر گاز در لولهٔ افقی جریان دارد و مایع‌ها با اختلاف چگالی $۰/۳\frac{g}{cm^۳}$ در ظرف‌ها در حال تعادل هستند. اختلاف فشار در نقاط A و B، ..... پاسکال و چگالی $\rho_۲$ از $\rho_۱$ است.



۱ ۱۵ - کم‌تر ۲ ۱۵ - بیش‌تر ۳ ۱۵۰ - کم‌تر ۴ ۱۵۰ - بیش‌تر

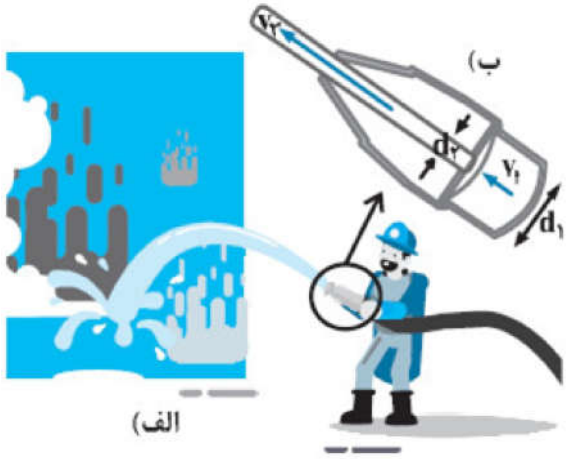
پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{aligned} P_۰ &= P_A + \rho_۲\, gh \\ P_۰ &= P_B + \rho_۱\, gh \end{aligned} \Rightarrow P_B - P_A = (\rho_۲ - \rho_۱)\, gh$$

$$|P_B - P_A| = ۳۰۰ \times ۱۰ \times \frac{۵}{۱۰۰} = ۱۵۰\text{Pa}$$

با توجه به رابطهٔ $P_A + \rho_۲ gh = P_B + \rho_۱\, gh$، چون $P_A > P_B$ است پس $\rho_۱ > \rho_۲$ است.

۱۹ شکل الف آتش‌نشانی را در حال خاموش کردن آتش از فاصله‌ای نسبتاً دور نشان می‌دهد. نمایی بزرگ شده از شیر بسته شده به انتهای لوله‌ی آتش‌نشانی در شکل ب نشان داده شده است. اگر آب با تندی $v_۱ = ۱/۵ \frac{m}{s}$ از لوله وارد شیر شود و قطر ورودی شیر $d_۱ = ۱۲/۵\ \text{cm}$ و قطر قسمت خروجی آن $d_۲ = ۲/۵\ \text{cm}$ باشد، تندی آب خروجی از شیر چند متر بر ثانیه است؟



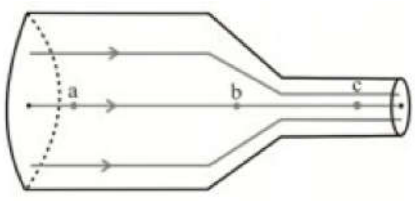
۱) ۷/۵ ۲) ۳۷/۵ ۳) ۴۵ ۴) ۲۵

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق معادله‌ی پیوستگی:

$$A_۱v_۱ = A_۲v_۲ \xrightarrow{A=\pi\frac{d^۲}{۴}} v_۱d_۱^۲ = v_۲d_۲^۲ \xrightarrow[d_۲=۲/۵\ \text{cm}]{v_۱=۱/۵\frac{m}{s},\ d_۱=۱۲/۵\ \text{cm}}$$

$$۱/۵\times(۱۲/۵)^۲ = v_۲\times(۲/۵)^۲ \Rightarrow V_۲ = ۲۵\times۱/۵ = ۳۷/۵\frac{m}{s}$$

۲۰ مطابق شکل زیر، مایعی که تمام فضای ظرف را پر کرده است، به صورت آرام و لایه‌ای درحال شارش است. مساحت مقطع لوله در نقاط a و c، به ترتیب $۸۰\,\text{cm}^۲$ و $۲۰\,\text{cm}^۲$ است و مساحت آن در قسمت میانی (b)، $۴۰\,\text{cm}^۲$ است. اگر تندی شارش مایع در نقطه c، $۱۲۰\ \frac{\text{cm}}{s}$ باشد، به ترتیب، آهنگ حجمی شارش مایع در قسمت b چند لیتر بر ثانیه است و تندی شارش مایع در نقطه a چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟



۱) ۴/۸ ، ۷/۵ ۲) ۲/۴ ، ۷/۵ ۳) ۴/۸ ، ۳۰ ۴) ۲/۴ ، ۳۰

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. آهنگ حجمی شارش مایع در تمامی نقاط ظرف یکسان و برابر با $\frac{V}{t} = A\,v$ است:

$$\frac{V}{t} = A_c\,v_c = ۲۰\times۱۲۰ = ۲۴۰۰\ \frac{\text{cm}^۳}{s} = ۲/۴\ \frac{L}{s}$$

از معادله پیوستگی (برابری آهنگ حجمی شارش در تمامی نقاط ظرف) استفاده می‌کنیم:

$$A_a\,v_a = A_c\,v_c \rightarrow ۸۰\,v_a = ۲۰\times۱۲۰ \rightarrow v_a = ۳۰\ \frac{\text{cm}}{s}$$

۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در هر دو حالت شناوری و غوطه‌وری جسم تعادل داشته و نیروی وزن آن تنها توسط نیروی شناوری خنثی می‌گردد و این یعنی در هر دو حالت نیروی شناوری با وزن جسم هم‌اندازه است.

۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هنگامی‌که جسم شناور و یا غوطه‌ور است، نیروی شناوری با وزن جسم برابر است. از طرفی در حالت غوطه‌وری، چگالی جسم با چگالی مایع برابر است و در حالت شناوری، چگالی جسم از چگالی مایع کمتر است.

۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در حالت اول : $F_{b_1} = mg$

در حالت دوم: $F_{b_2} + F_N = mg \Rightarrow F_{b_1} > F_{b_2}$

↓

نیروی عمودی

چون جسم در مایع (۲) فرو رفته و در مایع (۱) غوطه‌ور شده پس:

$\rho_2 < \rho_1$

۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هرچه چگالی جسمی بیشتر باشد، مقدار بیشتری از آن در آب فرو می‌رود.

۵ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر در هر دو حالت جسم روی مایع شناور بماند داریم:

$$F_{b_1} = F_{b_2} = mg$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آب}} V_1 = \rho_{\text{روغن}} V_2 \Rightarrow ۱۰۰۰ \times ۰/۶\, V = ۸۰۰ \times V_2$$

$$\Rightarrow V_2 = \frac{۳}{۴} V = ۰/۷۵\, V$$

حجم قسمت وارد شده $\%۷۵$ از جسم می‌باشد بنابراین $\%۲۵$ از جسم بیرون از روغن مانده است.

۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا چگالی ظاهری پوستهٔ کروی را به دست میآوریم:

$$V_{\text{آلیاژ}}=\frac{m_{\text{آلیاژ}}}{\rho_{\text{آلیاژ}}}\xrightarrow[m_{\text{آلیاژ}}=۹۸۰g]{\rho_{\text{آلیاژ}}=۲/۵\frac{g}{\text{cm}^۳}}V_{\text{آلیاژ}}=\frac{۹۸۰}{۲/۵}=۳۹۲\text{cm}^۳$$

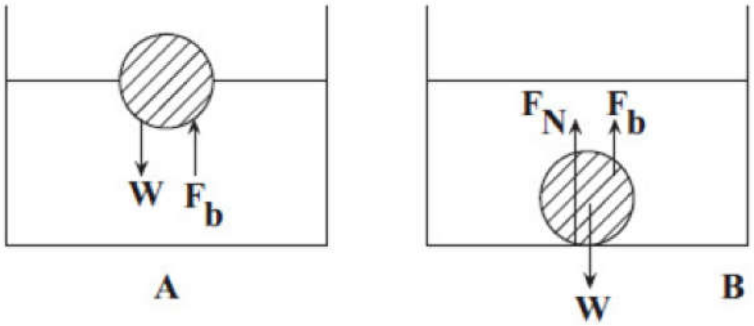
$$V_{\text{پوسته}}=V_{\text{حفره}}+V_{\text{آلیاژ}}\xrightarrow[r=۳\text{ cm},\pi=۳]{V_{\text{حفره}}=\frac{۴}{۳}\pi r^۳}V_{\text{پوسته}}=۳۹۲+\frac{۴}{۳}\times۳\times۳^۳=۵۰۰\text{cm}^۳$$

$$\rho_{\text{ظاهری}}=\frac{m_{\text{پوسته}}}{V_{\text{پوسته}}}\xrightarrow[V_{\text{پوسته}}=۵۰۰\text{cm}^۳]{m_{\text{پوسته}}=۹۸۰g}\rho_{\text{ظاهری}}=\frac{۹۸۰}{۵۰۰}=۱/۹۶\frac{g}{\text{cm}^۳}$$

اکنون چگالی‌های مایع‌های A و B را از روی نمودار به دست میآوریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow[m_A=۳۶g,m_B=۲۰g]{V_A=V_B=۱۵\text{cm}^۳}\begin{cases}\rho_A=\frac{۳۶}{۱۵}=۲/۴\frac{g}{\text{cm}^۳}\\ \rho_B=\frac{۲۰}{۱۵}=\frac{۴}{۳}\frac{g}{\text{cm}^۳}\end{cases}$$

با رها کردن پوسته در مایع A چون چگالی ظاهری پوسته از چگالی مایع A کوچک‌تر است بنابراین بر روی سطح مایع A شناور می‌شود و در این حالت نیروی شناوری وارد بر جسم برابر با وزن آن است و با رها کردن پوسته در مایع B چون چگالی ظاهری پوسته از چگالی مایع B بیش‌تر است. بنابراین پوسته درون مایع B ته‌نشین می‌شود و نیروی شناوری وارد بر آن از نیروی وزن پوسته کم‌تر می‌شود.



$$A: F_b=W$$
$$B: F_b+F_N=W\Rightarrow F_b<W$$

۷ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. موارد الف و ب کاربردی از اصل برنولی هستند و موارد ج و د نیستند. حال تک تک موارد را بررسی می‌کنیم.

الف) با حرکت خودرو تندی مولکول‌های هوای میان درخت و خودرو افزایش می‌یابد و با افزایش تندی، فشار در آن ناحیه کم می‌شود. بنابراین شاخه و برگ درخت به سمت خودرو متمایل می‌شوند.

ب) بال‌های هواپیما طوری طراحی شده‌اند که تندی هوا در بالای بال بیشتر از زیر آن است. در نتیجه، فشار هوای بالای بال، کمتر از فشار هوای زیر آن است و به این ترتیب نیروی بالابر خالص به بال هواپیما وارد می‌شود.

ج) افزایش تندی آب در لولهٔ قائم به دلیل نیروی جاذبه زمین است و کاربردی از اصل برنولی نمی‌باشد.

د) با توجه به رابطهٔ $P=\rho gh$، فشار در نقاط عمیق‌تر از سطح اشاره بیشتر است و به شکل ظرف وابسته نیست. بنابراین کاربردی از اصل برنولی نمی‌باشد.

۸ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به معادلهٔ پیوستگی، مقدار آبی که در هر دقیقه از مقطع A وارد لوله می‌شود، باید در یک دقیقه از مقطع B لوله خارج شود. بنابراین در هر دقیقه ۲۰ لیتر آب از مقطع B خارج می‌شود.

برای محاسبهٔ تندی آب در مقطع B، با استفاده از معادلهٔ پیوستگی می‌توان نوشت:

$$A_A v_A = A_B v_B \Rightarrow \pi r_A^2 v_A = \pi r_B^2 v_B \xrightarrow[v_A = ۴ \frac{m}{s}]{r_B = ۲ r_A} r_A^2 \times ۴ = ۴ r_A^2 v_B \Rightarrow v_B = ۱ \frac{m}{s}$$

۹ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از معادلهٔ پیوستگی و با توجه به این‌که $A = \pi \frac{D^2}{۴}$ است، داریم:

$$A_۱ v_۱ = A_۲ v_۲ \Rightarrow \frac{A_۱}{A_۲} = \frac{v_۲}{v_۱} \xrightarrow{A = \pi \frac{D^2}{۴}} \left(\frac{D_۱}{D_۲}\right)^2 = \frac{v_۲}{v_۱}$$

$$\xrightarrow{D_۱ = D_۲ + ۰/۲۵ D_۲ = ۱/۲۵ D_۲} \left(\frac{۱/۲۵ D_۲}{D_۲}\right)^2 = \frac{v_۲}{v_۱} \Rightarrow \left(\frac{۱۲۵}{۱۰۰}\right)^2 = \frac{v_۲}{v_۱}$$

$$\Rightarrow \frac{۲۵}{۱۶} = \frac{v_۲}{v_۱} \Rightarrow v_۲ = \frac{۲۵}{۱۶} v_۱$$

از طرف دیگر، داریم:

$$v_۲ - v_۱ = ۹۰ \Rightarrow \frac{۲۵}{۱۶} v_۱ - v_۱ = ۹۰ \Rightarrow \frac{۹}{۱۶} v_۱ = ۹۰ \Rightarrow$$

$$v_۱ = ۱۶۰ \frac{\text{cm}}{s}$$

$$v_۲ = \frac{۲۵}{۱۶} v_۱ = \frac{۲۵}{۱۶} \times ۱۶۰ \Rightarrow v_۲ = ۲۵۰ \frac{\text{cm}}{s} \xrightarrow{\div ۱۰۰} v_۲ = ۲/۵ \frac{m}{s}$$

۱۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر جریان هوا در سطح جیوهٔ درون ظرف ایجاد شود، بنابر اصل برنولی، فشار هوا روی سطح جیوه کاهش می‌یابد و در نتیجه فشار ستون جیوهٔ درون لوله بیشتر از فشار هوا در سطح جیوهٔ درون ظرف می‌شود. بنابراین سطح جیوه در لوله پایین میآید تا فشار آن برابر فشار هوا در سطح جیوهٔ درون ظرف شود.

۱۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به معادلهٔ پیوستگی با کاهش سطح مقطع جریان شاره، تندی افزایش و با افزایش سطح مقطع جریان شاره، تندی کاهش می‌یابد. بنابراین در قسمت D با افزایش سطح مقطع، تندی کاهش می‌یابد. همچنین کمینهٔ تندی آب مربوط به قسمتی با بیشترین سطح مقطع، یعنی مقطع A است.

۱۲ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که آب تراکم‌ناپذیر است، آهنگ شارش حجمی آب (Av) ثابت است (معادلهٔ پیوستگی) و با توجه به این‌که در قسمت B سطح مقطع در حال کاهش است، در نتیجه تندی آب افزایش می‌یابد. سطح مقطع در قسمت A از سایر نقاط بیش‌تر است، در نتیجه طبق معادلهٔ پیوستگی تندی آب از سایر قسمت‌ها کم‌تر است و مطابق با اصل برنولی فشار در قسمت A از سایر مقاطع بیش‌تر است.

۱۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در طراحی بالا هواپیما باید تندی هوا در بالای بال بیشتر از زیر آن و فشار هوا در بالای بال کمتر از زیر آن باشد تا نیروی بالابرندهٔ خالصی بر بال وارد شود.

۱۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. به کمک مفهوم اصل برنولی و معادلهٔ پیوستگی، می‌توان نوشت:
هر چه دهانهٔ لوله تنگ‌تر شود (مساحت سطح مقطع لوله کمتر شود) ، تندی شاره بیشتر شده و فشار شاره کاهش می‌یابد. به عبارت دیگر سطح مقطع (A) با فشار (P) رابطهٔ مستقیم و با تندی (v) رابطهٔ عکس دارد. در نتیجه داریم:

$$A_۲ < A_۳ < A_۱ \Rightarrow P_۲ < P_۳ < P_۱ \Rightarrow v_۲ > v_۳ > v_۱$$

با توجه به رابطهٔ $P_۲ < P_۳ < P_۱$، میان ارتفاع مایعات درون لوله‌های قائم رابطهٔ $h_۲ < h_۳ < h_۱$ برقرار است.

۱۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با نوشتن معادله‌ی پیوستگی در شاره‌ی تراکم‌ناپذیر (این معادله بیانی از قانون پایستگی جرم است) و جایگذاری تندی‌های ورودی و خروجی در رابطه‌ی زیر داریم:

$$A_۱v_۱ + A_۲v_۲ = A_۳v_۳ \Rightarrow A\times ۰/۲ + ۰/۴A\times ۰/۱ = ۰/۴A\times v_۳ \Rightarrow v_۳ = ۰/۶\frac{m}{s}$$

۱۶ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$A_۱v_۱ = A_۲v_۲ \Rightarrow \frac{\pi D_۱^۲}{۴}v_۱ = \frac{\pi D_۲^۲}{۴}v_۲$$

$$\Rightarrow v_۲ = \left(\frac{D_۱}{D_۲}\right)^۲ v_۱ \Rightarrow v_۲ = \left(\frac{D}{\frac{۵}{۴}D}\right)^۲ v_۱ = \frac{۱۶}{۲۵}v_۱$$

تندی در مقطع بزرگ‌تر کاهش می‌یابد: $\Delta v = -۴/۵\frac{cm}{s}$

$$v_۲ - v_۱ = -۴/۵ \Rightarrow \frac{۱۶}{۲۵}v_۱ - v_۱ = -۴/۵ \Rightarrow -\frac{۹}{۲۵}v_۱ = -۴/۵ \Rightarrow v_۱ = ۱۲/۵\frac{cm}{s}$$

۱۷ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با نزدیک شدن به زمین، انرژی جنبشی ذرات آب و در نتیجه سرعت ذرات آب افزایش پیدا می‌کند. پس طبق قانون بقای جرم، سطح مقطع جریان کاهش می‌یابد.

۱۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left.\begin{aligned} P_۰ &= P_A + \rho_۲ gh \\ P_۰ &= P_B + \rho_۱ gh \end{aligned}\right\} \Rightarrow P_B - P_A = (\rho_۲ - \rho_۱)gh$$

$$|P_B - P_A| = ۳۰۰\times ۱۰\times \frac{۵}{۱۰۰} = ۱۵۰Pa$$

با توجه به رابطهٔ $P_A + \rho_۲gh = P_B + \rho_۱ gh$، چون $P_A > P_B$ است پس $\rho_۲ < \rho_۱$ است.

۱۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق معادله‌ی پیوستگی:

$$A_۱v_۱ = A_۲v_۲ \xrightarrow{A=\pi\frac{d^۲}{۴}} v_۱d_۱^{۲} = v_۲d_۲^{۲} \xrightarrow[d_۲=۲/۵\,\mathrm{cm}]{v_۱=۱/۵\frac{m}{s},\ d_۱=۱۲/۵\,\mathrm{cm}}$$

$$۱/۵\times(۱۲/۵)^{۲} = v_۲\times(۲/۵)^{۲} \Rightarrow V_۲ = ۲۵\times۱/۵ = ۳۷/۵\frac{m}{s}$$

۲۰ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. آهنگ حجمی شارش مایع در تمامی نقاط ظرف یکسان و برابر با $\frac{V}{t} = Av$ است:

$$\frac{V}{t} = A_c\,v_c = ۲۰\times۱۲۰ = ۲۴۰۰\,\frac{\mathrm{cm}^۳}{s} = ۲/۴\,\frac{L}{s}$$

از معادله پیوستگی (برابری آهنگ حجمی شارش در تمامی نقاط ظرف) استفاده می‌کنیم:

$$A_a\,v_a = A_c\,v_c \rightarrow ۸۰\,v_a = ۲۰\times۱۲۰ \rightarrow v_a = ۳۰\,\frac{\mathrm{cm}}{s}$$

۱	۱	۲	۳	**۴**
۲	۱	**۲**	۳	۴
۳	**۱**	۲	۳	۴
۴	۱	**۲**	۳	۴
۵	**۱**	۲	۳	۴
۶	**۱**	۲	۳	۴
۷	۱	**۲**	۳	۴
۸	**۱**	۲	۳	۴
۹	۱	۲	**۳**	۴
۱۰	۱	۲	۳	**۴**
۱۱	۱	**۲**	۳	۴
۱۲	۱	۲	**۳**	۴
۱۳	**۱**	۲	۳	۴
۱۴	۱	**۲**	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	**۴**
۱۶	۱	۲	**۳**	۴
۱۷	**۱**	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	**۳**	۴
۱۹	۱	**۲**	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	**۴**