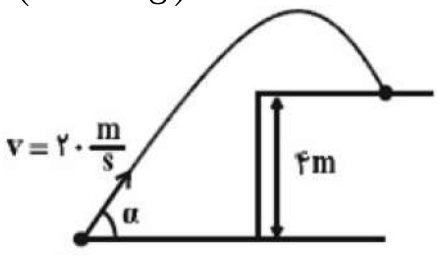
نام دبیر : مهندس مهدی باباخانی

عنوان آزمون : هومورک ۳ فصل ۳

۱ مطابق شکل زیر، گلوله‌ای به جرم $۴۰۰g$ از سطح زمین و با تندی $۲۰\frac{m}{s}$ به بالای ساختمانی به ارتفاع ۴ متر پرتاب می‌شود. اگر کار نیروی مقاومت هوا در طی مسیر حرکت برابر با $-۵۹J$ باشد، تندی گلوله در لحظه‌ی برخورد به بالای ساختمان چند متر بر ثانیه است؟

$\left(g = ۱۰\frac{N}{kg}\right)$



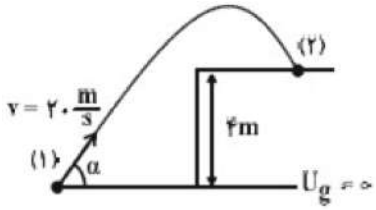
۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۱۰

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به قانون پایستگی انرژی و درنظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:

$$W_f = E_۲ - E_۱ \Rightarrow W_f = (K_۲ U_۲) - (K_۱ + U_۱)$$

$$\xrightarrow{U_۱ = ۰} W_f = K_۲ U_۲ - K_۱ \xrightarrow{W_f = -۵۹J}$$

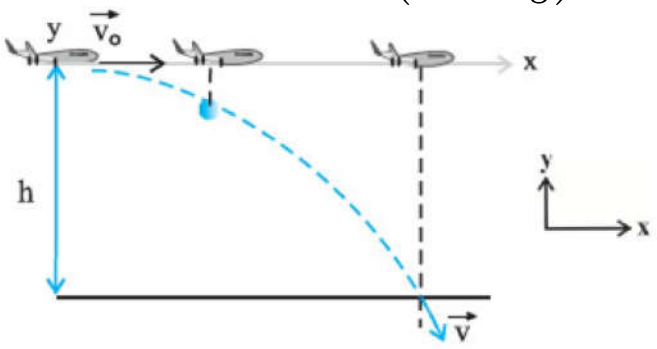
$$K_۲ - K_۱ + U_۲ = -۵۹ \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh = -۵۹$$



$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} \times ۰/۴ \times v_۲^۲ - \frac{۱}{۲} \times ۰/۴ \times (۲۰)^۲ + ۰/۴ \times ۱۰ \times ۴ = -۵۹ \Rightarrow ۰/۲v_۲^۲ = ۵ \Rightarrow v_۲^۲ = ۲۵$$

$$\Rightarrow v_۲ = ۵\frac{m}{s}$$

۲ در شکل زیر، هواپیمای بمب‌افکنی که در ارتفاع ۲۰۰ متری با تندی ثابت $۹۰۰\frac{km}{h}$ به طور افقی با سطح زمین پرواز می‌کند، بمبی را رها می‌کند. اگر از مقاومت هوا صرف‌نظر شود، اندازه‌ی تندی بمب در لحظه‌ی برخورد به زمین تقریباً چند متر بر ثانیه است؟ $\left(g = ۱۰\frac{N}{kg}\right)$



۱) ۲۰۰ ۲) ۲۲۰ ۳) ۲۵۸ ۴) ۳۲۰

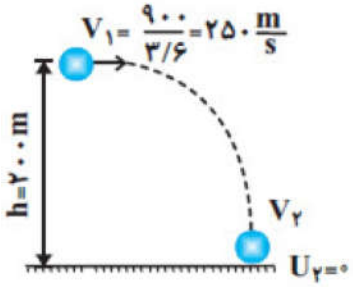
پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که از مقاومت هوا صرف‌نظر شده است، پس انرژی مکانیکی بمب در طول مسیر پایسته است.

با درنظر گرفتن زمین به عنوان مبدأ پتانسیل گرانشی داریم:

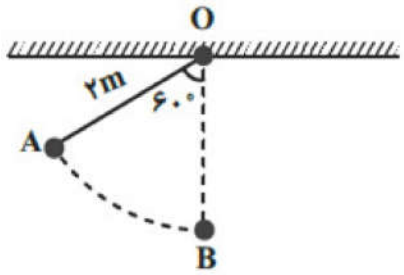
$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + ۰ \Rightarrow v_۲ = \sqrt{v_۱^۲ + ۲gh}$$

$$= \sqrt{۲۵۰^۲ + ۲\times۱۰\times۲۰۰} \Rightarrow v_۲ \simeq ۲۵۸\frac{m}{s}$$



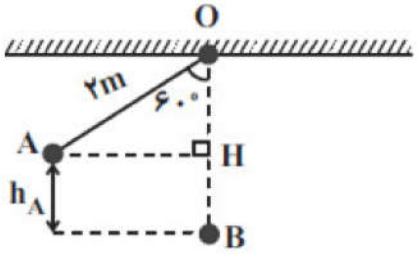
۳ مطابق شکل مقابل، گلولهٔ متصل به نخ سبکی را از نقطهٔ A و از حال سکون رها می‌کنیم. اگر در مسیر AB، اندازهٔ کار نیروی مقاومت هوا ۲۰ درصد اندازهٔ کار نیروی وزن گلوله باشد، تندی گلوله در پایین‌ترین نقطهٔ مسیر (نقطهٔ B) چند متر بر ثانیه است؟ $\left(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$



۱) $۲\sqrt{۶}$ ۲) ۳ ۳) $۲\sqrt{۵}$

۴) ۴

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا با درنظر گرفتن نقطهٔ B به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، h_A را می‌یابیم:



$$\text{Cos}\,۶۰^\circ = \frac{\overline{\text{OH}}}{\overline{\text{OA}}} \xrightarrow[\overline{\text{OA}}=۲m]{\text{Cos}\,۶۰^\circ=\frac{۱}{۲}} \frac{۱}{۲} = \frac{\overline{\text{OH}}}{۲} \Rightarrow \overline{\text{OH}} = ۱m$$

$$h_A = \overline{\text{BH}} = \overline{\text{OB}} - \overline{\text{OH}} \xrightarrow{\overline{\text{OB}}=\overline{\text{OA}}=۲m}$$

$$h_A = ۲ - ۱ = ۱m$$

چون نیروی مقاومت هوا وجود دارد، انرژی مکانیکی پایسته نمی‌ماند، بنابراین برای دو نقطهٔ A و B داریم:

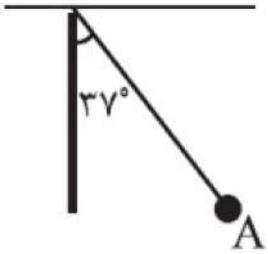
$$W_f = E_B - E_A \xrightarrow[E=U+K]{W_f=-\frac{۲۰}{۱۰۰}W_{mg}} -\frac{۲}{۱۰}W_{mg} = (U_B + K_B) - (U_A + K_A)$$

$$\xrightarrow[W_{mg}=mgh_A]{K_A=۰\,,\,U_B=۰} -\frac{۲}{۱۰}mgh_A = \left(۰ + \frac{۱}{۲}mv_B^۲\right) - (mgh_A + ۰)$$

$$\Rightarrow mgh_A - \frac{۲}{۱۰}mgh_A = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ \Rightarrow \frac{۸}{۱۰}mgh_A = \frac{۱}{۲}mv_B^۲ \xrightarrow{h_A=۱m}$$

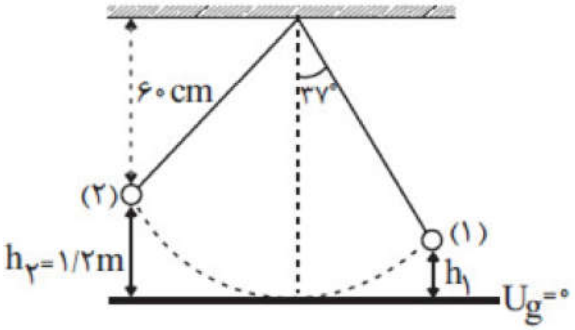
$$\frac{۸}{۱۰}\times۱۰\times۱ = \frac{v_B^۲}{۲} \Rightarrow v_B^۲ = ۱۶ \Rightarrow v_B = ۴\frac{m}{s}$$

۴ مطابق شکل مقابل، آونگی به طول $۱/۸m$ با تندی ۷ از وضعیت نشان داده شده (نقطهٔ A) عبور می‌کند. حداقل مقدار ۷ تقریباً چند متر بر ثانیه باشد تا گلوله به فاصلهٔ ۶۰ سانتی‌متری از سقف برسد؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$، $\sin ۳۷^\circ = ۰/۶$ و اتلاف انرژی نداریم.)



۱) $۳/۲$ ۲) $۳/۶$ ۳) $۴/۱$ ۴) $۴/۸$

پاسخ: **۳** گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون اتلاف انرژی نداریم، لذا انرژی مکانیکی گلوله پایسته می‌ماند. حداقل فاصلهٔ گلوله از سقف زمانی رخ می‌دهد که تندی گلوله در آن لحظه صفر باشد، حال با درنظر گرفتن پایین نقطهٔ مسیر به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:



$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ + mgh_۱ = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ + mgh_۲$$

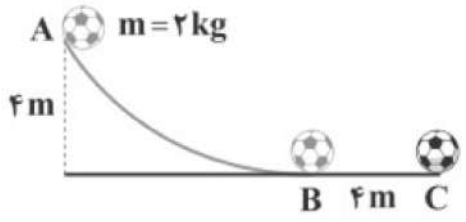
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}v_۱^۲ + gh_۱ = \frac{۱}{۲}v_۲^۲ + gh_۲$$

$$\xrightarrow[h_۲=۱/۲m, v_۲=۰]{h_۱=L-L\cos ۳۷^\circ,\ v_۱=v}$$

$$\frac{۱}{۲}v^۲ + ۱۰\times ۱/۸\times(۱-\cos ۳۷^\circ) = \frac{۱}{۲}\times(۰)^۲ + ۱۰\times ۱/۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}v^۲ + ۳/۶ = ۰ + ۱۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}v^۲ = ۸/۴ \Rightarrow v^۲ = ۱۶/۸ \Rightarrow v \simeq ۴/۱\frac{m}{s}$$

۵) در شکل زیر، توپ با چه تندی برحسب متر بر ثانیه از نقطه‌ی A پرتاب شود تا در نقطه‌ی C بایستد؟ (مسیر AB صیقلی بوده اندازه‌ی نیروی اصطکاک در مسیر BC، ثابت و برابر با $۴۰N$ است و $g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$)



۱) $۵\sqrt{۴}$ ۲) $۴\sqrt{۵}$ ۳) ۱۶ ۴) ۸

پاسخ: ۲) گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از صیقلی بودن مسیر AB می‌توان نتیجه گرفت که انرژی مکانیکی توپ در نقاط A و B با هم برابر هستند، بنابراین:

$$E_A = E_B$$

در ادامه بین دو نقطه‌ی B و C از تغییرات انرژی مکانیکی توپ استفاده می‌کنیم:

$$\begin{cases} E_C - E_B = W_{f_k} \\ E_B - E_A \end{cases} \Rightarrow E_C - E_A = W_{f_k}$$

$$\Rightarrow (K_C + U_C) - (K_A + U_A) = W_{f_k}$$

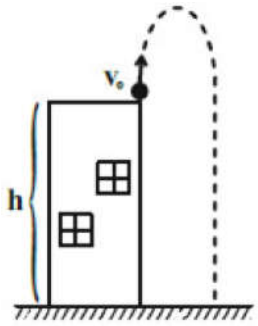
در نقطه‌ی C هر دو انرژی جنبشی و پتانسیل صفر هستند، زیرا تندی توپ و ارتفاع توپ از سطح زمین، صفر هستند، بنابراین عبارت بالا به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$-(K_A + U_A) = W_{f_k} = -f_k d$$

$$\Rightarrow -\left(\frac{۱}{۲} \times ۲ \times v_A^۲ + ۲ \times ۱۰ \times ۴\right) = -۴ \times ۴۰$$

$$\Rightarrow V_A^۲ = ۱۶۰ - ۸۰ = ۸۰ \Rightarrow v_A = \sqrt{۸۰} = ۴\sqrt{۵} \frac{m}{s}$$

۶ مطابق شکل مقابل، از بالای ساختمانی به ارتفاع h و در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم m را با تندی v_0 در راستای افق به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. پس از مدتی گلوله برمی‌گردد و با تندی v به زمین برخورد می‌کند. کدام گزینه اندازهٔ v را به درستی نشان می‌دهد؟ (g اندازهٔ شتاب گرانشی است.)



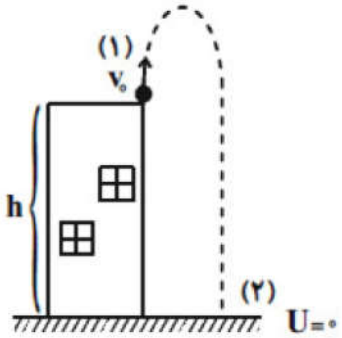
۱) $\sqrt{mgh + v_0^2}$

۲) $\sqrt{2gh - v_0^2}$

۳) $\sqrt{mgh - v_0^2}$

۴) $\sqrt{2gh + v_0^2}$

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نقطهٔ ۲ را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی درنظر می‌گیریم. طبق اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:



$$E_1 = E_2 \Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv^2$$

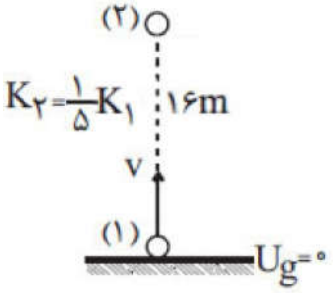
$$\Rightarrow mgh + \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{\times \frac{2}{m}} 2gh + v_0^2 = v^2$$

$$\Rightarrow v = \sqrt{2gh + v_0^2}$$

۷ در شرایط خلأ گلوله‌ای با تندی ۷ از سطح زمین به طرف بالا پرتاب می‌شود. در لحظه‌ای که انرژی جنبشی گلوله $\frac{۱}{۵}$ انرژی جنبشی آن در لحظهٔ پرتاب است، ارتفاع گلوله از سطح زمین $۱۶m$ است. تندی گلوله در چه ارتفاعی از سطح زمین نصف تندی اولیهٔ پرتاب گلوله است؟ $\left(g = ۱۰\frac{N}{kg}\right)$

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۳۰

پاسخ: **۲** گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون اتلاف انرژی نداریم، لذا انرژی مکانیکی گلوله پایسته می‌ماند. با توجه به شکل زیر و درنظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:



$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow K_۱ + U_۱ = K_۲ + U_۲ \xrightarrow[K_۲=\frac{۱}{۵}K_۱]{U_۱=۰}$$

$$\Rightarrow K_۱ = \frac{۱}{۵}K_۱ + U_۲ \Rightarrow U_۲ = \frac{۴}{۵}K_۱$$

$$\Rightarrow \mathrm{mgh} = \frac{۴}{۵}\times\frac{۱}{۲}\mathrm{mv}^۲ \Rightarrow v^۲ = \frac{۵}{۲}\mathrm{gh} \xrightarrow{h=۱۶m}$$

$$v^۲ = \frac{۵}{۲}\times۱۰\times۱۶ = ۴۰۰ \Rightarrow v = ۲۰\frac{m}{s}$$

حال ارتفاعی که گلوله در آن ارتفاع، تندی‌اش $۱۰\frac{m}{s}$ می‌شود را می‌یابیم:

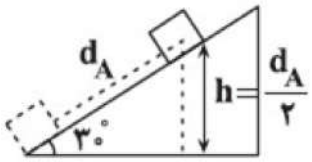
$$E_۳ = E_۱ \Rightarrow K_۳ + U_۳ = K_۱ + U_۱ \xrightarrow{U_۱=۰} K_۳ + U_۳ = K_۱$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}m\times(۱۰)^۲ + \mathrm{mgh}_۳ = \frac{۱}{۲}m\times(۲۰)^۲ \Rightarrow ۵۰ + ۱۰h_۳ = ۲۰۰ \Rightarrow ۱۰h_۳ = ۱۵۰ \Rightarrow h_۳ = ۱۵m$$

۸ مطابق شکل‌های زیر، جسم A را از پایین سطح شیبدار با تندی v به سمت بالا و جسم B را روی سطح افقی با تندی v پرتاب می‌کنیم. اگر جرم دو جسم با هم برابر باشند، از لحظه‌ی پرتاب تا لحظه‌ی توقف، نسبت جابه‌جایی جسم A روی سطح شیب‌دار به جابه‌جایی جسم B روی سطح افقی چه‌قدر است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$ و نیروی اصطکاک روی هر دو سطح را ۱۰% وزن جسم درنظر بگیرید.)

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۶}$ ۴) $\frac{۱}{۳}$

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. برای جسم A داریم:

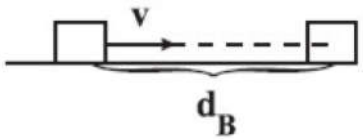


$$E_۲ - E_۱ = W_{f_k}$$

$$mgh - \frac{۱}{۲}mv^۲ = f_k d_A \cos ۱۸۰^\circ \xrightarrow[f_k = \frac{۱}{۱۰}mg]{h = d_A}$$

$$m \times ۱۰ \times \frac{d_A}{۲} - \frac{۱}{۲} m v^۲ = -\frac{m \times ۱۰}{۱۰} \times d_A \Rightarrow ۵d_A - \frac{۱}{۲}v^۲ = -d_A \Rightarrow d_A = \frac{v^۲}{۱۲}$$

برای جسم B داریم:



$$E_۲ - E_۱ = W_{f_k}$$

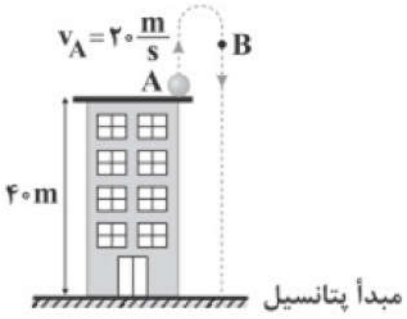
$$۰ - \frac{۱}{۲}mv^۲ = f_k d_B \cos ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow -\frac{۱}{۲} m v^۲ = -\frac{m \times ۱۰}{۱۰} \times d_B \Rightarrow d_B = \frac{v^۲}{۲}$$

بنابراین:

$$\frac{d_A}{d_B} = \frac{\frac{v^۲}{۱۲}}{\frac{v^۲}{۲}} = \frac{۱}{۶}$$

۹ مطابق شکل، در شرایط خلأ گلوله‌ای با تندی اولیه‌ی $۲۰\ \frac{m}{s}$ از بالای ساختمانی به ارتفاع ۴۰ متر در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر در نقطه‌ی B، انرژی جنبشی گلوله، ۲۵ درصد انرژی مکانیکی آن در نقطه‌ی A باشد، ارتفاع نقطه‌ی B از سطح زمین چند برابر بیشینه‌ی ارتفاع گلوله از سطح زمین است؟ $\left(g = ۱۰\ \frac{m}{s^۲}\right)$



۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{۵}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۵}$

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا انرژی مکانیکی گلوله در نقطه‌ی A را محاسبه می‌کنیم.

$$\begin{cases} U_A = \mathrm{mgh}_A = m\times ۱۰\times ۴۰ = ۴۰۰\mathrm{m} \\ K_A = \frac{۱}{۲}\,\mathrm{mv}^۲{}_A = \frac{۱}{۲}\,m\times ۲۰^۲ = ۲۰۰\mathrm{m} \end{cases} \Rightarrow E = U_A + K_A = ۶۰۰\mathrm{m}$$

مطابق اصل پایستگی انرژی مکانیکی، انرژی مکانیکی گلوله در همه‌ی نقاط مسیر برابر $۶۰۰\mathrm{m}$ خواهد بود، بنابراین در نقطه‌ی اوج (بیشترین ارتفاع از سطح زمین) می‌توان نوشت:

$$E = U_{\text{اوج}} = \mathrm{mgh}_{\text{اوج}} \Rightarrow ۶۰۰\mathrm{m} = ۱۰\times m\times h_{\text{اوج}} \Rightarrow h_{\text{اوج}} = ۶۰\mathrm{m}$$

همچنین در نقطه‌ی B، ۲۵ درصد انرژی مکانیکی به صورت انرژی جنبشی و ۷۵ درصد به صورت انرژی پتانسیل است، بنابراین داریم:

$$U_B = \frac{۷۵}{۱۰۰}\times ۶۰۰\,m = ۴۵۰\,m$$

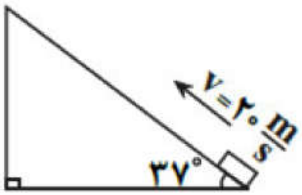
بنابراین: $U_B = \mathrm{mgh}_B \Rightarrow m\times ۱۰\times h_B = ۴۵۰\mathrm{m} \Rightarrow h_B = ۴۵\mathrm{m}$

بنابراین نسبت خواسته‌شده برابر است با: $\frac{h_B}{h_{\text{اوج}}} = \frac{۴۵}{۶۰} = \frac{۳}{۴}$

دقت کنید: در نقطه‌ی اوج، تندی گلوله صفر است، بنابراین انرژی جنبشی گلوله در این نقطه صفر است.

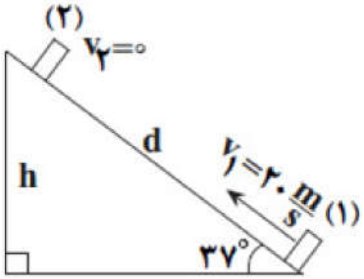
۱۰ مطابق شکل مقابل، جسمی را با سرعت اولیهٔ $۲۰\frac{m}{s}$ از پایین سطح شیب‌داری به طرف بالای سطح پرتاب می‌کنیم. اگر به ازای هر متری که جسم بر روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود، ۲ درصد از انرژی اولیهٔ جسم به صورت گرما تلف شود، این جسم حداکثر چه مسافتی برحسب متر را بر روی سطح شیب‌دار بالا خواهد رفت؟

($\text{Sin}\,۳۷^\circ = ۰/۶, g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ و مکان اولیهٔ جسم را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی درنظر بگیرید.)



۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۳۴

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون انرژی به صورت گرما تلف می‌شود، انرژی مکانیکی جسم پایسته نمی‌ماند و تغییرات انرژی مکانیکی جسم برابر با کار نیروی اصطکاک است. بنابراین با توجه به این‌که در نقطهٔ شروع، جسم فقط انرژی جنبشی $\left(E_۱ = \frac{۱}{۲}\text{mv}^۲_۱\right)$ و در انتهای مسیر فقط انرژی پتانسیل گرانشی $(E_۲ = \text{mgh})$ دارد، به صورت زیر، حداکثر مسافت را می‌یابیم:



$$E_۲ - E_۱ = W_f \Rightarrow \text{mgh} - \frac{۱}{۲}\text{mv}^۲_۰ = -\frac{۲}{۱۰۰}\left(\frac{۱}{۲}\text{mv}^۲_۰\right)d$$

$$\Rightarrow ۱۰h - \frac{۱}{۲}\times ۲۰^۲ = -\frac{۲}{۱۰۰}\times\frac{۱}{۲}\times ۲۰^۲ \times d$$

$$\Rightarrow ۱۰h - ۲۰۰ = -۴d$$

$\text{Sin}\,۳۷^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow h = ۰/۶d$

$$\longrightarrow ۱۰\times ۰/۶d - ۲۰۰ = -۴d \Rightarrow d = ۲۰m$$

۱۱ در شرایط خلا گلوله‌ای به جرم m را از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین با تندی ۵ $\frac{m}{s}$ به سمت پایین پرتاب می‌کنیم. در چه ارتفاعی از سطح زمین بر حسب متر انرژی پتانسیل گرانشی گلوله ۴ برابر انرژی جنبشی آن است؟
($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$ و مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین در نظر بگیرید.)

۱) ۳/۷۵ ۲) ۹ ۳) ۸ ۴) ۷/۲۵

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} E_۱ = U_۱ + K_۱ = mgh_۱ + K_۱ \\ E_۲ = U_۲ + K_۲ = mgh_۲ + K_۲ \end{cases}$$

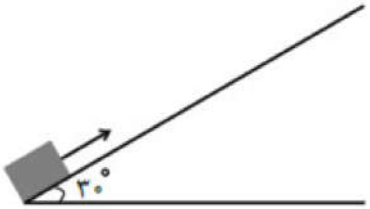
با استفاده از پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$\xrightarrow{U_۲ = ۴K_۲ \,,\, E_۱ = E_۲}$$

$$(m \times ۱۰ \times ۱۰) + \left(\frac{۱}{۲} \times m \times ۵^۲\right) = (m \times ۱۰ \times h_۲) + \left(\frac{۱}{۴} \times m \times ۱۰ \times h_۲\right)$$

$$\Rightarrow ۱۲/۵h_۲ = ۱۱۲/۵ \Rightarrow h_۲ = ۹m$$

۱۲) مطابق شکل مقابل، جسمی با تندی اولیهٔ $۷۲\frac{km}{h}$ از پایین یک سطح شیب‌دار با زاویهٔ ۳۰° نسبت به سطح افق، به سمت بالا پرتاب می‌شود. اگر تندی این جسم زمانی‌که به نقطهٔ پرتاب خود برمی‌گردد، نصف تندی اولیه‌اش باشد، جسم حداکثر تا چه ارتفاعی برحسب متر روی سطح شیب‌دار بالا رفته است؟ (بزرگی نیروی اصطکاک وارد بر جسم در طول مسیر ثابت است، $\sin ۳۰^\circ = \frac{۱}{۲}$ و $g = ۱۰\frac{N}{kg}$)



۱) ۱۲/۵
۲) ۲۰/۸۳
۳) ۲۵
۴) باید جرم جسم معلوم باشد

پاسخ: ۳) گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تندی اولیهٔ جسم برحسب متر بر ثانیه برابر است با:

$$v_۱ = \frac{۷۲\,km}{h} \times \frac{۱h}{۳۶۰۰s} \times \frac{۱۰۰۰m}{۱\,km} = ۲۰\frac{m}{s}$$

با توجه به این‌که اندازهٔ نیروی اصطکاک در طول مسیر ثابت است، اندازهٔ کار این نیرو نیز در مسیرهای رفت و برگشت یکسان خواهد بود.

در مسیر رفت:

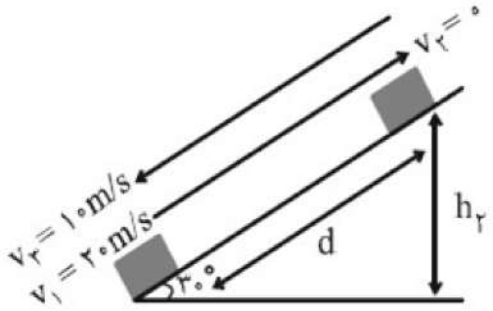
$$W_f = E_۲ - E_۱ = (U_۲ + K_۲) - (U_۱ + K_۱) \xrightarrow{K_۲=۰\,,\,U_۱=۰} W_f = U_۲ - K_۱ = mgh_۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \quad (۱)$$

در مسیر برگشت:

$$W'_f = E_۳ - E_۲ = (U_۳ + K_۳) - (U_۲ + K_۲) \xrightarrow{U_۳=۰\,,\,K_۲=۰} W'_f = K_۳ - U_۲ = \frac{۱}{۲}mv_۳^۲ - mgh_۲ \quad (۲)$$

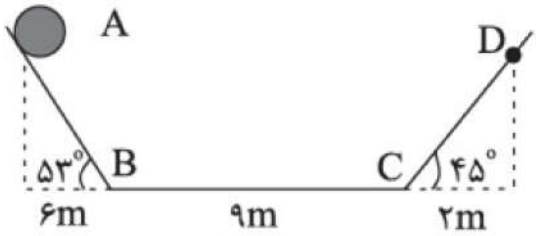
$$W_f = W'_f \xrightarrow{۱,۲} mgh_۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ = \frac{۱}{۲}mv_۳^۲ - mgh_۲ \Rightarrow ۲gh_۲ = \frac{۱}{۲}\left(v_۱^۲ + v_۳^۲\right)$$

$$\xrightarrow[h_۲=d\sin ۳۰^\circ]{v_۱=۲۰\frac{m}{s}\,,\,v_۳=۱۰\frac{m}{s}} ۲\times ۱۰\times d\times \sin ۳۰^\circ = \frac{۱}{۲}(۲۰^۲ + ۱۰^۲) \Rightarrow ۱۰d = ۲۵۰ \Rightarrow d = ۲۵m$$



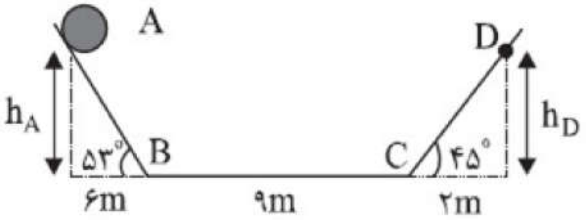
۱۳ در شکل مقابل، جسمی به جرم $۲\ kg$ بدون تندی اولیه از نقطهٔ A رها می‌شود. اگر اندازهٔ نیروی اصطکاک جنبشی وارد بر جسم در مسیر افقی $\overline{BC}$ برابر با ۴ نیوتون و بقیهٔ مسیرها بدون اصطکاک باشند، تندی جسم در هنگام اولین عبور آن از نقطهٔ D، چند متر بر ثانیه است؟

$$\left(\sin ۵۳^\circ = ۰/۸, g = ۱۰\frac{m}{s^۲}\right)$$



۱) ۱۰ ۲) $۲\sqrt{۲۷}$ ۳) $۲\sqrt{۲۱}$ ۴) $۲\sqrt{۲۳}$

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



طبق قانون پایستگی انرژی مکانیکی و با درنظر گرفتن سطح افقی به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:

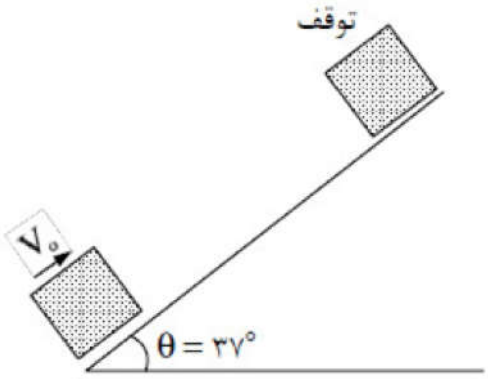
$$W_f = \Delta E \Rightarrow -f_k d = E_D - E_A \Rightarrow -f_k d = \left(\frac{۱}{۲}mv_D^۲ + mgh_D\right) - mgh_A$$

$$-۴\times۹ = \left(\frac{۱}{۲}mv_D^۲ + mg(\tan ۴۵^\circ \times ۲)\right) - mg(\tan ۵۳^\circ \times ۶)$$

$$\left(\frac{۱}{۲}\times۲\times v_D^۲ + ۲\times۱۰\times(۱\times۲)\right) - ۲\times۱۰\times\left(\frac{۸}{۶}\times۶\right) = -۳۶ \Rightarrow v_D^۲ = ۸۴ \Rightarrow v_D = ۲\sqrt{۲۱}\frac{m}{s}$$

۱۴ در شکل مقابل جرم m با سرعت V_0 به طرف بالای سطح پرتاب می‌شود و حداکثر $۷۵m$ روی سطح حرکت می‌کند. سرعت اولیه چند متر بر ثانیه است؟

$$\left(g = ۱۰\frac{m}{s^۲}, \mu_K = ۰\right)$$



۱ ۴۰ ۲ ۳۵ ۳ ۳۰ ۴ ۲۵

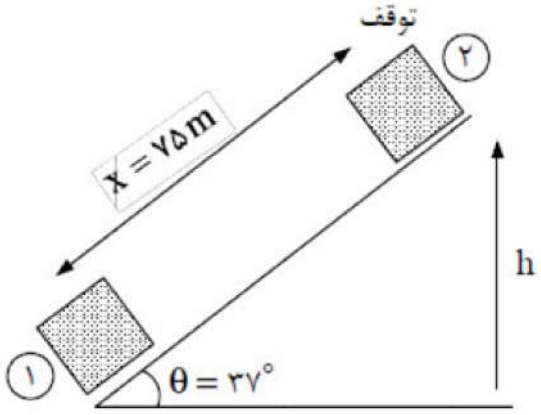
پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$h = x\,\mathrm{Sin}\,\theta \Rightarrow h = ۷۵\times ۰/۶ = ۴۵m$$

$$E_۱ = E_۲$$

$$\frac{۱}{۲}\cancel{m}V_0^۲ = \cancel{m}\,gh \Rightarrow \frac{۱}{۲}V_0^۲ = ۱۰\times ۴۵ \Rightarrow V_0^۲ = ۹۰۰$$

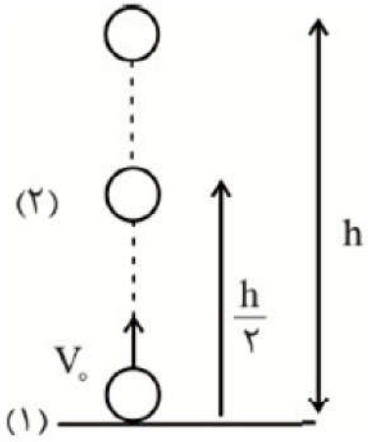
$$V_0 = ۳۰\frac{m}{s}$$



۱۵ پرتابه‌ای به جرم m با تندی اولیه $۱۰۰\frac{m}{s}$ به طرف بالا پرتاب می‌شود. در ارتفاع چند متری، انرژی جنبشی گلوله هم‌اندازه انرژی پتانسیل آن می‌شود؟ $\left(\mu_{\text{هوا}} = ۰, g = ۱۰\frac{N}{kg}\right)$

۱) ۵۰۰ ۲) ۳۷۵ ۳) ۲۵۰ ۴) ۱۲۵

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق گفته مسئله باید نیمی از انرژی جنبشی جسم در لحظه پرتاب به صورت انرژی پتانسیل و نیمی دیگر به صورت انرژی جنبشی باشد.



$$\Rightarrow E_{(۱)} = E_{(۲)}$$

$$\begin{cases} K_۱ + \cancel{U_۱}^{۰} = K_۲ + U_۲ \\ K_۲ = \frac{۱}{۲}K_۱ \end{cases} \Rightarrow K_۱ = \frac{۱}{۲}K_۱ + U_۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}K_۱ = U_۲$$

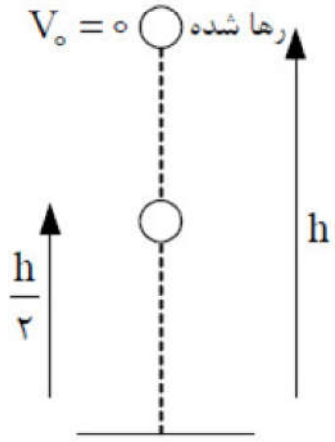
$$\frac{۱}{۲}\left(\frac{۱}{۲}\cancel{m}\,V_{۰}^{۲}\right) = \cancel{m}\,gh_۲$$

$$\frac{۱}{۴}\times(۱۰۰)^{۲} = ۱۰h_۲ \Rightarrow h_۲ = \frac{۲۵۰۰}{۱۰} = ۲۵۰m$$

۱۶ جسمی از ارتفاع h نسبت به سطح زمین رها می‌شود. تندی جسم در نیمه‌ی راه مسیر آن کدام مورد زیر است؟

۱) $\sqrt{\frac{gh}{۲}}$ ۲) $\sqrt{gh}$ ۳) $\sqrt{\frac{۳}{۲}gh}$ ۴) $\sqrt{۲\,gh}$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



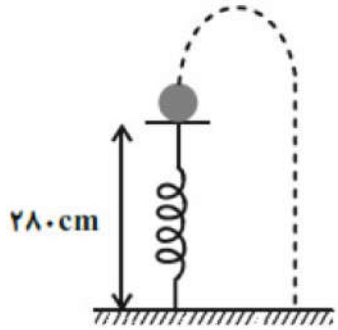
$$\begin{cases} E_۱ = U_۱ + \cancel{K_۱}^{۰} \\ E_۲ = U_۲ + K_۲ \end{cases} \Rightarrow E_۱ = E_۲$$

$$U_۱ = U_۲ + K_۲$$

$$\cancel{m}\,gh = \cancel{m}\,g\left(\frac{h}{۲}\right) + \frac{۱}{۲}\cancel{m}\,V^{۲} \Rightarrow \frac{۱}{۲}V^{۲} = g\left(h - \frac{h}{۲}\right)$$

$$\Rightarrow V^{۲} = ۲g\left(\frac{h}{۲}\right) \Rightarrow V^{۲} = gh \Rightarrow V = \sqrt{gh}$$

۱۷ مطابق شکل مقابل، توپی به جرم $۲\,kg$ در حال سکون روی فنر قائم فشرده شده‌ای در ارتفاع ۲۸۰ سانتی‌متری از سطح زمین قرار دارد. انرژی ذخیره شده در فنر (انرژی پتانسیل کشسانی فنر) در این حالت $۲۰۰J$ است. اگر تمام انرژی پتانسیل کشسانی فنر تبدیل به انرژی جنبشی توپ شود، تندی توپ هنگام برخورد به زمین چند واحد SI است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$ و از جرم فنر و اتلاف انرژی صرف‌نظر شود.)



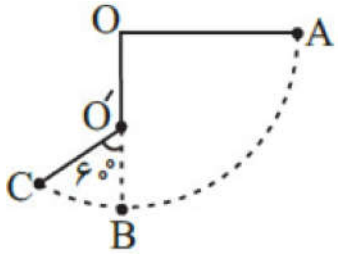
۱) ۱۰ ۲) ۱۲ ۳) ۱۴ ۴) ۱۶

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با درنظر گرفتن سطح زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی و با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow E_{\text{فنر}} + U_۱ + K_۱ = U_۲ + K_۲ \xrightarrow[E_{\text{فنر}}=۲۰۰J]{K_۱=۰\,,\,U_۲=۰}$$

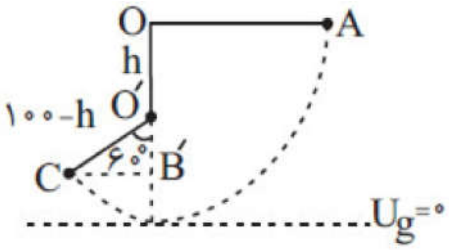
$$۲۰۰ + \text{mgh}_۱ = \frac{۱}{۲}\text{mv}_۲^۲ \Rightarrow ۲۰۰ + ۲\times۱۰\times۲/۸ = \frac{۱}{۲}\times۲\times v_۲^۲ \Rightarrow v_۲^۲ = ۲۵۶ \Rightarrow v_۲ = ۱۶\frac{m}{s}$$

۱۸ گلوله‌ای به جرم m را توسط نخی به طول ۱۰۰ cm و با جرم ناچیز، مطابق شکل به نقطهٔ O آویخته و آن‌را از وضعیت افقی A بدون تندی اولیه رها می‌کنیم و میله‌ای را در مسیر حرکت نخ در نقطهٔ O' به فاصلهٔ h پایین‌تر از نقطهٔ O نصب می‌کنیم. اگر تندی گلوله هنگام عبور از نقطهٔ C برابر با $۴\frac{m}{s}$ باشد، h چند سانتی‌متر است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$ و اتلاف انرژی نداریم.)



۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی و درنظر گرفتن پایین‌ترین نقطهٔ مسیر حرکت گلوله به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:



$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C$$

$$\Rightarrow ۰ + U_A = K_C + U_C \Rightarrow mgh_A = \frac{۱}{۲}mv_C^۲ + mgh_C$$

$$\Rightarrow gh_A = \frac{۱}{۲}v_C^۲ + gh_C \xrightarrow[v_C=۴\frac{m}{s}]{h_A=۱۰۰\,cm}$$

$$۱۰\times۱ = \frac{۱}{۲}\times(۴)^۲ + ۱۰h_C \Rightarrow h_C = ۰/۲m$$

فاصله نقطهٔ B' از نقطهٔ O برابر است با:

$$OB' = ۸۰cm \Rightarrow h + (۱۰۰ - h)\times\frac{۱}{۲} = ۸۰ \Rightarrow h + ۵۰ - \frac{h}{۲} = ۸۰ \Rightarrow \frac{h}{۲} = ۳۰ \Rightarrow h = ۶۰\,cm$$

۱۹ از بالای یک برج به ارتفاع $۶۰m$ سنگی به جرم $۲\,\mathrm{kg}$ را با سرعت $۲۵\frac{m}{s}$ به طرف پایین پرتاب می‌کنیم و سنگ با سرعت $۴۰\frac{m}{s}$ به سطح زمین می‌رسد. کار نیروی مقاوم هوا در این مسیر چند ژول است؟

$$\left(g = ۱۰\frac{N}{\mathrm{kg}}\right)$$

۱) -۶۷۵ ۲) -۵۲۵ ۳) -۳۷۵ ۴) -۲۲۵

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$K_۱ = \frac{۱}{۲}\mathrm{mV}_۱^۲ = \frac{۱}{۲}\times ۲\times (۲۵)^۲ = ۶۲۵J$$

$$K_۲ = \frac{۱}{۲}\mathrm{mV}_۲^۲ = \frac{۱}{۲}\times ۲\times (۴۰)^۲ = ۱۶۰۰J$$

$$W_t = K_۲ - K_۱ \Rightarrow \text{کار کل } W_t = ۱۶۰۰ - ۶۲۵ = ۹۷۵J$$

از طرفی:

$$\begin{cases} W_t = W_{\mathrm{mg}} + W_{\text{هوا}} \\ W_{\mathrm{mg}} = \mathrm{mg}\times h\times \mathrm{Cos}\,(۰) = ۲\times ۱۰\times ۶۰\times ۱ = ۱۲۰۰J \end{cases}$$

$$\Rightarrow W_{\text{هوا}} = W_t - W_{\mathrm{mg}} = ۹۷۵ - ۱۲۰۰ = -۲۲۵J$$

علامت منفی مربوط به کار نیروی مقاوم است.

۲۰ چتربازی از بالونی که در ارتفاع ۸۰۰ متری از سطح زمین در حال سکون قرار دارد، با تندی $۲\frac{m}{s}$ به بیرون بالون می‌پرد و با تندی $۴\frac{m}{s}$ به زمین می‌رسد. اگر اندازهٔ کار نیروی مقاومت هوا روی چترباز در طول مسیر حرکت برابر با $۶۰۰\ \text{kJ}$ باشد، جرم چترباز تقریباً چند کیلوگرم است؟ $\left(g = ۱۰\frac{N}{\text{kg}}\right)$

۱) ۷۰ ۲) ۶۰ ۳) ۵۰ ۴) ۷۵

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل مقابل، در طول حرکت چترباز، دو نیروی وزن و مقاومت هوا به او وارد می‌شود. نیروی وزن در جهت جابه‌جایی و نیروی مقاومت هوا در خلاف جهت جابه‌جایی است. با توجه به قضیهٔ کار - انرژی جنبشی، کار کل انجام شده بر روی چترباز برابر با تغییر انرژی جنبشی آن است. بنابراین به صورت زیر جرم چترباز را پیدا می‌کنیم:

$$W_t = K_۲ - K_۱ \xrightarrow[K=\frac{۱}{۲}mv^۲]{W_t=W_{\text{وزن}}+W_{\text{مقاومت هوا}}}$$

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \frac{۱}{۲}mv_۱^۲ \xrightarrow{W_{\text{وزن}}=mgh}$$

$$mgh + W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{۱}{۲}m\left(v_۲^۲ - v_۱^۲\right) \xrightarrow[W_{\text{مقاومت هوا}}=-۶\times۱۰^۵\,J]{h=۸۰۰m}$$

$$m\times۱۰\times۸۰۰ - ۶\times۱۰^۵ = \frac{m}{۲}\times(۱۶-۴) \Rightarrow ۸۰۰۰m - ۶m = ۶\times۱۰^۵$$

$$\Rightarrow ۷۹۹۴m = ۶\times۱۰^۵ \xrightarrow{۷۹۹۴\simeq ۸۰۰۰} ۸۰۰۰m = ۶\times۱۰^۵ \Rightarrow m \simeq ۷۵kg$$