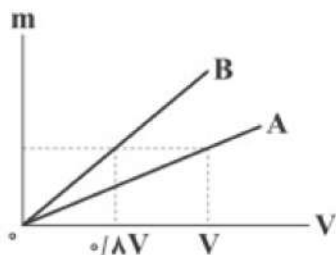


۱ با توجه به نمودار داده شده، چند گرم از مایع A با چگالی $\frac{0.8}{\text{cm}^3} g$ را با 200 cm^3 از مایع B مخلوط کنیم، تا چگالی مخلوط به دست آمده برابر $\frac{0.85}{\text{cm}^3} b$ شود؟



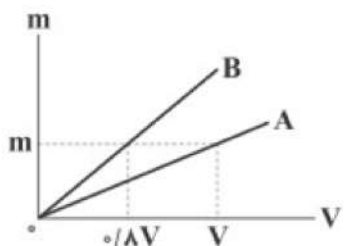
۱۶۰ (۴)

۲۰۰ (۳)

۴۸۰ (۲)

۶۰۰ (۱)

۲ پاسخ: گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای حل کردن این سؤال گام‌های زیر را طی می‌کنیم.
گام اول: محاسبه‌ی چگالی مایع B:



$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\text{یکسان: } m} \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{V_A}{V_B} = \frac{V}{0.8V}$$

$$\xrightarrow{\rho_A = 0.8 \frac{g}{\text{cm}^3}} \rho_B = 1 \frac{g}{\text{cm}^3}$$

گام دوم: محاسبه‌ی حجم مایع A:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_B V_B + \rho_A V_A}{V_B + V_A} \Rightarrow 0.85 = \frac{1 \times 200 + 0.8 V_A}{200 + V_A}$$

$$\Rightarrow 170 + 0.85 V_A = 200 + 0.8 V_A$$

$$\Rightarrow 0.05 V_A = 30 \Rightarrow V_A = 600 \text{ cm}^3$$

گام سوم: محاسبه‌ی جرم مایع A:

$$m_A = \rho_A V_A = 0.8 \times 600 = 480 \text{ g}$$

۲ در ظرفی که 250 cm^3 حجم دارد. 200 cm^3 آب وجود دارد. جسمی به جرم 300 گرم و چگالی $\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 5000$ که درون آن حفره وجود دارد را درون ظرف قرار می‌دهیم. جسم کاملاً در آب فرو رفته و 50 سانتی‌متر مکعب آب از ظرف بیرون می‌ریزد. حجم حفره‌ی داخل جسم چند سانتی‌متر مکعب است؟

- ۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گام اول: حجم خالی ظرف در ابتدا 50 cm^3 بوده است و چون 50 cm^3 آب بیرون ریخته شده است، می‌توان نتیجه گرفت حجم ظاهری جسم $100 \text{ cm}^3 = 50 + 50$ است.
گام دوم: حجم واقعی جسم را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \rho = \frac{300}{V} \Rightarrow V = 60 \text{ cm}^3$$

گام سوم: حجم حفره درون جسم را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{حفره}} = 100 - 60 = 40 \text{ cm}^3$$

۳ چگالی آلیاژی از سرب و آهن برابر $\frac{8}{6} \frac{g}{\text{cm}^3}$ است. چند درصد از حجم آلیاژ را سرب تشکیل داده است؟ (چگالی آهن $\frac{8}{\text{cm}^3}$ و چگالی سرب $\frac{11}{\text{cm}^3}$ فرض می‌شود).

- ۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۵۰ ۴) ۸۰

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m_{\text{Fe}} + m_{\text{Pb}}}{v_{\text{Fe}} + v_{\text{Pb}}} = \frac{\rho_{\text{Fe}} v_{\text{Fe}} + \rho_{\text{Pb}} v_{\text{Pb}}}{v_{\text{Fe}} + v_{\text{Pb}}}$$

$$\frac{8}{6} = \frac{8v_{\text{Fe}} + 11v_{\text{Pb}}}{v_{\text{Fe}} + v_{\text{Pb}}} \Rightarrow \frac{8}{6}v_{\text{Fe}} + \frac{8}{6}v_{\text{Pb}} = 8v_{\text{Fe}} + 11v_{\text{Pb}}$$

$$\frac{8}{6}v_{\text{Fe}} = \frac{4}{3}v_{\text{Pb}} \Rightarrow v_{\text{Fe}} = \frac{2}{3}v_{\text{Pb}}$$

$$\frac{v_{\text{Pb}}}{v_{\text{کل}}} = \frac{v_{\text{Pb}}}{v_{\text{Fe}} + v_{\text{Pb}}} = \frac{v_{\text{Pb}}}{\frac{2}{3}v_{\text{Pb}} + v_{\text{Pb}}} = \frac{1}{5}$$

$$\frac{v_{\text{Pb}}}{v_{\text{کل}}} = \frac{1}{5} \times 100 = 20\%$$

۴ قطعه سنگی به جرم $2/7 \text{ kg}$ را داخل ظرفی که پر از الکل است می‌اندازیم، 360 g الکل از ظرف بیرون می‌ریزد. چگالی سنگ

چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ $\left(\rho_{\text{الکل}} = \frac{0.8}{\text{cm}^3} \right)$

- ۱) ۱۵ ۲) $12/5$ ۳) $7/5$ ۴) ۶

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اول حجم الکل بیرون ریخته را به دست می‌آوریم:

$$V = \frac{m_{\text{الکل}}}{\rho_{\text{الکل}}} = \frac{360 \text{ g}}{0.8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = 450 \text{ cm}^3$$

پس حجم سنگ هم 450 cm^3 بوده است. حال چگالی سنگ:

$$\rho_{\text{سنگ}} = \frac{m_{\text{سنگ}}}{V_{\text{سنگ}}} \Rightarrow \rho_{\text{سنگ}} = \frac{270 \text{ g}}{450 \text{ cm}^3} \Rightarrow \rho_{\text{سنگ}} = \frac{6}{\text{cm}^3}$$

۵ مخلوطی از آب و یخ به حجم 150 cm^3 در اختیار داریم. اگر تمام آب موجود در مخلوط یخ بزند، حجم مخلوط به 160 cm^3 خواهد

رسید. جرم اولیه یخ چند گرم بوده است؟ $\left(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{یخ}} = 0.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$

۵۴ (۴)

۹۰ (۳)

۶۴ (۲)

۸۶ (۱)

۴ پاسخ: گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در ابتدا حجم مخلوط آب و یخ 150 cm^3 است. بنابراین با استفاده از رابطه چگالی، جرم مخلوط را

$$V_{\text{آب}} + V_{\text{یخ}} = 150 \text{ cm}^3 \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}} \frac{m_{\text{آب}}}{\rho_{\text{آب}}} + \frac{m_{\text{یخ}}}{\rho_{\text{یخ}}} = 150 \quad \text{می یابیم:}$$

$$\frac{\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{\rho_{\text{یخ}} = 0.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rightarrow \frac{m_{\text{آب}}}{1} + \frac{m_{\text{یخ}}}{0.9} = 150 \Rightarrow m_{\text{آب}} = 150 - \frac{m_{\text{یخ}}}{0.9} \quad (1)$$

وقتی تمام آب موجود در مخلوط یخ بزند، جرم یخ برابر همان $m_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}}$ اولیه می باشد. بنابراین می توان نوشت:

$$\rho_{\text{یخ}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} \rightarrow \frac{m_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}}}{160} = \frac{m_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}}}{150} \Rightarrow m_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}} = 144$$

$$(1) \rightarrow 150 - \frac{m_{\text{یخ}}}{0.9} + m_{\text{یخ}} = 144$$

$$150 - 144 = \frac{m_{\text{یخ}}}{0.9} - m_{\text{یخ}} \Rightarrow 6 = \frac{m_{\text{یخ}} - 0.9 m_{\text{یخ}}}{0.9} \Rightarrow 6 = \frac{0.1 m_{\text{یخ}}}{0.9} \Rightarrow m_{\text{یخ}} = 54 \text{ g}$$

۶ جرم های m_1 و m_2 از دو مایع به ترتیب با چگالی های $\rho_1 = 0.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $\rho_2 = 1.2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را با هم مخلوط می کنیم. اگر

در این اختلاط تغییر حجم ناچیز باشد، چگالی مخلوط حاصل $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ می شود. m_2 چند برابر m_1 است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{6}$ (۱)

۳ پاسخ: گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون در این اختلاط تغییر حجم رخ نداده است، می توان نوشت:

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \rho = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}} \Rightarrow 1 = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{0.6} + \frac{m_2}{1.2}}$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{0.6} + \frac{m_2}{1.2} = m_1 + m_2 \Rightarrow \frac{5}{3} m_1 - m_1 = m_2 - \frac{5}{6} m_2$$

$$\Rightarrow \frac{2}{3} m_1 = \frac{1}{6} m_2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{6}} = 4$$

۷ جواهرفروشی در ساختن یک قطعه‌ی جواهر به جای طلای خالص، مقداری نقره نیز به کار برده است. اگر حجم قطعه‌ی توپر ساخته شده، ۵ سانتی‌متر مکعب و چگالی آن $\frac{g}{cm^3} = 13/6$ باشد، جرم نقره‌ی به کار رفته، در این مخلوط چند گرم است؟ (چگالی نقره و طلا به ترتیب $\frac{g}{cm^3} = 10$ و $\frac{g}{cm^3} = 19$ است.)

۳۸ (۴)

۳۴ (۳)

۳۰ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: ۲ گزینه صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی چگالی مخلوط، داریم:
(Au نماد شیمیایی طلا و Ag نماد شیمیایی نقره است.)

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{Au}} + m_{\text{Ag}}}{V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}}}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_{\text{Au}} V_{\text{Au}} + \rho_{\text{Ag}} V_{\text{Ag}}}{V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}}} \xrightarrow{\rho_{\text{مخلوط}} = 13/6 \frac{g}{cm^3}, V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}} = 5 cm^3}$$

$$\rho_{\text{Au}} = 19 \frac{g}{cm^3}, \rho_{\text{Ag}} = 10 \frac{g}{cm^3}$$

$$13/6 = \frac{19V_{\text{Au}} + 10V_{\text{Ag}}}{5} \Rightarrow 19V_{\text{Au}} + 10V_{\text{Ag}} = 68$$

اگر دستگاه دو معادله‌ی دو مجهولی زیر را حل کنیم، مقادیر V_{Au} و V_{Ag} به دست می‌آید:

$$\begin{cases} 19V_{\text{Au}} + 10V_{\text{Ag}} = 68 \\ V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 19V_{\text{Au}} + 10V_{\text{Ag}} = 68 \\ 19V_{\text{Au}} + 19V_{\text{Ag}} = 95 \\ 9V_{\text{Ag}} = 27 \end{cases} \Rightarrow V_{\text{Ag}} = 3 cm^3, V_{\text{Au}} = 2 cm^3$$

خواسته‌ی مسئله، محاسبه‌ی جرم نقره‌ی به کار رفته است، پس طبق تعریف چگالی داریم:

$$\rho_{\text{Ag}} = \frac{m_{\text{Ag}}}{V_{\text{Ag}}} \xrightarrow{\rho_{\text{Ag}} = 10 \frac{g}{cm^3}, V_{\text{Ag}} = 3 cm^3} 10 = \frac{m_{\text{Ag}}}{3} \Rightarrow m_{\text{Ag}} = 10 \times 3 = 30 g$$

۸ در عمق ۵ سانتی متری از سطح مایعی ساکن، فشار کل برابر با ۱۰۰ کیلوپاسکال و در عمق ۲۰ سانتی متری از همان مایع، فشار کل برابر با ۱۰۶ کیلوپاسکال می باشد. اگر ۵۰ سانتی متر مکعب از این مایع را با ۲۰ سانتی متر مکعب از مایعی به چگالی $2000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ مخلوط کنیم، در صورتی که در اثر اختلاط این دو مایع، ۶ سانتی متر مکعب کاهش حجم رخ دهد، چگالی مخلوط چند $\frac{\text{kg}}{\text{L}}$ خواهد بود؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

- ۱ $1/6 \times 10^3$ ۲ $1/6$ ۳ $3/75$ ۴ $3/75 \times 10^3$

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه‌ی فشار کل در عمق h از مایع ساکن داریم:

$$P = P_0 + \rho gh \Rightarrow \begin{cases} P_1 = P_0 + \rho gh_1 \\ P_2 = P_0 + \rho gh_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 100 \times 10^3 = P_0 + \rho \times 10 \times \frac{5}{100} \text{ (I)} \\ 106 \times 10^3 = P_0 + \rho \times 10 \times \frac{20}{100} \text{ (II)} \end{cases}$$

حال به کمک این دو معادله، چگالی مایع ۱ را محاسبه می کنیم:

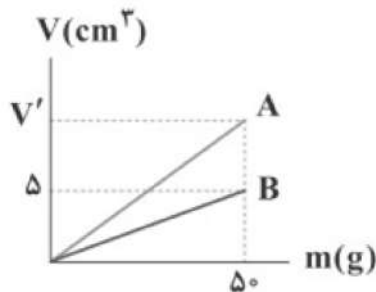
$$\text{II} - \text{I} \Rightarrow 6000 = 1/5 \rho \Rightarrow \rho = 4000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

حال برای محاسبه‌ی چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}} - V} = \frac{m_1 + m_2}{[V_1 + V_2] - V'} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{[V_1 + V_2] - V'} = \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{4000 \times 50 + 2000 \times 20}{[50 + 20] - 6}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 3750 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 3/75 \frac{\text{kg}}{\text{L}}$$

۹ نمودار حجم بر حسب جرم دو ماده‌ی A و B مطابق شکل زیر است. جرم یکسانی از دو ماده‌ی A و B را با هم مخلوط کرده و آلیاژی با چگالی $8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ ساخته ایم. V' چند سانتی متر مکعب است؟



- ۱ 7 ۲ $7/5$ ۳ 8 ۴ $8/5$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چگالی آلیاژ برابر است با:

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow 8 = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{50 + 50}{V' + 5} \Rightarrow 8V' + 40 = 100$$

$$V' = 7/5 \text{ cm}^3$$

۱۰ مخلوطی از دو نوع مایع با چگالی‌های ρ_1 و ρ_2 درست شده است. اگر $\frac{1}{4}$ حجم آن از مایع با چگالی ρ_1 و باقی‌مانده از مایع با

چگالی ρ_2 بوده باشد، چگالی مخلوط برابر کدام گزینه است؟

۱ $\frac{4\rho_1\rho_2}{\rho_1 + 3\rho_2}$ ۲ $\frac{\rho_1 + 3\rho_2}{4}$ ۳ $\frac{4\rho_1\rho_2}{3\rho_1 + \rho_2}$ ۴ $\frac{3\rho_1 + \rho_2}{4}$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای چگالی مخلوط داریم:

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_1 \times \frac{1}{4} V + \rho_2 \times \frac{3}{4} V}{V}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{1}{4} \rho_1 + \frac{3}{4} \rho_2 = \frac{\rho_1 + 3\rho_2}{4}$$

۱۱ طول هر ضلع یک مکعب آهنی ۹ cm و جرم آن ۵ kg است. اگر چگالی آهن برابر $\frac{g}{cm^3}$ باشد، آن‌گاه کدام گزینه در ارتباط با این مکعب درست است؟

۱ توپر است و حجم آن 625 cm^3 است. ۲ توپر است و حجم آن 729 cm^3 است.

۳ توخالی است و حجم حفره‌ی داخل آن 104 cm^3 است. ۴ توخالی است و حجم حفره‌ی داخل آن 625 cm^3 است.

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حجم ظاهری مکعب برابر است با:

$$V = a^3 = 9^3 = 729 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{5 \times 10^3}{8} = 625 \text{ cm}^3$$

حجم آهن برابر است با:

پس مکعب دارای حفره است و حجم حفره‌ی آن برابر است با:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{آهن}} = 729 - 625 = 104 \text{ cm}^3$$

۱۲ ۴۰۰ گرم آب با دمای صفر درجه‌ی سلسیوس را داخل دستگاه یخ‌سازی می‌ریزیم. وقتی ۲۵ درصد از جرم آب به یخ تبدیل شود،

چگالی مخلوط چند گرم بر سانتی‌متر مکعب خواهد شد؟ $\left(\rho_{\text{یخ}} = 0.9 \frac{g}{cm^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3} \right)$

۱ $\frac{16}{17}$ ۲ ۱۲ ۳ ۱۳ ۴ ۱۴

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

با استفاده از رابطه‌ی چگالی، حجم آب و یخ را به طور جداگانه محاسبه می‌کنیم:

$$\rho_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}}} \Rightarrow 1 = \frac{0.75 \times 400}{V_{\text{آب}}} \Rightarrow V_{\text{آب}} = 300 \text{ cm}^3$$

$$\rho_{\text{یخ}} = \frac{m_{\text{یخ}}}{V_{\text{یخ}}} \Rightarrow 0.9 = \frac{0.25 \times 400}{V_{\text{یخ}}} \Rightarrow V_{\text{یخ}} = 125 \text{ cm}^3$$

چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m}{V_{\text{یخ}} + V_{\text{آب}}} = \frac{400}{125 + 300} = \frac{400}{425} = \frac{80}{85} = \frac{16}{17} \frac{g}{cm^3}$$

۱۳) استوانه‌ای به جرم m ، طول L ، شعاع داخلی R_1 و شعاع خارجی R_2 در اختیار داریم. اگر بخواهیم استوانه‌ای به طول $2L$ ، شعاع داخلی $3R_1$ و شعاع خارجی $3R_2$ از همین ماده بسازیم، به چند m از این ماده نیاز داریم؟

۱۸ (۴)

۱۲ (۳)

۶ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: ۴ گزینه صحیح است. حجم استوانه‌ی توخالی از رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:

$$V = \pi \left(R_2^2 - R_1^2 \right) L \quad (I)$$

با استفاده از رابطه‌ی چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \xrightarrow{(I)} m = \rho \pi \left(R_2^2 - R_1^2 \right) L \quad (II)$$

برای استوانه‌ی دوم داریم:

$$m' = \rho V' = \rho \times \pi \left[(3R_2)^2 - (3R_1)^2 \right] 2L = 18 \rho \pi \left(R_2^2 - R_1^2 \right) L \xrightarrow{(II)} m' = 18m$$

۱۴

چگالی ماده‌ی A، ۲۵ درصد بیش‌تر از چگالی ماده‌ی B است. کره‌ای به شعاع R از جنس ماده‌ی A و استوانه‌ای به شعاع مقطع $\frac{1}{4}R$ و ارتفاع ۲R از جنس ماده‌ی B در اختیار داریم که جرم یکسانی دارند. اگر بدانیم یکی از آن‌ها حتماً توپر است، کدام گزینه صحیح است؟

۱) استوانه‌ی B توخالی است و حجم حفره‌ی داخل آن برابر با $\frac{14}{16}\pi R^3$ است.

۲) کره‌ی A توخالی است و حجم حفره‌ی داخل آن برابر با $\frac{14}{15}\pi R^3$ است.

۳) استوانه‌ی B توخالی است و حجم حفره‌ی داخل آن برابر با $\frac{1}{16}\pi R^3$ است.

۴) کره‌ی A توخالی است و حجم حفره‌ی داخل آن برابر با $\frac{1}{15}\pi R^3$ است.

پاسخ: ۲ گزینه صحیح است. با توجه به این‌که چگالی ماده‌ی A، ۲۵ درصد بیش‌تر از چگالی ماده‌ی B است، داریم:

$$\rho_A = 1/25 \rho_B \quad (*)$$

$$m_A = m_B \xrightarrow{m=\rho V} \rho_A V_A = \rho_B V_B \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \xrightarrow{(*)} \frac{V_B}{V_A} = 1/25$$

بنابراین حجم واقعی استوانه‌ی B از حجم کره‌ی A بیش‌تر است.

$$V'_A = \frac{4}{3}\pi R^3 \quad \text{با توجه به ابعاد دو جسم، حجم ظاهری آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم:}$$

$$V_B = \pi \left(\frac{R}{4}\right)^2 (2R) = \frac{1}{4}\pi R^3$$

چون حجم ظاهری استوانه‌ی B کم‌تر از حجم ظاهری کره‌ی A شد، با توجه به نتیجه‌ای که در بالا گرفتیم می‌توان استدلال کرد که استوانه‌ی B توپر و کره‌ی A توخالی است. بنابراین:

$$V_A = \frac{1}{1/25} \times \frac{1}{4}\pi R^3 = \frac{1}{2/5}\pi R^3 = \frac{5}{2}\pi R^3$$

$$\text{حجم حفره} = \text{حجم واقعی} - \text{حجم ظاهری} = \frac{5}{2}\pi R^3 - \frac{1}{4}\pi R^3 = \frac{14}{4}\pi R^3 = \frac{7}{2}\pi R^3$$

۱۵) مخلوطی از آب و یخ صفر درجه ی سلسیوس در اختیار داریم. در اثر تبادل گرما مقداری از آب منجمد می‌شود و حجم مخلوط

$$5 \text{ cm}^3 \text{ افزایش می‌یابد. جرم مقداری از آبی که منجمد شده چند گرم است؟ } \left(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \text{ و } \rho_{\text{یخ}} = 0.9 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \right)$$

۵۰ (۴)

۴۵ (۳)

۵ (۲)

۴/۵ (۱)

پاسخ: ۳ گزینه صحیح است. وقتی آب منجمد می‌شود، جرم آن ثابت اما حجم آن افزایش می‌یابد. طبق رابطه ی چگالی

$$V_1 = V_{\text{آب}} = V_{\text{یخ}} \text{ داریم:}$$

$$V_2 = V_{\text{آب}} = V_{\text{یخ}}$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 \Rightarrow \Delta V = (V_{\text{آب}} - V_{\text{آب}}) + (V_{\text{یخ}} - V_{\text{یخ}}) \Rightarrow \Delta V = \frac{-m}{\rho_{\text{آب}}} + \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}}$$

$$\Rightarrow 5 = \frac{-m}{1} + \frac{m}{0.9} \Rightarrow m = 45 \text{ g}$$

۱۶) در استوانه‌ای به حجم ۱۵۰ سانتی‌متر مکعب، ۲۰۰ گرم از مایعی به چگالی $2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ موجود است. اگر گلوله‌ای به جرم 400 g و

چگالی $8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ را به آرامی در این ظرف بیاندازیم، 20 cm^3 مایع از ظرف سرریز می‌شود. کدام گزینه صحیح است؟

۱) گلوله توپُر است. ۲) گلوله دارای حفره است و حجم حفره 20 cm^3 است.

۳) گلوله دارای حفره است و حجم حفره 25 cm^3 است. ۴) گلوله دارای حفره است و حجم حفره 50 cm^3 است.

پاسخ: ۲ گزینه صحیح است. ابتدا حجم مایع داخل ظرف را با استفاده از رابطه ی چگالی به دست می‌آوریم:



$$m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} V_{\text{مایع}} \xrightarrow[\rho_{\text{مایع}} = 2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}]{m_{\text{مایع}} = 200 \text{ g}} 200 = 2V_{\text{مایع}} \Rightarrow V_{\text{مایع}} = 100 \text{ cm}^3$$

با انداختن گلوله داخل ظرف، حجم گلوله برابر با مجموع حجم خالی ظرف و حجم مایع سرریز شده است.

$$V_{\text{گلوله}} = V_{\text{خالی ظرف}} + V_{\text{سرریز شده}} \Rightarrow V_{\text{گلوله}} = 50 + 20 = 70 \text{ cm}^3$$

حال با توجه به رابطه ی چگالی، حجم فلز به کار رفته در گلوله را می‌یابیم:

$$V_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} \xrightarrow[\rho_{\text{فلز}} = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}]{m_{\text{فلز}} = 400 \text{ g}} V_{\text{فلز}} = \frac{400}{8} = 50 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{گلوله}} - V_{\text{فلز}} = 70 - 50 = 20 \text{ cm}^3 \text{ حجم حفره ی داخل گلوله برابر است با:}$$

۱۷) برای ایجاد یک مخلوط، 500 cm^3 از ماده‌ای با چگالی $\frac{g}{\text{cm}^3}$ را با 2500 cm^3 از ماده‌ای با چگالی $\frac{g}{\text{cm}^3}$ و 1000 cm^3 از ماده‌ای با چگالی $\frac{g}{\text{cm}^3}$ مخلوط کرده‌ایم. اگر در فرایند مخلوط کردن کاهش حجمی رخ ندهد، چگالی مخلوط چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

- ۱) $1/8$ ۲) $1/45$ ۳) $1/7$ ۴) $2/1$

پاسخ: ۲ گزینه صحیح است. برای تعیین چگالی مخلوط، جرم هر کدام از ماده‌ها را به کمک $m = \rho V$ تعیین می‌کنیم و در رابطه زیر قرار می‌دهیم:

$$\rho = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \rho_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3} \Rightarrow \rho = \frac{2/4 \times 500 + 1/2 \times 2500 + 1/6 \times 1000}{500 + 2500 + 1000}$$

$$= 1/45 \frac{g}{\text{cm}^3}$$

۱۸) 100 cm^3 از مایعی به چگالی $\frac{g}{\text{cm}^3}$ را با 300 cm^3 از مایعی به چگالی $\frac{g}{\text{cm}^3}$ مخلوط می‌کنیم. اگر در این مخلوط کردن، حجم کل ۱۵ درصد کاهش یابد، چگالی مخلوط چند گرم بر سانتی‌متر مکعب می‌شود؟

- ۱) ۴ ۲) ۴/۲۵ ۳) ۴/۵ ۴) ۵

پاسخ: ۴ گزینه صحیح است.

$$m_{\text{مخلوط}} = m_1 + m_2 = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2$$

$$= (3/5 \times 100) + (4/5 \times 300) = 1700 \text{ g}$$

$$V_{\text{مخلوط}} = \frac{85}{100} (V_1 + V_2) = \frac{85}{100} (100 + 300) = 340 \text{ cm}^3$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} = \frac{1700}{340} = 5 \frac{g}{\text{cm}^3}$$

۱۹) تکه سنگی به جرم 200 g و چگالی $\frac{g}{\text{cm}^3}$ را به آرامی درون استوانه‌ی مدرجی برحسب سانتی‌متر مکعب، محتوی 135 cm^3 الکل با چگالی $\frac{g}{\text{cm}^3}$ وارد می‌کنیم. پس از وارد کردن تکه سنگ در استوانه‌ی مدرج، سطح الکل مقابل کدام عدد روی استوانه قرار می‌گیرد و جرم مجموعه چند گرم است؟ (فرض کنید الکل از ظرف بیرون نمی‌ریزد.)

- ۱) ۲۸۰، ۱۰۰ ۲) ۳۰۸، ۲۳۵ ۳) ۲۸۰، ۲۳۵ ۴) ۳۰۸، ۱۰۰

پاسخ: ۲ گزینه صحیح است. هرگاه سنگ را به آرامی درون استوانه‌ی مدرج قرار دهیم، تغییر حجم مایع برابر با حجم سنگ

$$V_{\text{سنگ}} = \frac{m}{\rho} = \frac{200}{2} = 100 \text{ cm}^3 \quad \text{است. داریم:}$$

$$V_2 = 135 + 100 = 235 \text{ cm}^3 \quad \text{عدد استوانه‌ی مدرج برابر است با:}$$

$$m_{\text{الکل}} = \rho V = 0/8 \times 135 = 108 \text{ g} \quad \text{جرم الکل موجود در استوانه‌ی مدرج برابر است با:}$$

$$m_t = 108 + 200 = 308 \text{ g} \quad \text{جرم کل مجموعه برابر است با:}$$

۲۰ پرتقال با پوست و پرتقال بدون پوستی را درون ظرف حاوی آب می‌اندازیم. کدام گزینه صحیح می‌باشد؟

۱ پرتقال با پوست دارای جرم بیش‌تری از پرتقال بدون پوست است در نتیجه در آب فرو می‌رود.

۲ پرتقال بدون پوست دارای جرم کم‌تری نسبت به پرتقال با پوست است. در نتیجه روی آب شناور می‌ماند.

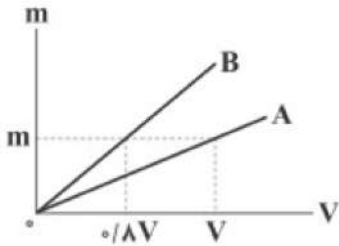
۳ چگالی پرتقال با پوست کم‌تر از چگالی آب است. در نتیجه روی آب شناور می‌ماند.

۴ چگالی پرتقال بدون پوست کم‌تر از چگالی آب است. در نتیجه روی آب شناور می‌ماند.

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چگالی پرتقال با پوست کم‌تر از آب است و بر روی آب شناور می‌ماند. اما چگالی پرتقال بدون پوست بیش‌تر از آب است و در آب فرو می‌رود.

۱

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای حل کردن این سؤال گام‌های زیر را طی می‌کنیم.
گام اول: محاسبه‌ی چگالی مایع B:



$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow{\text{یکسان } m} \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{V_A}{V_B} = \frac{V}{0/8V}$$

$$\xrightarrow{\rho_A = 0/8 \frac{g}{cm^3}} \rho_B = 1 \frac{g}{cm^3}$$

گام دوم: محاسبه‌ی حجم مایع A:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_B V_B + \rho_A V_A}{V_B + V_A} \Rightarrow 0/85 = \frac{1 \times 200 + 0/8 V_A}{200 + V_A}$$

$$\Rightarrow 170 + 0/85 V_A = 200 + 0/8 V_A$$

$$\Rightarrow 0/05 V_A = 30 \Rightarrow V_A = 600 \text{ cm}^3$$

گام سوم: محاسبه‌ی جرم مایع A:

$$m_A = \rho_A V_A = 0/8 \times 600 = 480 \text{ g}$$

۲

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گام اول: حجم خالی ظرف در ابتدا 50 cm^3 بوده است و چون 50 cm^3 آب بیرون ریخته شده است، می‌توان نتیجه گرفت حجم ظاهری جسم $100 \text{ cm}^3 = 50 + 50$ است.
گام دوم: حجم واقعی جسم را حساب می‌کنیم:

$$\rho = \frac{m_{\text{واقعی}}}{V} \rightarrow 5 = \frac{300}{V} \Rightarrow V = 60 \text{ cm}^3$$

گام سوم: حجم حفره درون جسم را حساب می‌کنیم:

$$V_{\text{حفره}} = 100 - 60 = 40 \text{ cm}^3$$

۳

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m_{\text{Fe}} + m_{\text{Pb}}}{v_{\text{Fe}} + v_{\text{Pb}}} = \frac{\rho_{\text{Fe}} v_{\text{Fe}} + \rho_{\text{Pb}} v_{\text{Pb}}}{v_{\text{Fe}} + v_{\text{Pb}}}$$

$$8/6 = \frac{7 v_{\text{Fe}} + 11 v_{\text{Pb}}}{v_{\text{Fe}} + v_{\text{Pb}}} \Rightarrow 8/6 v_{\text{Fe}} + 8/6 v_{\text{Pb}} = 7 v_{\text{Fe}} + 11 v_{\text{Pb}}$$

$$0/6 v_{\text{Fe}} = 5/6 v_{\text{Pb}} \Rightarrow v_{\text{Fe}} = 5 v_{\text{Pb}}$$

$$\frac{v_{\text{Pb}}}{v_{\text{کل}}} = \frac{v_{\text{Pb}}}{v_{\text{Fe}} + v_{\text{Pb}}} = \frac{v_{\text{Pb}}}{5 v_{\text{Pb}} + v_{\text{Pb}}} = \frac{1}{6}$$

$$\frac{v_{\text{Pb}}}{v_{\text{کل}}} = \frac{1}{6} \times 100 = \%16.7$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اول حجم الکل بیرون ریخته را به دست می‌آوریم: ۴

$$V = \frac{m_{\text{الکل}}}{\rho_{\text{الکل}}} = \frac{۳۶۰ \text{ g}}{۰/۸ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} = ۴۵۰ \text{ cm}^3$$

پس حجم سنگ هم ۴۵۰ cm^3 بوده است. حال چگالی سنگ:

$$\rho_{\text{سنگ}} = \frac{m_{\text{سنگ}}}{V_{\text{سنگ}}} \Rightarrow \rho_{\text{سنگ}} = \frac{۲۷۰۰ \text{ g}}{۴۵۰ \text{ cm}^3} \Rightarrow \rho_{\text{سنگ}} = ۶ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در ابتدا حجم مخلوط آب و یخ ۱۵۰ cm^3 است. بنابراین با استفاده از رابطه چگالی، جرم مخلوط را ۵

$$V_{\text{آب}} + V_{\text{یخ}} = ۱۵۰ \text{ cm}^3 \xrightarrow{V = \frac{m}{\rho}} \frac{m_{\text{آب}}}{\rho_{\text{آب}}} + \frac{m_{\text{یخ}}}{\rho_{\text{یخ}}} = ۱۵۰ \quad \text{می‌یابیم:}$$

$$\frac{\rho_{\text{آب}} = ۱ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}}{\rho_{\text{یخ}} = ۰/۹ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}} \rightarrow \frac{m_{\text{آب}}}{۱} + \frac{m_{\text{یخ}}}{۰/۹} = ۱۵۰ \Rightarrow m_{\text{آب}} = ۱۵۰ - \frac{m_{\text{یخ}}}{۰/۹} \quad (۱)$$

وقتی تمام آب موجود در مخلوط یخ بزند، جرم یخ برابر همان $m_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}}$ اولیه می‌باشد. بنابراین می‌توان نوشت:

$$\rho_{\text{یخ}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} \xrightarrow{m_{\text{مخلوط}} = m_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}}} \frac{۹}{۱۰} = \frac{m_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}}}{۱۶۰} \Rightarrow m_{\text{آب}} + m_{\text{یخ}} = ۱۴۴$$

$$\xrightarrow{(۱)} ۱۵۰ - \frac{m_{\text{یخ}}}{۰/۹} + m_{\text{یخ}} = ۱۴۴$$

$$۱۵۰ - ۱۴۴ = \frac{m_{\text{یخ}}}{۰/۹} - m_{\text{یخ}} \Rightarrow ۶ = \frac{m_{\text{یخ}} - ۰/۹ m_{\text{یخ}}}{۰/۹} \Rightarrow ۶ = \frac{۰/۱ m_{\text{یخ}}}{۰/۹} \Rightarrow m_{\text{یخ}} = ۵۴ \text{ g}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون در این اختلاط تغییر حجم رخ نداده است، می‌توان نوشت: ۶

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \rho = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}} \Rightarrow ۱ = \frac{m_1 + m_2}{\frac{m_1}{۰/۶} + \frac{m_2}{۱/۲}}$$

$$\Rightarrow \frac{m_1}{۰/۶} + \frac{m_2}{۱/۲} = m_1 + m_2 \Rightarrow \frac{۵}{۳} m_1 - m_1 = m_2 - \frac{۵}{۶} m_2$$

$$\Rightarrow \frac{۲}{۳} m_1 = \frac{۱}{۶} m_2 \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{\frac{۲}{۳}}{\frac{۱}{۶}} = ۴$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی چگالی مخلوط، داریم:

۷

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} \Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{Au}} + m_{\text{Ag}}}{V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}}}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{\rho_{\text{Au}} V_{\text{Au}} + \rho_{\text{Ag}} V_{\text{Ag}}}{V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}}} \quad \rho_{\text{مخلوط}} = 13 \frac{g}{cm^3}, V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}} = 5 cm^3$$

$$\rho_{\text{Au}} = 19 \frac{g}{cm^3}, \rho_{\text{Ag}} = 10 \frac{g}{cm^3}$$

$$13/6 = \frac{19V_{\text{Au}} + 10V_{\text{Ag}}}{5} \Rightarrow 19V_{\text{Au}} + 10V_{\text{Ag}} = 65$$

اگر دستگاه دو معادله‌ی دو مجهولی زیر را حل کنیم، مقادیر V_{Au} و V_{Ag} به دست می‌آید:

$$\begin{cases} 19V_{\text{Au}} + 10V_{\text{Ag}} = 65 \\ V_{\text{Au}} + V_{\text{Ag}} = 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 19V_{\text{Au}} + 10V_{\text{Ag}} = 65 \\ 19V_{\text{Au}} + 19V_{\text{Ag}} = 95 \end{cases} \Rightarrow V_{\text{Ag}} = 3 cm^3, V_{\text{Au}} = 2 cm^3$$

$$9V_{\text{Ag}} = 27$$

خواسته‌ی مسئله، محاسبه‌ی جرم نقره‌ی به کار رفته است، پس طبق تعریف چگالی داریم:

$$\rho_{\text{Ag}} = \frac{m_{\text{Ag}}}{V_{\text{Ag}}} \quad \rho_{\text{Ag}} = 10 \frac{g}{cm^3} \quad 10 = \frac{m_{\text{Ag}}}{3} \Rightarrow m_{\text{Ag}} = 10 \times 3 = 30 g$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه‌ی فشار کل در عمق h از مایع ساکن داریم:

۸

$$P = P_0 + \rho gh \Rightarrow \begin{cases} P_1 = P_0 + \rho gh_1 \\ P_2 = P_0 + \rho gh_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 100 \times 10 = P_0 + \rho \times 10 \times \frac{5}{100} \quad (I) \\ 106 \times 10 = P_0 + \rho \times 10 \times \frac{20}{100} \quad (II) \end{cases}$$

حال به کمک این دو معادله، چگالی مایع ۱ را محاسبه می‌کنیم:

$$II - I \Rightarrow 6000 = 10/5\rho \Rightarrow \rho = 4000 \frac{kg}{m^3}$$

حال برای محاسبه‌ی چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{کل}}}{V_{\text{کل}} - V'} = \frac{m_1 + m_2}{[V_1 + V_2] - V'} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{[V_1 + V_2] - V'} = \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{4000 \times 50 + 2000 \times 20}{[50 + 20] - 6}$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = 3750 \frac{kg}{m^3} = 3/75 \frac{kg}{L}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چگالی آلیاژ برابر است با:

۹

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \rho = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{50 + 50}{V' + 5} \Rightarrow \rho V' + 40 = 100$$

$$V' = 1/5 cm^3$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای چگالی مخلوط داریم:

۱۰

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \rho = \frac{\rho_1 \times \frac{1}{4} V + \rho_2 \times \frac{3}{4} V}{V}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{1}{4} \rho_1 + \frac{3}{4} \rho_2 = \frac{\rho_1 + 3\rho_2}{4}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. حجم ظاهری مکعب برابر است با: (۱۱)

$$V = a^3 = 9^3 = 729 \text{ cm}^3$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{m}{\rho} = \frac{5 \times 10^3}{8} = 625 \text{ cm}^3$$

حجم آهن برابر است با:

پس مکعب دارای حفره است و حجم حفره ی آن برابر است با:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{آهن}} = 729 - 625 = 104 \text{ cm}^3$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (۱۲)

با استفاده از رابطه ی چگالی، حجم آب و یخ را به طور جداگانه محاسبه می کنیم:

$$\rho_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}}} \Rightarrow 1 = \frac{0.75 \times 400}{V_{\text{آب}}} \Rightarrow V_{\text{آب}} = 300 \text{ cm}^3$$

$$\rho_{\text{یخ}} = \frac{m_{\text{یخ}}}{V_{\text{یخ}}} \Rightarrow 0.9 = \frac{0.25 \times 400}{V_{\text{یخ}}} \Rightarrow V_{\text{یخ}} = 125 \text{ cm}^3$$

چگالی مخلوط برابر است با:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m}{V_{\text{یخ}} + V_{\text{آب}}} = \frac{400}{125 + 300} = \frac{400}{425} = \frac{80}{85} = \frac{16}{17} \frac{g}{\text{cm}^3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. حجم استوانه ی توخالی از رابطه ی زیر محاسبه می شود: (۱۳)

$$V = \pi \left(R_{\text{ب}}^2 - R_{\text{د}}^2 \right) L \quad (I)$$

با استفاده از رابطه ی چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \xrightarrow{(I)} m = \rho \pi \left(R_{\text{ب}}^2 - R_{\text{د}}^2 \right) L \quad (II)$$

برای استوانه ی دوم داریم:

$$m' = \rho V' = \rho \times \pi \left[(R_{\text{ب}}')^2 - (R_{\text{د}}')^2 \right] L = 18 \rho \pi \left(R_{\text{ب}}^2 - R_{\text{د}}^2 \right) L \xrightarrow{(II)} m' = 18m$$

۱۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به این که چگالی ماده‌ی A، ۲۵ درصد بیش‌تر از چگالی ماده‌ی B است، داریم:

$$\rho_A = 1/25 \rho_B \quad (*)$$

$$m_A = m_B \xrightarrow{m=\rho V} \rho_A V_A = \rho_B V_B \Rightarrow \frac{V_B}{V_A} = \frac{\rho_A}{\rho_B} \xrightarrow{(*)} \frac{V_B}{V_A} = 1/25$$

بنابراین حجم واقعی استوانه‌ی B از حجم کره‌ی A بیش‌تر است.

$$V_A = \frac{4}{3} \pi R^3 \quad \text{با توجه به ابعاد دو جسم، حجم ظاهری آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم:}$$

$$V_B = \pi \left(\frac{R}{2} \right)^2 (2R) = \frac{1}{2} \pi R^3$$

چون حجم ظاهری استوانه‌ی B کم‌تر از حجم ظاهری کره‌ی A شد، با توجه به نتیجه‌ای که در بالا گرفتیم می‌توان استدلال کرد که استوانه‌ی B توپر و کره‌ی A توخالی است. بنابراین:

$$V_A = \frac{1}{1/25} \times \frac{1}{2} \pi R^3 = \frac{1}{2/5} \pi R^3 = \frac{5}{2} \pi R^3$$

$$\text{حجم حفره} = \text{حجم واقعی} - \text{حجم ظاهری} = \frac{4}{3} \pi R^3 - \frac{5}{2} \pi R^3 = -\frac{14}{15} \pi R^3$$

۱۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. وقتی آب منجمد می‌شود، جرم آن ثابت اما حجم آن افزایش می‌یابد. طبق رابطه‌ی چگالی

$$V_1 = V_{\text{آب}} = V_{\text{یخ}} \quad \text{داریم:}$$

$$V_2 = V_{\text{آب}} = V_{\text{یخ}}$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 \Rightarrow \Delta V = (V_{\text{آب}} - V_{\text{یخ}}) + (V_{\text{یخ}} - V_{\text{یخ}}) \Rightarrow \Delta V = \frac{-m}{\rho_{\text{آب}}} + \frac{m}{\rho_{\text{یخ}}}$$

$$\Rightarrow \Delta = \frac{-m}{1} + \frac{m}{0.9} \Rightarrow m = 45g$$

۱۶

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا حجم مایع داخل ظرف را با استفاده از رابطه‌ی چگالی به دست می‌آوریم:



$$m_{\text{مایع}} = \rho_{\text{مایع}} V_{\text{مایع}} \xrightarrow{\rho_{\text{مایع}} = \frac{2g}{\text{cm}^3}} \xrightarrow{m_{\text{مایع}} = 200g} 200 = 2 V_{\text{مایع}} \Rightarrow V_{\text{مایع}} = 100 \text{cm}^3$$

با انداختن گلوله داخل ظرف، حجم گلوله برابر با مجموع حجم خالی ظرف و حجم مایع سرریز شده است.

$$V_{\text{گلوله}} = V_{\text{خالی ظرف}} + V_{\text{سرریز شده}} \Rightarrow V_{\text{گلوله}} = 50 + 20 = 70 \text{cm}^3$$

حال با توجه به رابطه‌ی چگالی، حجم فلز به کار رفته در گلوله را می‌یابیم:

$$V_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} \xrightarrow{m_{\text{فلز}} = 400g} \xrightarrow{\rho_{\text{فلز}} = 8 \frac{g}{\text{cm}^3}} V_{\text{فلز}} = \frac{400}{8} = 50 \text{cm}^3$$

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{گلوله}} - V_{\text{فلز}} = 70 - 50 = 20 \text{cm}^3 \quad \text{حجم حفره‌ی داخل گلوله برابر است با:}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای تعیین چگالی مخلوط، جرم هر کدام از ماده‌ها را به کمک $m = \rho V$ تعیین می‌کنیم و در رابطه زیر قرار می‌دهیم:

$$\rho = \frac{m_1 + m_2 + m_3}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 + \rho_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3} \Rightarrow \rho = \frac{2/4 \times 500 + 1/2 \times 2500 + 1/6 \times 1000}{500 + 2500 + 1000}$$

$$= 1/45 \frac{g}{cm^3}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۱۸

$$m_{\text{مخلوط}} = m_1 + m_2 = \rho_1 V_1 + \rho_2 V_2$$

$$= (3/5 \times 100) + (4/5 \times 300) = 1700g \text{ جرم کل مخلوط}$$

$$V_{\text{مخلوط}} = \frac{85}{100}(V_1 + V_2) = \frac{85}{100}(100 + 300) = 340 \text{ cm}^3$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} = \frac{1700}{340} = 5 \frac{g}{cm^3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. هرگاه سنگ را به آرامی درون استوانه‌ی مدرج قرار دهیم، تغییر حجم مایع برابر با حجم سنگ است. ۱۹

$$V_{\text{سنگ}} = \frac{m}{\rho} = \frac{200}{2} = 100 \text{ cm}^3 \quad \text{داریم:}$$

$$V_2 = 135 + 100 = 235 \text{ cm}^3 \quad \text{عدد استوانه‌ی مدرج برابر است با:}$$

$$m_{\text{الکل}} = \rho V = 0.8 \times 135 = 108g \quad \text{جرم الکل موجود در استوانه‌ی مدرج برابر است با:}$$

$$m_t = 108 + 200 = 308g \quad \text{جرم کل مجموعه برابر است با:}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چگالی پرتقال با پوست کمتر از آب است و بر روی آب شناور می‌ماند. اما چگالی پرتقال بدون پوست بیشتر از آب است و در آب فرو می‌رود. ۲۰

1	1	2	3	4
2	1	2	3	4
3	1	2	3	4
4	1	2	3	4
5	1	2	3	4
6	1	2	3	4
7	1	2	3	4
8	1	2	3	4
9	1	2	3	4
10	1	2	3	4
11	1	2	3	4
12	1	2	3	4
13	1	2	3	4
14	1	2	3	4
15	1	2	3	4
16	1	2	3	4
17	1	2	3	4
18	1	2	3	4
19	1	2	3	4
20	1	2	3	4