نام دبیر : مهندس مهدی باباخانی

عنوان آزمون : هومورک۲ فصل۴

۱ دو میلهٔ فلزی همگن با طول یکسان و ضرایب انبساط طولی $\alpha_۱ = ۳\times۱۰^{-۶}K^{-۱}$ و $\alpha_۲ = ۴\times۱۰^{-۶}K^{-۱}$ در اختیار داریم. اگر دمای میلهٔ اول را به اندازهٔ $۲۰۰^\circ C$ افزایش داده و دمای میلهٔ دوم را به اندازهٔ $۱۰۰^\circ C$ کاهش دهیم، اختلاف طول نهایی دو میله چه کسری از طول اولیهٔ آن‌ها خواهد بود؟

۱) $\frac{۲}{۱۰^{۴}}$ ۲) $\frac{۱}{۱۰^{۴}}$ ۳) $\frac{۲}{۱۰^{۳}}$ ۴) $\frac{۱}{۱۰^{۳}}$

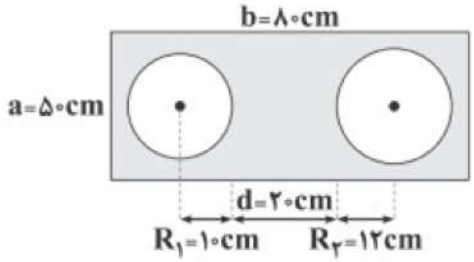
پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق رابطهٔ تغییر طول در اثر تغییر دما داریم:

$$\Delta L = L_۲ - L_۱ \Rightarrow \Delta L = L_۰(۱ + \alpha_۱\Delta\theta_۱) - L_۰(۱ + \alpha_۲\Delta\theta_۲)$$

$$\Rightarrow \Delta L = L_۰(\alpha_۱\Delta\theta_۱ - \alpha_۲\Delta\theta_۲) \Rightarrow \Delta L = L_۰(۳\times۱۰^{-۶}\times۲۰۰ - ۴\times۱۰^{-۶}\times(-۱۰۰))$$

$$\Rightarrow \Delta L = L_۰(۶\times۱۰^{-۴} + ۴\times۱۰^{-۴}) \Rightarrow \Delta L = ۱۰^{-۳}L_۰ \Rightarrow \frac{\Delta L}{L_۰} = ۱۰^{-۳}$$

۲ مطابق شکل زیر، در یک صفحه‌ی فلزی نازک، دو دایره را در دمای صفر درجه‌ی سلسیوس خارج نموده‌ایم. اگر دمای صفحه را به آرامی به $۲۰۰^\circ C$ برسانیم، طول ضلع a به اندازه‌ی ۱cm افزایش می‌یابد. کدام گزینه صحیح است؟



۱) ضریب انبساط سطحی فلز برابر $۱۰^{-۴}\ \frac{۱}{K}$ است. ۲) طول d به اندازه‌ی $۰/۴۴\text{cm}$ کاهش می‌یابد.

۳) شعاع $R_۱$ به اندازه‌ی $۰/۴\text{cm}$ افزایش می‌یابد. ۴) شعاع $R_۲$ به اندازه‌ی $۰/۲۴\text{cm}$ افزایش می‌یابد.

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

۱) با افزایش دمای صفحه‌ی فلزی به اندازه‌ی $۲۰۰^\circ C$، طول ضلع a از ۵۰cm به اندازه‌ی ۱cm افزایش می‌یابد و به ۵۱cm می‌رسد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta L = L_۱ \alpha \Delta\theta \Rightarrow ۱ = ۵۰ \times \alpha \times ۲۰۰ \Rightarrow \alpha = ۱۰^{-۴}\ \frac{۱}{K}$$

بنابراین ضریب انبساط سطحی فلز برابر با $۲\alpha = ۲\times ۱۰^{-۴}\ \frac{۱}{K}$ است و گزینه‌ی (۱) نادرست است.

۲) با افزایش دمای صفحه‌ی فلزی، همه‌ی طول‌ها افزایش می‌یابند، بنابراین فاصله‌ی d هم زیاد می‌شود و گزینه‌ی (۲) نیز نادرست است.

۳) برای محاسبه‌ی افزایش طول $R_۱$ می‌توان نوشت:

$$\Delta L = R_۱ \alpha \Delta\theta = ۱۰ \times ۱۰^{-۴} \times ۲۰۰ = ۰/۲\text{cm}$$

بنابراین گزینه‌ی (۳) هم نادرست است.

۴) برای محاسبه‌ی افزایش طول $R_۲$ می‌توان نوشت:

$$\Delta L = R_۲ \alpha \Delta\theta = ۱۲ \times ۱۰^{-۴} \times ۲۰۰ = ۰/۲۴\text{cm}$$

بنابراین گزینه‌ی (۴) صحیح است و شعاع $R_۲$ به اندازه‌ی $۰/۲۴\text{cm}$ افزایش می‌یابد.

۳) یک کره‌ی توپر به حجم $۵۰۰\text{cm}^۳$ را می‌خواهیم از یک حفره‌ی دایره‌ای‌شکل به شعاع ۴cm که روی یک صفحه به وجود آمده است، عبور دهیم. برای این کار، دمای صفحه را چند کلوین باید افزایش دهیم؟

$$(\pi = ۳, \alpha_{\text{کره}} = ۲\times۱۰^{-۳}\ K^{-۱}, \alpha_{\text{صفحه}} = ۱۰^{-۳}\ K^{-۱})$$

۱) ۱۲۵ ۲) ۲۵۰ ۳) ۳۰۰ ۴) ۴۰۰

پاسخ: ۲) گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا شعاع کره را محاسبه می‌کنیم.

$$V_{\text{کره}} = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \Rightarrow ۵۰۰ = \frac{۴}{۳}\times۳\times r^۳ \Rightarrow r^۳ = ۱۲۵ \Rightarrow r = ۵\ \text{cm}$$

بنابراین شعاع حفره نیز باید برابر ۵cm شود تا کره از داخل آن عبور کند، بنابراین تغییرات شعاع حفره باید ۱cm باشد، پس با استفاده از رابطه‌ی انبساط طولی داریم:

$$\Delta R = R_۱\alpha\Delta\theta \Rightarrow ۱ = ۴\times۱۰^{-۳}\times\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = ۲۵۰^\circ C$$

۴) به مکعب فلزی توخالی که حجم ظاهری آن $۳۲۰\text{cm}^۳$ و جرم آن $۹۰۰g$ است، گرما می‌دهیم تا دمای آن $۱۵۰^\circ C$ افزایش یابد. اگر چگالی بخش فلزی مکعب $۹۰\frac{\text{kg}}{m^۳}$ تغییر کند، حجم حفرهٔ درون مکعب چند سانتی‌متر مکعب افزایش می‌یابد؟ ($\alpha = ۴\times۱۰^{-۵}\frac{۱}{^\circ C}$ ضریب انبساط طولی فلز)

۱) ۳/۲۴ ۲) ۵/۷۶ ۳) ۲/۵۲ ۴) ۰/۸۴

پاسخ: ۳) گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از رابطهٔ تغییر تقریبی چگالی، حجم واقعی فلز را به صورت زیر می‌یابیم. دقت کنید، با افزایش دما، چگالی فلز کاهش می‌یابد.

$$\Delta\rho = -\beta\rho_۱\Delta\theta \xrightarrow[\rho_۱=\frac{m}{V_{\text{واقعی}}}]{\beta=۳\alpha} \Delta\rho = -۳\alpha\times\frac{m}{V_{\text{واقعی}}}\times\Delta\theta$$

$$\xrightarrow[\alpha=۴\times۱۰^{-۵}\frac{۱}{^\circ C},\Delta\theta=۱۵۰^\circ C]{\Delta\rho=-۹۰\frac{\text{kg}}{m^۳},\ m=۹۰۰g=۰/۹\ \text{kg}} -۹۰ = -۳\times۴\times۱۰^{-۵}\times\frac{۰/۹}{V_{\text{واقعی}}}\times۱۵۰$$

$$\Rightarrow V_{\text{واقعی}} = ۱۸۰\times۱۰^{-۶}m^۳ = ۱۸۰\text{cm}^۳$$

اکنون حجم حفرهٔ درون مکعب را که برابر اختلاف حجم ظاهری و حجم واقعی است، می‌یابیم:

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} \xrightarrow{V_{\text{ظاهری}}=۳۲۰\text{cm}^۳} V_{\text{حفره}} = ۳۲۰ - ۱۸۰ = ۱۴۰\text{cm}^۳$$

در آخر، با استفاده از رابطهٔ بین تغییر حجم و دما، تغییر حجم حفره را می‌یابیم:

$$\Delta V = \beta V_۱\Delta\theta \xrightarrow[\beta=۳\alpha=۳\times۴\times۱۰^{-۵}\frac{۱}{^\circ C}=۱۲\times۱۰^{-۵}\frac{۱}{^\circ C}]{V_۱=V_{\text{حفره}}=۱۴۰\text{cm}^۳,\ \Delta\theta=۱۵۰^\circ C}$$

$$\Delta V = ۱۲\times۱۰^{-۵}\times۱۴۰\times۱۵۰ \Rightarrow \Delta V = ۲/۵۲\text{cm}^۳$$

دقت کنید، اگر به طور مستقیم، تغییر حجم حفره را به دست نیاوریم، باید ابتدا تغییر حجم ظاهری و واقعی مکعب را جداگانه بیابیم و سپس از اختلاف آنها تغییر حجم حفره را حساب کنیم.

۵ در دمای صفر درجه‌ی سلسیوس، شعاع کره‌ی توپر مسی A، سه برابر شعاع کره‌ی تو خالی مسی B است. اگر جرم کره‌ی A نیز سه برابر جرم کره‌ی B باشد و به هر دو کره به یک اندازه گرما بدهیم، افزایش شعاع کره‌ی B چند برابر افزایش شعاع کره‌ی A است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۹}$ ۴) ۹

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به هر دو کره به یک اندازه گرما داده‌ایم، پس:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow m_A c_A \Delta\theta_A = m_B c_B \Delta\theta_B \xrightarrow[c_A = c_B]{m_A = ۳m_B} \Delta\theta_B = ۳\Delta\theta_A$$

برای مقایسه‌ی افزایش شعاع کره‌ها می‌نویسیم:

$$\frac{\Delta R_B}{\Delta R_A} = \frac{R_{۰_B} \times \alpha \times \Delta\theta_B}{R_{۰_A} \times \alpha \times \Delta\theta_A} \xrightarrow[\Delta\theta_B = ۳\Delta\theta_A]{R_{۰_A} = ۳R_{۰_B}} \frac{\Delta R_B}{\Delta R_A} = \frac{R_{۰_B} \times \alpha \times \Delta\theta_A}{R_{۰_B} \times \alpha \times \Delta\theta_A} = ۱$$

۶ اگر دمای یک ظرف شیشه‌ای خالی را ۶۰ درجهٔ سلسیوس افزایش دهیم، ارتفاع ظرف ۰/۴ درصد افزایش می‌یابد. این ظرف را به طور کامل از مایعی پُر می‌کنیم. دمای مجموعه را چند درجهٔ سلسیوس افزایش دهیم تا حجم مایع بیرون ریخته شده، برابر با ۸ درصد حجم اولیهٔ ظرف باشد؟

$$\left(\beta_{\text{مایع}} = ۱/۲ \times ۱۰^{-۳}\ \frac{۱}{K}\right)$$

۱) ۶۰ ۲) ۸۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۲۰

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطهٔ انبساط طولی $(\Delta L = L_۱ \alpha \Delta\theta)$، درصد تغییرات طول را به صورت زیر به دست میآوریم:

$$\text{درصد تغییرات طول} = \frac{\Delta L}{L_۱} \times ۱۰۰ = \alpha \Delta\theta \times ۱۰۰ \Rightarrow ۰/۴ = \alpha \times ۶۰ \times ۱۰۰ \Rightarrow \alpha = \frac{۲}{۳} \times ۱۰^{-۴}\ \frac{۱}{K}$$

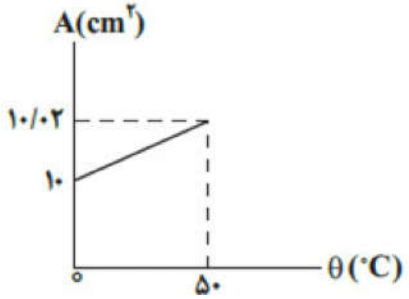
از طرفی برای به دست آوردن حجم مایع بیرون ریخته شده $(\Delta V')$ داریم:

$$\Delta V' = \Delta V_{\text{مایع}} - \Delta V_{\text{ظرف}} \xrightarrow{\Delta V = \beta V_۱ \Delta\theta ,\ \beta_{\text{ظرف}} = ۳\alpha_{\text{ظرف}}} \Delta V' = (\beta_{\text{مایع}} - ۳\alpha_{\text{ظرف}}) V_۱ \Delta\theta$$

$$\text{درصد تغییرات حجم مایع بیرون ریخته شده} = \frac{\Delta V'}{V_۱} \times ۱۰۰ = (\beta_{\text{مایع}} - ۳\alpha_{\text{ظرف}}) \Delta\theta \times ۱۰۰$$

$$\xrightarrow[\alpha_{\text{ظرف}} = \frac{۲}{۳} \times ۱۰^{-۴}\ \frac{۱}{K}]{\beta_{\text{مایع}} = ۱/۲ \times ۱۰^{-۳}\ \frac{۱}{K}} ۸ = (۱۲ \times ۱۰^{-۴} - ۲ \times ۱۰^{-۴}) \Delta\theta \times ۱۰۰ \Rightarrow \Delta\theta = ۸۰^\circ C$$

۷ نمودار مساحت سطح یک کره برحسب دمای آن، مطابق شکل مقابل است. اگر دمای کره را به $۷۷^\circ F$ برسانیم، شعاع آن نسبت به شعاعی که در دمای $۰^\circ C$ داشته است، چند درصد افزایش می‌یابد؟



۱) ۰/۵ ۲) ۰/۰۵ ۳) ۱ ۴) ۰/۱

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از رابطهٔ تغییر سطح در اثر تغییر دما، ضریب انبساط طولی کره را می‌یابیم. با توجه به نمودار، وقتی دمای کره از صفر درجهٔ سلسیوس به $۵۰^\circ C$ می‌رسد، مساحت کره از $۱۰\text{cm}^۲$ به $۱۰/۰۲\text{cm}^۲$ می‌رسد، یعنی تغییرات مساحت کره در اثر افزایش دمای $\Delta\theta = ۵۰ - ۰ = ۵۰^\circ C$ برابر $\Delta A = ۱۰/۰۲ - ۱۰ = ۰/۰۲\text{cm}^۲$ است. بنابراین داریم:

$$\Delta A = ۲\alpha A_۱ \Delta\theta \xrightarrow{A_۱=۱۰\text{cm}^۲} ۰/۰۲ = ۲\alpha\times۱۰\times۵۰ \Rightarrow \alpha = ۲\times۱۰^{-۵}\ \frac{۱}{^\circ C}$$

اکنون $۷۷^\circ F$ را به درجهٔ سلسیوس تبدیل می‌کنیم. دقت کنید، چون شعاع اولیه برحسب $^\circ C$ است، درجهٔ فارنهایت را به درجهٔ سلسیوس تبدیل نموده‌ایم.

$$F = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲ \xrightarrow{F=۷۷^\circ F} ۷۷ = \frac{۹}{۵}\theta + ۳۲ \Rightarrow ۴۵ = \frac{۹}{۵}\theta \Rightarrow \theta = ۲۵^\circ C$$

در نهایت درصد تغییر شعاع کره را با استفاده از رابطهٔ درصد تغییر طول می‌یابیم:

$$\text{درصد تغییر شعاع} = \frac{\Delta R}{R_۱}\times۱۰۰ = \frac{\alpha R_۱ \Delta\theta}{R_۱}\times۱۰۰ \Rightarrow \text{درصد تغییر شعاع} = \alpha\times\Delta\theta\times۱۰۰$$

$$\xrightarrow[\alpha=۲\times۱۰^{-۵}\frac{۱}{^\circ C}]{\Delta\theta=۲۵-۰=۲۵^\circ C} \text{درصد تغییر شعاع} = ۱۰۰\times۲\times۱۰^{-۵}\times۲۵ = ۰/۰۵\%$$

۸ کدام گزینه رابطه‌ی بین چگالی و دمای یک جسم را نشان می‌دهد؟

۱) $\frac{\rho_۲}{\rho_۱} \approx ۱ - \beta\Delta T$ ۲) $\frac{\rho_۲}{\rho_۱} \approx \frac{۱}{۱ + \beta\Delta T}$ ۳) $\frac{\rho_۲}{\rho_۱} \approx ۱ + \beta\Delta T$ ۴) گزینه‌های ۱ و ۲

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۹) درون یک صفحهٔ فلزی با ضریب انبساط طولی $۴\times۱۰^{-۵}K^{-۱}$، یک سوراخ دایره‌ای شکل ایجاد کرده‌ایم. اگر بخواهیم مساحت سوراخ $۰/۴$ درصد افزایش پیدا کند، باید به صورت یکنواخت، دمای ورقه را به اندازهٔ ..... .

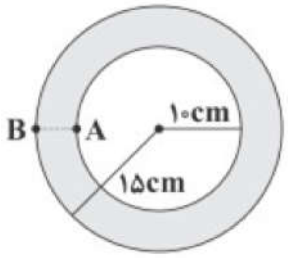
۱) $۱۰۰^{\circ}C$ افزایش دهیم.
۲) $۵۰^{\circ}C$ افزایش دهیم.
۳) $۱۰۰^{\circ}C$ کاهش دهیم.
۴) $۵۰^{\circ}C$ کاهش دهیم.

پاسخ: ۲) گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق رابطهٔ تغییر سطح در اثر تغییر دما داریم:

$$\Delta A = A_۱(۲\alpha)\Delta\theta \Rightarrow \frac{\Delta A}{A_۱} = ۲\alpha\Delta\theta \Rightarrow \frac{۰/۴}{۱۰۰} = ۲\times(۴\times۱۰^{-۵})\times\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = ۵۰^{\circ}C$$

در انبساط ، دما باید افزایش یابد.

۱۰) در شکل زیر، دمای صفحه‌ی فلزی را از $۶۰^{\circ}C$ به $۹۰^{\circ}C$ می‌رسانیم، فاصله‌ی نقاط A و B چند ملی‌متر افزایش می‌یابد؟ $\left(\alpha = ۲\times۱۰^{-۵}\,\frac{۱}{K}\right)$



۱) ۰/۰۶
۲) ۰/۰۰۶
۳) ۰/۰۳
۴) ۰/۰۰۳

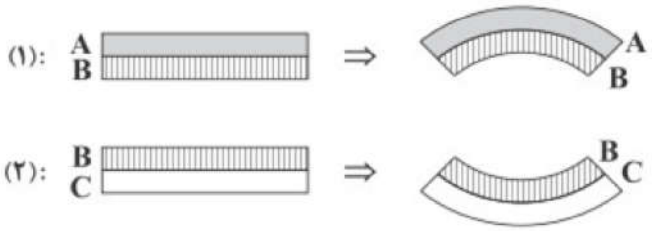
پاسخ: ۳) گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فاصله‌ی نقاط A و B وابسته به انبساط طولی است، بنابراین:

$$L_{۱\,AB} = ۱۵ - ۱۰ = ۵\text{cm}$$

$$\Delta L_{AB} = \alpha L_{۱\,AB}\,\Delta T \xrightarrow{\Delta T=\Delta\theta} \Delta L_{AB} = ۲\times۱۰^{-۵}\times۵\times(۹۰-۶۰)$$

$$\Rightarrow \Delta L_{AB} = ۳\times۱۰^{-۳}\,\text{cm} = ۰/۰۳\,\text{mm}$$

۱۱ در شکل‌های زیر، سه نوع تیغه‌ی فلزی A، B و C را در اختیار داریم که در یک دمای معین با تیغه‌ی هم‌طور خود پرچ شده‌اند. در شکل (۱) دمای مجموعه کاهش و در شکل (۲) دمای مجموعه افزایش یافته است. کدام رابطه بین ضرایب انبساط طولی این سه تیغه صحیح است؟



۱ $\alpha_A < \alpha_B < \alpha_C$ ۲ $\alpha_B > \alpha_A, \alpha_B > \alpha_C$ ۳ $\alpha_A > \alpha_B > \alpha_C$

۴ $\alpha_B < \alpha_A, \alpha_B < \alpha_C$

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق رابطه‌ی انبساط طولی $\Delta L = L_1 \alpha \Delta T$، هر فلزی که ضریب انبساط طولی بیشتر داشته باشد، هنگام افزایش یا کاهش دمای آن تغییرات طول بیشتری از خود نشان می‌دهد، بنابراین در شکل (۱) که دما کاهش یافته است و فلز B کاهش طول بیشتری داشته است، می‌توان فهمید که $\alpha_A < \alpha_B$ است و در شکل (۲) چون دما افزایش یافته و افزایش طول فلز C بیشتر بوده است، می‌توان فهمید که $\alpha_B < \alpha_C$ است.

۱۲ کدام گزینه در مورد انبساط مایعات و آب صحیح است؟

۱ حجم بیشتر مایعات با افزایش دما، کاهش می‌یابد.

۲ چگالی آب با افزایش دما، همواره کاهش می‌یابد.

۳ آب در دمای $4^\circ C$ کم‌ترین چگالی خود را دارد.

۴ تغییر حجم غیرعادی آب، باعث می‌شود که آب دریاچه‌ها از بالا شروع به یخ زدن کند.

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. حجم بیشتر مایع‌ها با کم شدن دما، کاهش و در نتیجه چگالی آن‌ها افزایش می‌یابد، ولی رفتار آب در محدوده‌ی دمایی $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ متفاوت است، یعنی در این محدوده با کاهش دما، حجم آب افزایش و در نتیجه چگالی آن کاهش می‌یابد.
در بازه‌ی دمایی $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ با افزایش دما، حجم آب کاهش و چگالی آن افزایش می‌یابد. پس از دمای $4^\circ C$ مانند دیگر اجسام، با افزایش دما، حجم افزایش و چگالی کاهش می‌یابد. همین تغییر غیرعادی حجم آب است که موجب می‌شود دریاچه‌ها به جای این‌که از پایین به بالا یخ بزنند، از بالا یخ بزنند. وقتی دمای سطح آب مثلاً از $10^\circ C$ اندکی کم‌تر شود، چگالی آب نسبت به آب زیر خود افزایش می‌یابد و این آب، پایین می‌رود. این رفتار تا رسیدن به دمای $4^\circ C$ ادامه می‌یابد، ولی همان‌طور که دیدیم در دمای پایین‌تر از $4^\circ C$، حجم آب افزایش پیدا می‌کند و در نتیجه چگالی آن کاهش می‌یابد، یعنی سرد شدن بیشتر آب موجب می‌شود که چگالی آب سطح دریاچه نسبت به آب زیر آن کم‌تر شود و در نتیجه در سطح باقی بماند تا این‌که یخ بزند، بنابراین در حالی که آب زیر دریاچه هنوز مایع است و دمایی بیش از صفر درجه‌ی سلسیوس دارد، سطح آب یخ می‌زند. اگر آب دریاچه‌ها از پایین به بالا یخ می‌زد، اثرات زیست‌محیطی زیانباری در پی داشت و حیات گیاهی و جانوری در عمق دریاچه‌ها از بین می‌رفت.
مطابق این توضیحات، گزینه‌ی (۴) صحیح است. سایر عبارت‌ها با توجه به متن کتاب درسی نادرست هستند.

۱۳ طول یک میلهٔ آهنی در دمای صفر درجهٔ سلسیوس، یک میلی‌متر بیشتر از طول یک میلهٔ مسی در همین دما است. اگر دمای هر دو میله را به $۱۰۰^\circ C$ برسانیم، طول میلهٔ مسی ۰/۵ میلی‌متر بیش‌تر از طول میلهٔ آهنی خواهد بود. طول اولیهٔ میلهٔ آهنی (در دمای صفر درجهٔ سانتی‌گراد) چند متر است؟

$$\left(\alpha_{\text{آهن}} = ۱/۲\times۱۰^{-۵}\frac{۱}{K}, \alpha_{\text{مس}} = ۱/۸\times۱۰^{-۵}\frac{۱}{K}\right)$$

۱) ۱/۱۰۲ ۲) ۲/۴۹۸ ۳) ۲/۵۰۳ ۴) ۴/۴۴۸

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$L_{۱\,\text{آهن}} = L_{۱\,\text{مس}} + ۱ \Rightarrow L_{۱\,\text{مس}} = L_{۱\,\text{آهن}} - ۱ \quad (۱)$$

$$L_{\text{مس}\,،۲} = L_{۲\,\text{آهن}} + ۰/۵ \quad (۲)$$

با استفاده از رابطهٔ انبساط طولی در اثر تغییر دما داریم:

$$L_{\text{آهن}\,،۲} = L_{۱\,\text{آهن}}(۱ + \alpha_{\text{آهن}}\Delta\theta) = L_{۱\,\text{آهن}}(۱ + ۱/۲\times۱۰^{-۵}\times۱۰۰) = L_{۱\,\text{آهن}} + ۱/۲\times۱۰^{-۳}L_{۱\,\text{آهن}} \quad (۳)$$

$$L_{\text{مس}\,،۲} = L_{۱\,\text{مس}}(۱ + \alpha_{\text{مس}}\Delta\theta) \xrightarrow{۲,۱} L_{۲\,\text{آهن}} + ۰/۵ = (L_{۱\,\text{آهن}} - ۱)(۱ + ۱/۸\times۱۰^{-۵}\times۱۰۰)$$

$$(L_{۱\,\text{آهن}} + ۱/۲\times۱۰^{-۳}L_{۱\,\text{آهن}}) + ۰/۵ = (L_{۱\,\text{آهن}} - ۱)(۱ + ۱/۸\times۱۰^{-۳})$$

$$(۱ + ۱/۲\times۱۰^{-۳})L_{۱\,\text{آهن}} + ۰/۵ = (۱ + ۱/۸\times۱۰^{-۳})L_{۱\,\text{آهن}} - ۱ - ۱/۸\times۱۰^{-۳}$$

$$۱/۵ + ۱/۸\times۱۰^{-۳} = ۰/۶\times۱۰^{-۳}L_{۱\,\text{آهن}} \Rightarrow ۱۵۰۱/۸\times۱۰^{-۳} = ۰/۶\times۱۰^{-۳}L_{۱\,\text{آهن}}$$

$$L_{۱\,\text{آهن}} = ۲۵۰۳\text{mm} = ۲/۵۰۳m$$

۱۴ اگر دمای یک کره‌ی فلزی توپر را ۲۰۰ درجه‌ی سلسیوس افزایش دهیم، حجم آن ۳ درصد افزایش می‌یابد. ضریب انبساط سطحی فلز در SI برابر با کدام گزینه است؟

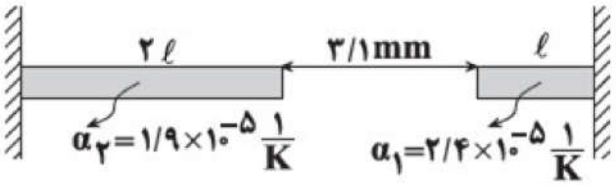
۱) $۱۰^{-۴}$ ۲) ۵×۱۰^{-۴} ۳) ۵×۱۰^{-۵} ۴) ۳×۱۰^{-۴}

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه‌ی انبساط حجمی با افزایش دما برای یک ماده، داریم:

$$\Delta V = V_۱\beta\Delta\theta \xrightarrow[\Delta\theta=۲۰۰^\circ C]{\beta=۳\alpha\,,\,\frac{\Delta V}{V_۱}=\frac{۳}{۱۰۰}} \frac{۳}{۱۰۰} = ۲۰۰\times۳\alpha \Rightarrow \alpha = ۵\times۱۰^{-۵}\text{K}$$

$$\text{ضریب انبساط سطحی} = ۲\alpha = ۱۰^{-۴}\frac{۱}{K}$$

۱۵ مطابق شکل مقابل، دو میله‌ی افقی بر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک قرار دارند. هنگامی‌که دمای میله‌ها به اندازه‌ی $۵۰^\circ C$ افزایش می‌یابد، فاصله‌ی آن‌ها از هم تقریباً به صفر می‌رسد. l چند متر است؟



۱) ۰/۵ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۱/۵

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای این‌که فاصله‌ی میله‌ها به صفر برسد، باید مجموع تغییر طول میله‌ها برابر فاصله‌ی میله‌ها، یعنی $۳/۱\ mm$ باشد. بنابراین داریم:

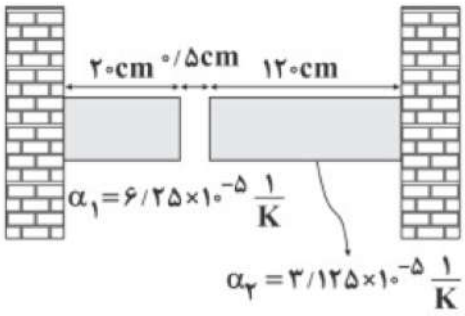
$$\Delta L_۱ + \Delta L_۲ = ۳/۱\times۱۰^{-۳} \Rightarrow L_۱\alpha_۱\Delta\theta_۱ + L_۲\alpha_۲\Delta\theta_۲ = ۳/۱\times۱۰^{-۳}$$

$$\xrightarrow{\substack{L_۱=L\ ,\ L_۲=۲L\ ,\ \alpha_۱=۲۴\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{K}\ \text{یا}\ \frac{۱}{^\circ C} \\ \Delta\theta_۱=\Delta\theta_۲=۵۰^\circ C, \alpha_۲=۱۹\times۱۰^{-۶}\frac{۱}{K}\ \text{یا}\ \frac{۱}{^\circ C}}}$$

$$L\times۲۴\times۱۰^{-۶}\times۵۰ + ۲L\times۱۹\times۱۰^{-۶}\times۵۰ = ۳/۱\times۱۰^{-۳} \Rightarrow L(۱۲۰۰+۱۹۰۰)\times۱۰^{-۶} = ۳/۱\times۱۰^{-۳}$$

$$\Rightarrow L = ۱m$$

۱۶ در شکل زیر، دو میله‌ی فلزی هم‌دما به دیوار متصل شده‌اند. دمای میله‌ها را حداقل چند درجه‌ی فارنهایت زیاد کنیم تا دو میله به هم برخورد کنند؟



۱) ۲۰۰ ۲) ۳۶۰ ۳) ۱۰۰ ۴) ۱۸۰

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای آن‌که میله‌ها به هم برسند، مجموع افزایش طول آن‌ها باید برابر $۰/۵cm$ شود.

$$\begin{cases}\Delta L_۱ = L_۱\alpha_۱\Delta\theta \\ \Delta L_۲ = L_۲\alpha_۲\Delta\theta\end{cases} \Rightarrow \overbrace{\Delta L_۱ + \Delta L_۲}^{۰/۵cm} = (L_۱\alpha_۱ + L_۲\alpha_۲)\Delta\theta$$

$$\Rightarrow ۰/۵ = (۲۰\times۶/۲۵\times۱۰^{-۵} + ۱۲۰\times۳/۱۲۵\times۱۰^{-۵})\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow ۰/۵ = (۱۲۵\times۱۰^{-۵} + ۳۷۵\times۱۰^{-۵})\times\Delta\theta$$

$$\Rightarrow ۰/۵ = ۵\times۱۰^{-۳}\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = ۱۰۰^\circ C$$

تغییرات دما برحسب درجه‌ی فارنهایت : $\Delta F = \frac{۹}{۵}\Delta\theta = \frac{۹}{۵}\times۱۰۰ = ۱۸۰^\circ F$

۱۷ در یک روز داغ تابستان که دمای هوا $۴۰^\circ C$ است، شخصی باکِ (مخزن) ۵۵ لیتری اتومبیل خود را از بنزین کاملاً پر می‌کند. فرض کنید بنزین از منبعی در زیرزمین با دمای $۱۲^\circ C$ بالا آمده باشد. شخص اتومبیل را پارک می‌کند و ساعتی بعد باز می‌گردد. مشاهده می‌کند بنزین قابل توجهی از باک سرریز شده است. چند لیتر بنزین از باک بیرون ریخته است؟ (ضریب انبساط حجمی بنزین برابر $۱۰^{-۳}\ \frac{۱}{K}$ است و از افزایش حجم باک که بسیار ناچیز است، صرف‌نظر می‌شود.)

۱) ۱/۱۲ ۲) ۱/۵۴ ۳) ۱/۸ ۴) ۲

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به این‌که بنزین، زمانی کافی برای هم‌دما شدن با محیط داشته است، دمای نهایی آن را $۴۰^\circ C$ در نظر می‌گیریم. در این صورت برای محاسبه‌ی حجم بنزین بیرون‌ریخته می‌توان نوشت:

$$\Delta V = \beta V_۱ \Delta\theta = ۱۰^{-۳} \times ۵۵ \times (۴۰ - ۱۲) = ۱/۵۴L$$

بنابراین ۱/۵۴ لیتر بنزین روی زمین ریخته شده است.

۱۸ دو کره‌ی هم‌جنس A و B داریم، به طوری‌که کره‌ی A توپر به شعاع $۲۰cm$ وکره‌ی B توخالی با شعاع خارجی $۲۰cm$ می‌باشند. اگر به دو کره به یک اندازه گرما دهیم و تغییر حجم کره‌ی A برابر ΔV_A و تغییر حجم فلز به کار رفته در کره‌ی B برابر ΔV_B باشد، نسبت $\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B}$ برابر کدام گزینه است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{۷}{۸}$

۳) $\frac{۸}{۷}$ ۴) باید حجم حفره‌ی درون کره‌ی B معلوم باشد.

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای محاسبه‌ی تغییر حجم فلز به کاررفته در یک جسم می‌توان به صورت زیر عمل کرد:

$$\begin{cases} Q = mc\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{mc} \\ \Delta V = V_۱ \beta \Delta\theta \end{cases} \Rightarrow \Delta V = \frac{m}{\rho} \beta \frac{Q}{mc} \Rightarrow \Delta V = \frac{\beta Q}{\rho c}$$

با توجه به این‌که دو کره هم‌جنس هستند، ρ، c و β برای آن‌ها یکسان است و چون به هر دو گرمای یکسانی داده‌ایم، Q دو کره هم برابر است، بنابراین تغییر حجم فلز به کاررفته در دو کره با هم برابر است.

دقت: در رابطه ی فوق، وجود یا عدم وجو حفره و یا اندازه‌ی حفره اهمیتی ندارد، به همین دلیل نیازی به دانستن شعاع داخلی کره‌ی توخالی نداشتیم.

۱۹ در یک ظرف به حجم V و ضریب انبساط طولی $\alpha = ۳۰\times۱۰^{-۶}\ \frac{۱}{K}$ که در دمای $۲۰^\circ C$ قرار دارد، مقداری مایع به حجم $\frac{۳}{۴}V$ و ضریب انبساط حجمی $\beta = ۱۰\times۱۰^{-۳}\left(\frac{۱}{K}\right)$ در دمای $۲۰^\circ C$ می‌ریزیم. اگر مجموعه را تا دمای $۱۰۰^\circ C$ گرم کنیم، کدام گزینه رخ می‌دهد؟ (از تبخیر سطحی مایع صرف‌نظر کنید.)

۱ قسمتی از مایع از ظرف بیرون می‌ریزد.

۲ قسمتی از فضای ظرف خالی می‌ماند.

۳ ظرف، لب به لب از مایع پر می‌شود و مایع بیرون نمی‌ریزد.

۴ نمی‌توان نظر قطعی داد و ممکن است هر سه گزینه صحیح باشد.

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در ابتدا حجم ثانویه‌ی ظرف و مایع را حساب می‌کنیم. سپس با مقایسه‌ی حجم ثانویه، می‌توانیم دریابیم که چه اتفاقی رخ می‌دهد.

$$\Rightarrow V_۲ = ۱۰۰۷/۲\times۱۰^{-۳}V$$

$$\text{ظرف}: V_۲ - V_۱(۱+۳\alpha\Delta\theta) \Rightarrow V_۲ = V(۱+۳\times۳۰\times۱۰^{-۶}\times۸۰)$$

$$\text{مایع}: V'_۲ = V'_۱(۱+\beta\Delta\theta) \Rightarrow V'_۲ = \frac{۳}{۴}V(۱+۱۰\times۱۰^{-۳}\times۸۰)$$

$$\Rightarrow V'_۲ = \frac{۳}{۴}\times۱۸۰۰\times۱۰^{-۳}V \Rightarrow V'_۲ = ۱۳۵۰\times۱۰^{-۳}V$$

در نهایت داریم:

$$\frac{V_۲}{V'_۲} = \frac{۱۰۰۷/۲\times۱۰^{-۳}V}{۱۳۵۰\times۱۰^{-۳}V} \Rightarrow \frac{V_۲}{V'_۲} < ۱ \Rightarrow$$ مایع از ظرف بیرون می‌ریزد.

۲۰ به دو میلهٔ هم‌طول و هم‌جرم A و B گرمای یکسان می‌دهیم. اگر نسبت گرمای ویژهٔ دو میله به صورت $\frac{c_A}{c_B} = ۲$ و نسبت ضریب انبساط طولی آن‌ها به‌صورت $\frac{\alpha_A}{\alpha_B} = \frac{۱}{۲}$ باشد، تغییر طول میلهٔ A چند برابر تغییر طول میلهٔ B است؟

۱ ۱ ۲ $\frac{۱}{۴}$ ۳ ۴ ۴ $\frac{۱}{۲}$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. گرمای داده شده به دو میله یکسان است:

$$Q_A = Q_B \Rightarrow \mathrm{mc}_A\Delta\theta_A = \mathrm{mc}\Delta\theta_B \xrightarrow{\frac{c_A}{c_B}=۲} ۲\Delta\theta_A = \Delta\theta_B$$

تغییر طول میله از رابطهٔ $\Delta\mathrm{L} = \mathrm{L}\alpha\Delta\theta$ به‌دست می‌آید:

$$\frac{\Delta\mathrm{L}_A}{\Delta\mathrm{L}_B} = \frac{L_A\alpha_A\Delta\theta_A}{L_B\alpha_B\Delta\theta_B} \xrightarrow{L_A=L_B} \frac{\Delta\mathrm{L}_A}{\Delta\mathrm{L}_B} = \frac{\alpha_A\Delta\theta_A}{\alpha_B\Delta\theta_B}$$

$$\xrightarrow[\alpha_B=۲\alpha_A]{\Delta\theta_B=۲\Delta\theta_A} \frac{\Delta\mathrm{L}_A}{\Delta\mathrm{L}_B} = \frac{۱}{۴}$$

۲۱ دمای یک میله‌ی مسی را $100^\circ C$ افزایش می‌دهیم، طول آن ۰/۱۷ درصد افزایش می‌یابد. اگر دمای یک مکعب مسی را $100^\circ C$ افزایش دهیم، حجم آن چند برابر می‌شود؟

۱) ۰/۰۰۵۱ ۲) ۱/۰۰۱۷ ۳) ۱/۰۰۵۱ ۴) ۰/۰۰۳۴

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. روش اول:

از افزایش طول میله، ضریب انبساط طولی را به دست میآوریم:

$$\frac{\Delta L}{L_1}\times 100 = 0/17 \Rightarrow \frac{\Delta L}{L_1} = 1/7\times 10^{-3} \Rightarrow \frac{\Delta L}{L_1} = \alpha\Delta\theta$$

$$\Rightarrow 1/7\times 10^{-3} = \alpha\times 100 \Rightarrow \alpha = 1/7\times 10^{-5}\ \frac{1}{K}$$

حال می‌خواهیم ببینیم که حجم چند برابر شده است؟

$$\beta_{\text{جامد}} = 3\alpha \Rightarrow \beta = 3\times 1/7\times 10^{-5} = 5/1 = 10^{-5}\ \frac{1}{K}$$

$$\Rightarrow V_2 = V_1(1+\beta\Delta\theta)$$

$$\Delta V = \beta V_1\Delta\theta \Rightarrow V_2 - V_1 = \beta V_1\Delta\theta \Rightarrow V_2 = V_1 + \beta V_1\Delta\theta$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 1+\beta\Delta\theta = 1+5/1\times 10^{-5}\times 100 = 1+0/0051 = 1/0051$$

روش دوم:

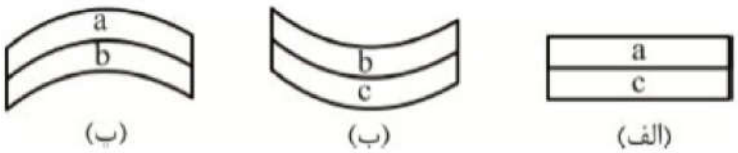
درصد تغییرات حجم، سه برابر تغییرات طول است:

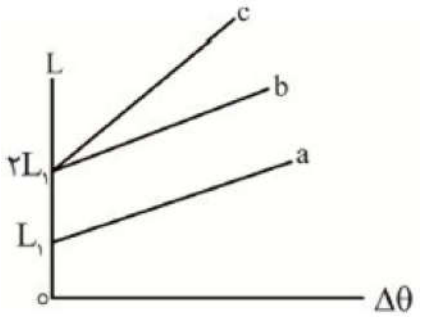
$$3\times 0/17 = 0/51$$

$$\frac{\Delta V}{V_1}\times 100 = 0/51 \Rightarrow \frac{V_2 - V_1}{V_1} = 0/0051 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} - 1 = 0/0051 \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 1/0051$$

* روش اول به خاطر طولانی بودن و ازدیاد محاسبات، ضریب خطا را بالا می‌برد و خیلی توصیه نمی‌شود.

۲۲ شکل مقابل نمودار تغییرات طول برحسب تغییر دما برای سه میله فلزی a و b و c را نشان می‌دهد. خط های a و b با یکدیگر موازی هستند و شیب خط c دو برابر شیب خط b است. اگر میله‌هایی با طول یکسان از جنس این سه فلز را به طور کامل به یک‌دیگر جوش دهیم و دمای آن‌ها را بالا ببریم، چه تعداد از شکل‌های زیر وضعیت نهایی میله‌ها را به درستی نشان می‌دهد؟ (ضریب انبساط طولی میله‌ها را مقداری ثابت درنظر بگیرید.)





۱ ۳ ۲ ۲ ۳ ۱ ۴ ۰

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به کمک رابطه $L = L_۱ + L_۱\alpha\Delta\theta$، شیب نمودار $L + \Delta\theta$ معرف $L_۱\alpha$ است:

$$\begin{cases} L_{۱a}\alpha_a = L_{۱b}\alpha_b \xrightarrow[L_{۱b}=L_۱]{L_{۱b}=۲L_۱} \alpha_a = ۲\alpha_b \\ \dfrac{L_{۱c}\alpha_c}{L_{۱b}\alpha_b} = ۲ \Rightarrow \alpha_c = ۲\alpha_b \end{cases} \Rightarrow \alpha_a = \alpha_c = ۲\alpha_b$$

پس اگر میله‌های هم‌طول از جنس a و c را به یک‌دیگر جوش دهیم، در هر دمایی طول‌شان یکسان خواهد شد. با جوش دادن میله با طول یکسان از جنس b به هر کدام از میله‌های از جنس a و c و افزایش دمای آن‌ها، میله b قوس داخلی را تشکیل می‌دهد.

۲۳ دمای مقداری آب را از $41^\circ F$ به $50^\circ F$ می‌رسانیم. در این حالت چگالی آب چگونه تغییر می‌کند؟

۱) پیوسته افزایش می‌یابد.
۲) پیوسته کاهش می‌یابد.
۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
۴) ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد.

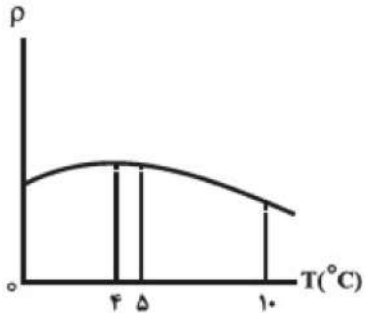
پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا با استفاده از رابطهٔ $F = \frac{9}{5}\theta + 32$ دمای آب را از درجهٔ فارنهایت به درجهٔ سلسیوس تبدیل می‌کنیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \Rightarrow \begin{cases} F_1 = 41^\circ F \Rightarrow 41 = \frac{9}{5}\theta_1 + 32 \Rightarrow \theta_1 = 5^\circ C \\ F_2 = 50^\circ F \Rightarrow 50 = \frac{9}{5}\theta_2 + 32 \Rightarrow \theta_2 = 10^\circ C \end{cases}$$

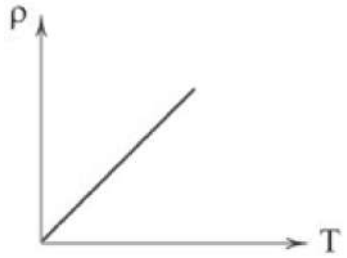
از طرف دیگر می‌دانیم وقتی دمای آب از $0^\circ C$ افزایش یابد، در گسترهٔ دمایی $0^\circ C$ تا $4^\circ C$ حجم آب کاهش و چگالی آن افزایش می‌یابد و از $4^\circ C$ به بعد با افزایش دما، حجم آب افزایش و چگالی آن کاهش می‌یابد.

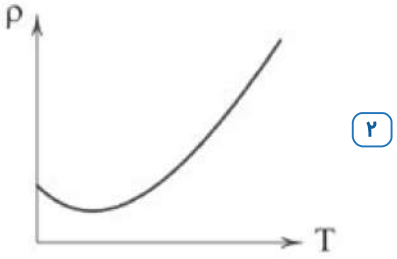
بنابراین می‌توان گفت در بازهٔ دمایی $41^\circ F$ تا $50^\circ F$ $(5^\circ C$ تا $10^\circ C)$ چگالی آب کاهش می یابد.

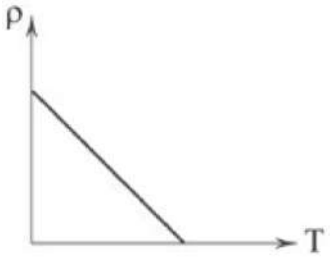
شکل زیر این موضوع را به درستی نشان می‌دهد.

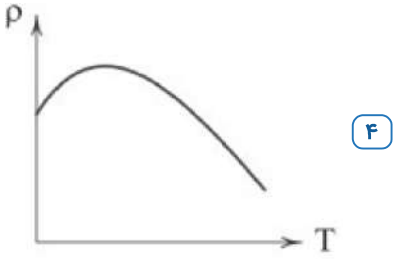


۲۴ کدام‌یک از نمودارهای زیر، چگالی آب را برحسب دما به درستی نشان می‌دهد؟

۱)


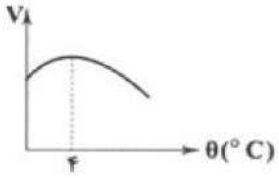
۲)


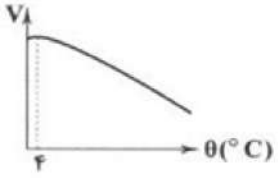
۳)


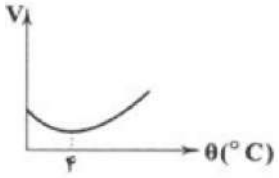
۴)


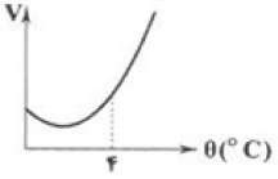
پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چگالی آب در دمای $4^\circ C$ بیش‌ترین مقدار را دارد و در دماهای قبل و بعد از آن کاهش می‌یابد.

۲۵ نمودار تغییرات حجم آب خالص بر حسب دما، مشابه کدام‌یک از نمودارهای زیر است؟

۱


۲


۳


۴


پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در نزدیک $۴^\circ C$ حجم آب به کم‌ترین میزان خود می‌رسد و قبل و بعد از آن افزایش می‌یابد. در نتیجه گزینه‌ی ۳ تنها گزینه‌ای است که می‌تواند صحیح باشد.