نام دبیر : مهندس مهدی باباخانی

عنوان آزمون : هومورک۲ فصل۲

۱ در دو ظرف استوانه‌ای شکل که سطح قاعده‌ی یکی A و سطح قاعده‌ی دیگری $\frac{۳}{۲}A$ می‌باشد، به مقدار مساوی آب می‌ریزیم. اگر فشار کلی که از طرف هوا و آب به کف ظرف اول وارد می‌شود، $P_۱$ و فشار کل وارد بر کف ظرف دوم، $P_۲$ باشد، کدام رابطه صحیح است؟ (از جرم ظرف‌ها صرف‌نظر شود)

۱) $P_۱ = \frac{۳}{۲}P_۲$ ۲) $P_۱ < P_۲ < \frac{۳}{۲}P_۱$ ۳) $P_۲ = \frac{۳}{۲}P_۱$ ۴) $P_۲ < P_۱ < \frac{۳}{۲}P_۲$

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. این‌که در صورت سؤال گفته شده در دو ظرف به مقدار مساوی آب می‌ریزیم، یعنی جرم آب دو ظرف با هم برابر است و می‌توان نوشت:

$$m_۱ = m_۲ \xrightarrow[\rho_۱=\rho_۲]{m=\rho V} V_۱ = V_۲ \xrightarrow{V=Ah} A_۱h_۱ = A_۲h_۲$$

$$\xrightarrow[A_۲=\frac{۳}{۲}A]{A_۱=A} Ah_۱ = \frac{۳}{۲}Ah_۲ \Rightarrow h_۱ = \frac{۳}{۲}h_۲$$

حال نسبت فشار کل وارد بر کف دو ظرف را می‌نویسیم:

$$\frac{P_۱}{P_۲} = \frac{P_۰ + \rho gh_۱}{P_۰ + \rho gh_۲} = \frac{P_۰ + \frac{۳}{۲}\rho gh_۲}{P_۰ + \rho gh_۲} = \frac{P_۰ + \rho gh_۲ + \rho g\frac{h_۲}{۲}}{P_۰ + \rho gh_۲} \Rightarrow \frac{P_۱}{P_۲} = ۱ + \frac{\rho g\frac{h_۲}{۲}}{P_۰ + \rho gh_۲}$$

$$= ۱ + \frac{۱}{۲}\frac{\rho gh_۲}{P_۰ + \rho gh_۲}$$

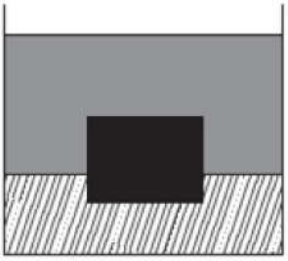
می‌توان نوشت:

$$۰ < \frac{\rho gh_۲}{P_۰ + \rho gh_۲} < ۱ \xrightarrow{\times\frac{۱}{۲}} ۰ < \frac{۱}{۲}\frac{\rho gh_۲}{P_۰ + \rho gh_۲} < \frac{۱}{۲} \xrightarrow{+۱} ۱ < ۱ + \frac{۱}{۲}\frac{\rho gh_۲}{P_۰ + \rho gh_۲} < \frac{۳}{۲}$$

$$\Rightarrow ۱ < \frac{P_۱}{P_۲} < \frac{۳}{۲} \xrightarrow{\times P_۲} P_۲ < P_۱ < \frac{۳}{۲}P_۲$$

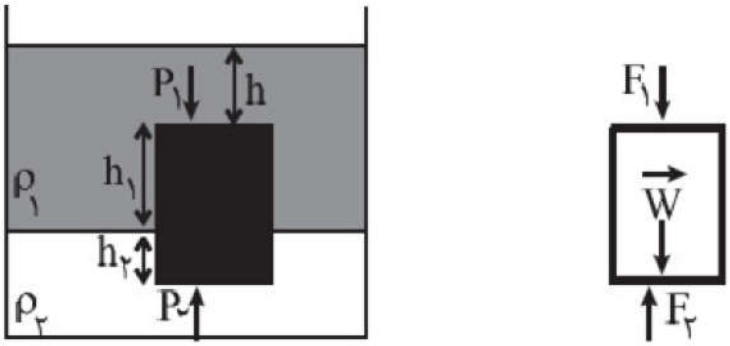
۲ در شکل مقابل، مکعب توپُری به طول ضلع $۵۰\ \text{cm}$ و جرم $۴۲۰\ \text{kg}$ به صورت زیر در مرز مشترک جیوه و روغن به حالت تعادل قرار دارد. مکعب تا عمق چند سانتی‌متری جیوه فرو رفت است؟

$$\left(\rho_{\text{روغن}} = ۰/۸\frac{g}{\text{cm}^۳}, \rho_{\text{جیوه}} = ۱۳/۶\frac{g}{\text{cm}^۳}\right)$$



۱) ۵ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۴

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل زیر، برایند نیروهای قائم وارد بر سطح بالا و پایین مکعب با وزن جسم خنثی می‌شود، داریم:



$$F_۲ = F_۱ + W \Rightarrow P_۲A = P_۱A + W \Rightarrow P_۲A - P_۱A = W$$

$$\Rightarrow (\rho_۱ g(h + h_۱) + \rho_۲ \text{gh}_۲ - \rho_۱ \text{gh})A = W \Rightarrow (\rho_۱ \text{gh}_۱ + \rho_۲ \text{gh}_۲)A = \text{mg}$$

$$\Rightarrow (\rho_۱ h_۱ + \rho_۲ h_۲)A = m \xrightarrow[\rho_۲ = ۱۳/۶\frac{g}{\text{cm}^۳} = ۱۳۶۰۰\frac{\text{kg}}{m^۳}]{\rho_۱ = ۰/۸\frac{g}{\text{cm}^۳} = ۸۰۰\frac{\text{kg}}{m^۳}}$$

$$(۸۰۰h_۱ + ۱۳۶۰۰h_۲) \times (۵۰ \times ۱۰^{-۲})^۲ = ۴۲۰$$

$$h_۱ + ۱۷h_۲ = ۲/۱m = ۲۱۰\text{cm} \xrightarrow{h_۱ + h_۲ = ۵۰\ \text{cm}} ۵۰ - h_۲ + ۱۷h_۲ = ۲۱۰$$

$$\Rightarrow ۱۶h_۲ = ۱۶۰ \Rightarrow h_۲ = ۱۰\ \text{cm}$$

۳ در مکعبی سه مایع مخلوط نشدنی با چگالی‌های $\rho_A = ۱۰/۲ \frac{g}{cm^۳}$، $\rho_B = ۱/۷ \frac{g}{cm^۳}$ و $\rho_C = ۶/۸ \frac{g}{cm^۳}$ ریخته شده، به طوری‌که بعد از ایجاد تعادل، مجموع ارتفاع سه مایع برابر با $۶۲\,cm$ است. اگر فشار کل در کف ظرف برابر با $۱۰۰\,cmHg$ و ارتفاع مایع C نصف مایع A باشد، ارتفاع مایع B چند سانتی‌متر است؟

$(\rho_{جیوه} = ۱۳/۶ \frac{g}{cm^۳}$ و $P_۰ = ۷۶\,cmHg)$

۱) ۲۴ ۲) ۳۶ ۳) ۲۰ ۴) ۳۲

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P = P_۰ + P_A + P_B + P_C \Rightarrow ۱۰۰ = ۷۶ + P_A + P_B + P_C$$

$$+ P_B + P_C = ۲۴\,cmHg \qquad (۱)$$

ارتفاع مایع‌ها برابر h_A، h_B و h_C است، فشار معادل ستونی از این مایع‌ها برحسب سانتی‌متر جیوه برابر است با:

$$h_A = \rho_{جیوه}(h_{جیوه})_A \Rightarrow ۱۰/۲ \times h_A = ۱۳/۶(h_{جیوه})_A \Rightarrow (h_{جیوه})_A = \frac{۳}{۴}h_A \Rightarrow P_A = \frac{۳}{۴}h_A$$

$$h_B = \rho_{جیوه}(h_{جیوه})_B \Rightarrow ۱/۷ \times h_B = ۱۳/۶(h_{جیوه})_B \Rightarrow (h_{جیوه})_B = \frac{۱}{۸}h_B \Rightarrow P_B = \frac{۱}{۸}h_B$$

$$h_C = \rho_{جیوه}(h_{جیوه})_C \Rightarrow \rho_C\left(\frac{h_A}{۲}\right) = \rho_{جیوه}(h_{جیوه})_C \Rightarrow ۶/۸ \times \left(\frac{h_A}{۲}\right) = ۱۳/۶(h_{جیوه})_C$$

$$(h_{جیوه})_C = \frac{۱}{۴}h_A \Rightarrow P_C = \frac{۱}{۴}h_A$$

با جایگذاری مقادیر محاسبه شده در معادله‌ی ۱:

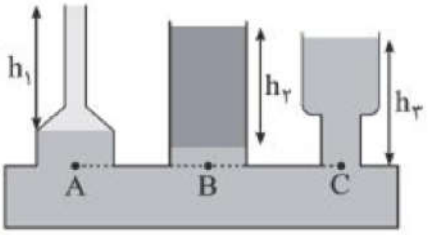
$$+ P_B + P_C = ۲۴ \Rightarrow \frac{۳}{۴}h_A + \frac{۱}{۸}h_B + \frac{۱}{۴}h_A = ۲۴ \Rightarrow ۸h_A + h_B = ۱۹۲\,cm \quad (I)$$

از طرف دیگر، داریم:

$$+ h_B + \frac{h_A}{۲} = ۶۲cm \Rightarrow ۳h_A + ۲h_B = ۱۲۴\,cm \quad (II)$$

$$\begin{cases} ۸h_A + h_B = ۱۹۲ \\ ۳h_A + ۲h_B = ۱۲۴ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۸h_A + h_B = ۱۹۲ \\ -۱/۵h_A - h_B = -۶۲ \end{cases} \Rightarrow ۶/۵h_A = ۱۳۰ \Rightarrow \begin{cases} h_A = ۲۰\,cm \\ h_B = ۳۲\,cm \end{cases}$$

۴ در شکل زیر مایع‌ها در ظرف‌های مرتبط در تعادل‌اند. اگر فشار نقاط A، B و C به ترتیب P_A، P_B و P_C باشد، کدام گزینه درست است؟



۱ $P_C < P_B < P_A$

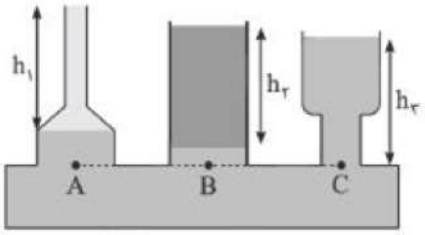
۲ $P_C = P_B = P_A$

۳ $P_C > P_B > P_A$

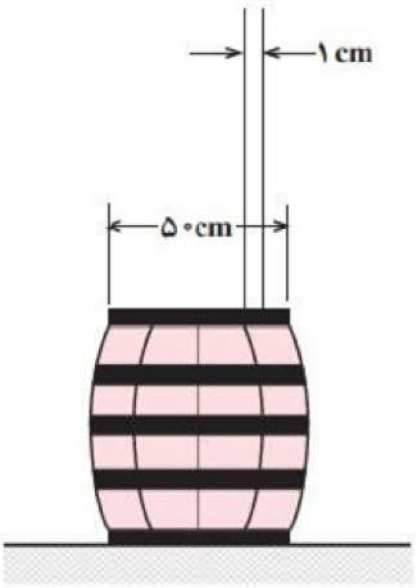
۴ اظهار نظر قطعی نمی‌توان کرد.

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به این‌که هر سه نقطه در یک مایع و در یک تراز قرار دارند، پس فشار در نقاط A، B و C با هم برابر است.



۵ آزمایش شکل زیر را پاسکال برای اولین بار انجام داد. لوله باریک و بلندی را به بشکه‌ای وصل کرد و در داخل لوله آب ریخت. هنگامی که ارتفاع آب در لوله به $۱۵/۳$ متر رسید، درپوش بشکه دررفت. اگر قطر درپوش $۵۰\,\mathrm{cm}$ باشد،در این لحظه چه نیرویی از طرف آب به درپوش وارد شده است؟ قطر داخلی لوله $۱\,\mathrm{cm}$ است.



پاسخ: ۱

$$P = \rho gh = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۱۵/۳ = ۱۵۳۰۰۰\,\mathrm{Pa}$$

هوا از بالا به درپوش نیرو وارد می‌کند. بنابراین برای محاسبه‌ی نیرویی که از طرف مایع (آب) و به واسطه‌ی فشار آن به درپوش وارد می‌شود، باید فشار پیمانه‌ای مایع (آب) در نظر گرفته شود.

$$A = \frac{\pi D^۲}{۴} = \frac{\pi \times ۰/۵^۲}{۴} = \frac{\pi}{۱۶} m^۲ \Rightarrow F = PA = ۱۵۳۰۰۰ \times \frac{\pi}{۱۶} = \frac{۱۹۱۲۵\pi}{۲} N$$

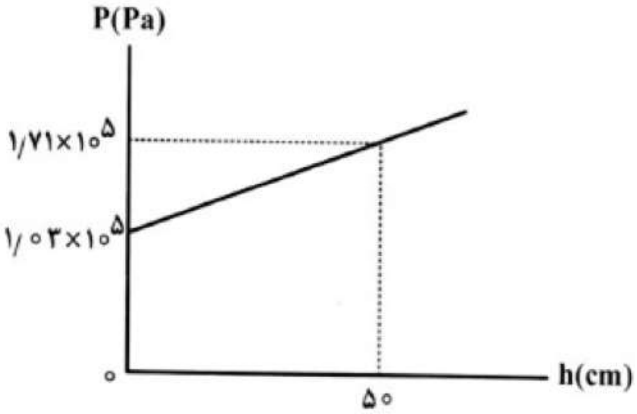
اگر بخواهیم مقدار این نیرو دقیق‌تر محاسبه شود، باید مساحت مقطع لوله از مساحت درپوش کم شود.

$$a = \frac{\pi d^۲}{۴} = \frac{\pi \times ۰/۰۱^۲}{۴} = \frac{\pi}{۴۰۰۰۰} \Rightarrow A' = A - a = \frac{\pi}{۱۶} - \frac{\pi}{۴۰۰۰۰} = \frac{۲۴۹۹\pi}{۴۰۰۰۰}$$

$$\Rightarrow F' = PA' = ۱۵۳۰۰۰ \times \frac{۲۴۹۹\pi}{۴۰۰۰۰} = \frac{۳۸۲۳۴۷\pi}{۴۰} N$$

اختلاف F' و F برابر $\frac{۱۵۳\pi}{۴۰} N$ است که به طور نسبی ناچیز است ($۰/۰۴$ درصد) و از ابتدا می‌توانستیم از آن چشم‌پوشی کنیم.

۶ شکل مقابل، فشار درون یک مایع را برحسب h نشان می‌دهد و h فاصله تا سطح آزاد مایع است. فشار پیمانه‌ای در عمق ۱۰ سانتی‌متری این مایع، چند پاسکال است؟ ($g = ۱۰\frac{N}{kg}$ و چگالی مایع ثابت فرض شود.)



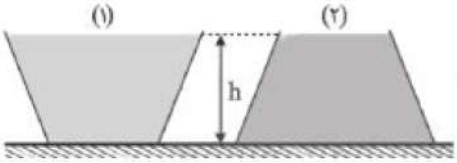
۱) $۱/۳۴\times۱۰^{۵}$ ۲) $۱/۱۶۶\times۱۰^{۵}$ ۳) $۶/۸\times۱۰^{۴}$ ۴) $۱/۳۶\times۱۰^{۴}$

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شیب نمودار $P-h$ برابر است با ρ_g:

$$\text{شیب} = \frac{(۱/۷۱ - ۱/۰۳)\times۱۰^{۵}}{۵۰\times۱۰^{-۲}} = ۱/۳۶\times۱۰^{۵}$$

فشار پیمانه ای $P = \rho gh = (۱/۳۶\times۱۰^{۵})\times۰/۱ = ۱/۳۶\times۱۰^{۴}\ Pa$

۷ دو ظرف با جرم ناچیز مطابق شکل با جرم مساوی از آب تا یک ارتفاع پر شده‌اند. اگر فشار وارد بر سطح افقی از طرف ظرف (۱) و (۲) به ترتیب $P_۱$ و $P_۲$ باشد، $\frac{P_۱}{P_۲}$ چند است؟ (شعاع قاعدهٔ ظرف (۲) سه برابر ظرف (۱) است.)



۱) ۱ ۲) $\frac{۱}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۹}$ ۴) ۹

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

اگر از جرم ظرف‌ها صرف‌نظر شود، چون جرم آب در دو ظرف یکی است، نیروی وارد بر سطح افقی، از طرف ظرف‌ها یکسان است و با توجه به این‌که شعاع قاعدهٔ ظرف (۲) سه برابر ظرف (۱) است، پس سطح مقطع ظرف (۲) نه برابر ظرف (۱) است و از رابطهٔ $P = \frac{mg}{A}$، فشار $P_۱$ باید ۹ برابر $P_۲$ باشد.

دقت کنید رابطهٔ $P = \rho gh$، فشار وارد از طرف مایع‌ها بر قسمت داخلی کف ظرف‌ها بوده و برای این سؤال قابل استفاده نیست.

۸ در عمق ۴ متری از سطح آب در داخل یک کشتی، سوراخی به مساحت $۲۰\,\mathrm{cm}^۲$ ایجاد شده و آب به داخل کشتی وارد می‌شود.برای جلوگیری از ورود آب، روی سطح سوراخ یک صفحه گذاشته و روی آن وزنه می‌گذاریم. حداقل چند کیلوگرم وزنه روی صفحه قرار دهیم تا آب وارد کشتی نشود؟

$$\left(\rho_{\text{آب}} = ۱\,\frac{g}{\mathrm{cm}^۳}, P_{\cdot} = ۱۰^{۵}\,\mathrm{Pa}, g = ۱۰\,\frac{N}{\mathrm{kg}}\right)$$

۱) ۸ ۲) ۲۸ ۳) ۴ ۴) ۱۶

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

فشار در عمق $۴\mathrm{m}$ آب را حساب می‌کنیم:

$$P = \rho gh = ۱۰۰۰\times ۱۰\times ۴ = ۴۰۰۰۰\mathrm{Pa}$$

حال نیرویی که آب در این عمق وارد می‌کند را حساب می‌کنیم:

$$F_{\perp} = P_{\cdot}A = mg$$

این نیرو توسط وزن قطعه خنثی می‌شود:

$$m = \frac{۴\times ۱۰^{۴}\times ۲\times ۱۰^{-۳}}{۱۰} = ۸\,\mathrm{kg}$$

۹ ارتفاع یک سد قائم برابر ۲۰۰ متر و عرض آن ۱۰۰ متر است. آب به طور کامل در پشت سد قرار دارد. نیروی متوسطی که از طرف آب به دیواره‌ی سد وارد می‌شود، چند گیگانیوتون چقدر است؟(چگالی آب $g = ۱۰\frac{N}{kg}$ و $۱\frac{g}{cm^۳}$)

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۱۰ ۴) ۲۰

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

فشار مایع بر حسب عمق آن، با توجه به رابطه‌ی $P = \rho gh$ یک تابع خطی از عمق مایع است. بنابراین، فشار متوسط وارد بر دیواره‌ی سد از طرف آب برابر میانگین فشار در بالای سد و زیر سد است.

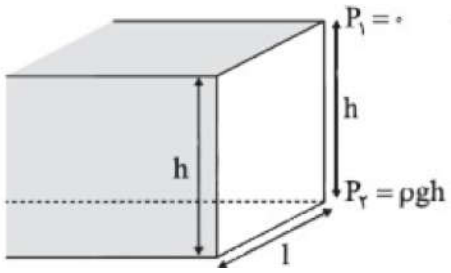
$$\overline{P} = \frac{P_۱ + P_۲}{۲} = \frac{\rho gh}{۲}$$

$$\overline{F} = \overline{P}A = \left(\frac{\rho gh}{۲}\right)(hl)$$

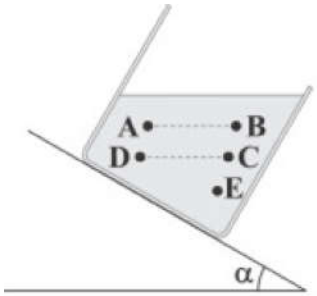
$$\overline{F} = \frac{۱}{۲}\rho glh^۲$$

$$\overline{F} = \frac{۱}{۲}\times ۱۰۰۰\times ۱۰\times ۱۰۰\times (۲۰۰)^۲ = ۲\times ۱۰^{۱۰} N$$

$$= ۲۰\times ۱۰^۹ N = ۲۰\,GN$$



۱۰ در شکل، یک ظرف آب بر روی سطح شیب‌داری قرار گرفته و آب در حالت تعادل قرار دارد. کدام مقایسه بین فشار نقاط مشخص‌شده صحیح است؟



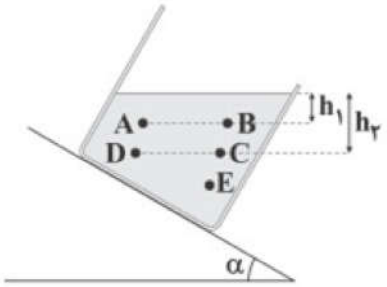
۱ $P_B < P_A < P_C = P_D < P_E$

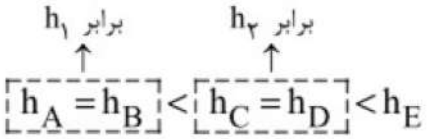
۲ $P_A = P_B < P_C = P_D < P_E$

۳ $P_B < P_A = P_C < P_D = P_E$

۴ $P_B = P_A = P_C < P_D = P_E$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. برای مقایسه‌ی فشار مایعات باید عمق به صورت عمودی و قائم از سطح آزاد مایع سنجیده شود. در این صورت مقایسه‌ی عمق نقاط مختلف می‌توان نوشت:





با توجه به رابطه‌ی $P = \rho gh$، فشار، متناسب با عمق است، بنابراین داریم:

$$P_A = P_B < P_C = P_D < P_E$$

۱۱) در شکل زیر، مساحت روزنه‌ی خروج بخار آب روی درب یک زودپز $۰/۴\,\mathrm{mm}^۲$ است. جرم وزنه‌ای که روی این روزنه باید گذاشت چند گرم باشد تا فشار هوای داخل آن بیش‌تر از $۲\,\mathrm{atm}$ نشود؟ (فشار هوای بیرون دیگ زودپز را $۱\,\mathrm{atm}=۱۰^۵\,\mathrm{Pa}$ درنظر بگیرید و $g=۱۰\frac{N}{\mathrm{kg}}$)

۱) ۴۰ ۲) ۸۰ ۳) ۱۲۰ ۴) ۱۶۰

پاسخ: ۱) گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اختلاف فشار هوای بیرون و داخل زودپز برابر است با:

$$P=۲\,\mathrm{atm}-۱\,\mathrm{atm}=۱\,\mathrm{atm}=۱۰^۵\,\mathrm{Pa}$$

فشاری که وزنه به روزنه‌ی خروج بخار وارد می‌کند برابر است با:

$$F=\mathrm{PA}=۱۰^۵\times۴\times۱۰^{-۶}=۴\times۱۰^{-۱}\,N$$

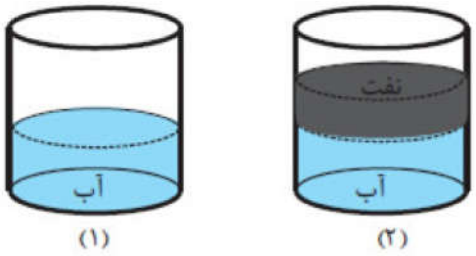
$$F=W=\mathrm{mg}\Rightarrow ۰/۴=m\times۱۰\Rightarrow m=۰/۰۴\mathrm{kg}=۴۰g$$

۱۲) درون یک ظرف استوانه‌ای قائم به قطر داخلی $۴۰\,\mathrm{cm}$، $۱/۲\,\mathrm{kg}$ آب وجود دارد. چند گرم نفت روی آن بریزیم تا پس از ایجاد تعادل، فشار وارد بر کف ظرف از طرف مایع‌ها ۲۰ درصد افزایش یابد؟

$$\left(\rho_{\text{آب}}=۱\frac{g}{\mathrm{cm}^۳},\rho_{\text{نفت}}=۰/۸\frac{g}{\mathrm{cm}^۳},g=۱۰\frac{N}{\mathrm{kg}}\right)$$

۱) ۲۴۰ ۲) ۳۰۰ ۳) ۳۶۰ ۴) ۴۸۰

پاسخ: ۱) گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل زیر و رابطه‌ی مفهوم فشار داریم:



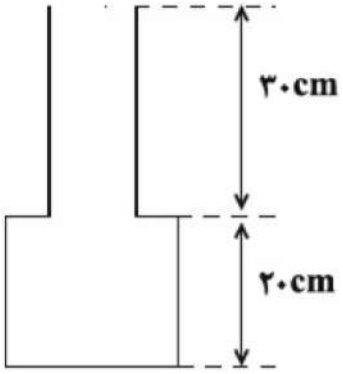
$$P=\frac{F}{A}\xrightarrow{F=\mathrm{mg}}P=\frac{\mathrm{mg}}{A}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{m_۲}{m_۱}\times\frac{A_۱}{A_۲}$$

$$\xrightarrow[m_۱=m_{\text{آب}},A_۲=A_۱]{m_۲=m_{\text{نفت}}+m_{\text{آب}}}\Rightarrow\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{m_{\text{نفت}}+m_{\text{آب}}}{m_{\text{آب}}}$$

$$\xrightarrow{P_۲=P_۱+\frac{۲۰}{۱۰۰}P_۱=۱/۲P_۱}۱/۲=\frac{m_{\text{نفت}}+m_{\text{آب}}}{m_{\text{آب}}}\Rightarrow m_{\text{نفت}}+m_{\text{آب}}=۱/۲m_{\text{آب}}$$

$$\Rightarrow m_{\text{نفت}}=۰/۲m_{\text{آب}}\xrightarrow{m_{\text{آب}}=۱/۲\,\mathrm{kg}}m_{\text{نفت}}=۰/۲\times۱/۲=۰/۲۴\mathrm{kg}=۲۴۰g$$

۱۳ مطابق شکل مقابل، درون یک ظرف خالی، ۱۸۰ گرم روغن با چگالی $۰/۶\frac{\text{kg}}{L}$ می‌ریزیم، اگر سطح مقطع قسمت‌های پهن و باریک ظرف به‌ترتیب برابر $۱۲\text{cm}^۲$ و $۵\text{cm}^۲$ باشد، نیروی وارد بر کف ظرف از طرف روغن چند نیوتون خواهد بود؟ $\left(g = ۱۰\frac{N}{\text{kg}}\right)$



۱) $۲/۳۰۴$
۲) $۳/۸۴$
۳) $۲۳/۰۴$
۴) $۱/۸$

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا حجم روغن ریخته شده در ظرف را محاسبه می‌کنیم. به همین منظور برای سازگاری یکاها، چگالی مایع را برحسب گرم بر سانتی‌متر مکعب به دست میآوریم:

$$\rho = ۰/۶\frac{\text{kg}}{L}\times\frac{۱۰^{۳}\,g}{۱\,\text{kg}}\times\frac{۱\,L}{۱۰^{۳}\,\text{cm}^۳} = ۰/۶\frac{g}{\text{cm}^۳}$$

$$\rho_{\text{روغن}} = \frac{m_{\text{روغن}}}{v_{\text{روغن}}} \Rightarrow v_{\text{روغن}} = \frac{m_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{روغن}}} = \frac{۱۸۰g}{۰/۶\frac{g}{\text{cm}^۳}} = ۳۰۰\text{cm}^۳$$

اکنون حجم قسمت پهن ظرف را به دست میآوریم:

$$V = \text{Ah} = ۱۲\times۲۰ = ۲۴۰\text{cm}^۳$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنید، حجم کل روغن $(V = ۳۰۰\text{cm}^۳)$ از حجم قسمت پهن ظرف $(V = ۲۴۰\text{cm}^۳)$ بیش‌تر است؛ در نتیجه، روغن وارد قسمت باریک ظرف خواهد شد. در این حالت حجم روغن وارد شده در قسمت باریک ظرف برابر $۳۰۰ - ۲۴۰ = ۶۰\text{cm}^۳$ است. بنابراین ارتفاع روغن در قسمت باریک لوله برابر است با:

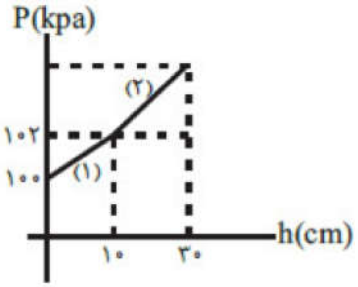
$$V' = A'h' \Rightarrow ۶۰ = ۵h' \Rightarrow h' = ۱۲\,\text{cm}$$

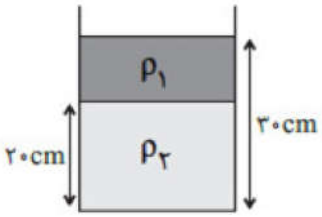
پس فاصله‌ی سطح آزاد روغن از کف ظرف برابر $۲۰ + ۱۲ = ۳۲\,\text{cm}$ خواهد شد.

اکنون با استفاده از رابطه‌ی $F = \text{PA}$ نیروی وارد بر کف ظرف از طرف روغن را به دست میآوریم:

$$F = \text{PA} \xrightarrow{P=\rho g(h+h')} F = ۶۰۰\times۱۰\times\frac{۳۲}{۱۰۰}\times۱۲\times۱۰^{-۴} = ۲/۳۰۴N$$

۱۴ نمودار مقابل، فشار ناشی از مایع‌های موجود در ظرف را برحسب عمق از سطح آزاد مایع‌ها نمایش می‌دهد. اگر شیب خط ۲ دو برابر شیب خط ۱ باشد، فشار کل وارد بر کف ظرف چند کیلوپاسکال است؟





۱ ۱۰۴ ۲ ۱۰۶ ۳ ۱۰۸ ۴ ۱۱۰

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. شیب نمودار $P-h$ بیان‌گر (ρg) می‌باشد.

$$\text{شیب ۱} = \frac{(۱۰۲-۱۰۰)\times ۱۰^{۳}}{(۱۰)\times ۱۰^{-۲}} = ۲\times ۱۰^{۴}\,\frac{\text{Pa}}{m} \Rightarrow ۲\times ۱۰^{۴} = \rho_{۱} g \Rightarrow \rho_{۱} = ۲۰۰۰\,\frac{\text{kg}}{m^{۳}}$$

از آن‌جا که شیب خط ۲، دو برابر شیب خط ۱ است، پس در نتیجه:

$$\rho_{۲} = ۴۰۰۰\,\frac{\text{kg}}{m^{۳}}$$

$$P_T = \rho_{۲}\text{gh}_{۲} + \rho_{۱}\text{gh}_{۱} + P_{۰} = ۴۰۰۰\times ۱۰\times ۰/۲ + ۲۰۰۰\times ۱۰\times ۰/۱ + ۱۰^{۵}$$

$$\Rightarrow P_T = ۸۰۰۰ + ۲۰۰۰ + ۱۰^{۵} = ۱۱۰۰۰۰\text{Pa} = ۱۱۰\,\text{kPa}$$

۱۵ اگر فشار کل در ته ظرفی که حاوی مقداری آب ساکن است، ۶ برابر فشار ناشی از آب در ته ظرف باشد، ارتفاع آب در داخل ظرف چند متر است؟ (چگالی آب $۱۰۰۰\,\frac{\text{kg}}{m^{۳}}$، فشار هوای محیط $۱۰^{۵}\,\text{Pa}$ و $g = ۱۰\,\frac{N}{\text{kg}}$ است.)

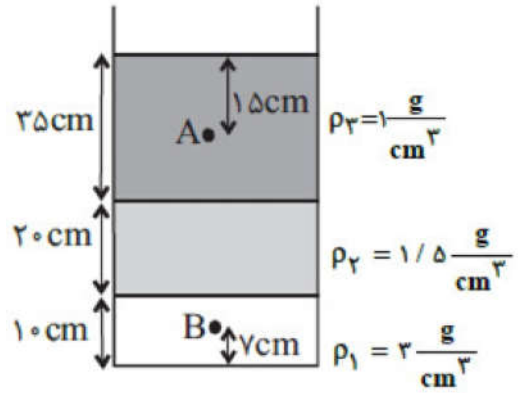
۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم فشار کل در ته ظرف برابر با $P = P_{۰} + \rho\text{gh}$ و فشار ناشی از مایع در ته ظرف $P' = \rho\text{gh}$ است. بنابراین، با توجه به این‌که $P = ۶P'$ است، می‌توان نوشت:

$$P = ۶P' \xrightarrow[P'=\rho\text{gh}]{P=P_{۰}+\rho\text{gh}} P_{۰} + \rho\text{gh} = ۶\rho\text{gh} \Rightarrow P_{۰} = ۵\rho\text{gh} \xrightarrow[\rho=۱۰^{۳}\,\frac{\text{kg}}{m^{۳}}]{P_{۰}=۱۰^{۵}\,\text{Pa}}$$

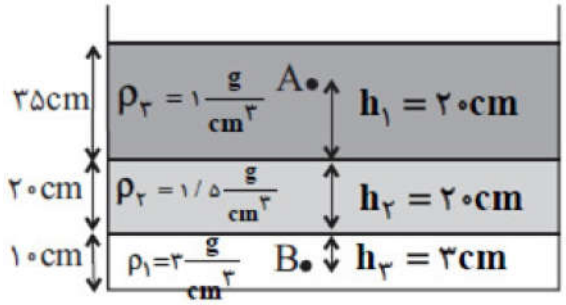
$$۱۰^{۵} = ۵\times ۱۰^{۳}\times ۱۰\times h \Rightarrow h = ۲m$$

۱۶ در شکل مقابل سه مایع مخلوط نشدنی با چگالی‌های مشخص درون ظرفی قرار دارند. اندازه‌ی اختلاف فشار بین دو نقطه‌ی A و B چند پاسکال است؟ $\left(g = ۱۰\frac{N}{kg}\right)$



۱) ۷۱۰۰ ۲) ۵۴۰۰ ۳) ۶۶۰۰ ۴) ۵۹۰۰

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مطابق با شکل زیر و با استفاده از رابطه‌ی فشار در شاره‌ها $(P_۲ = \rho gh + P_۱)$ داریم:



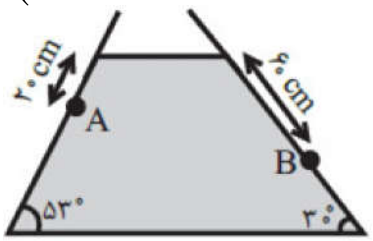
$$P_B = \rho_۱ gh_۱ + \rho_۲ gh_۲ + \rho_۳ gh_۳ + P_A$$

$$\Rightarrow P_B = ۳\times۱۰^{۳}\times۱۰\times۳\times۱۰^{-۲} + ۱/۵\times۱۰^{۳}\times۱۰\times۲\times۱۰^{-۱} + ۱۰^{۳}\times۱۰\times۲\times۱۰^{-۱} + P_A$$

$$\Rightarrow P_B - P_A = ۹۰۰ + ۳۰۰۰ + ۲۰۰۰ \Rightarrow P_B - P_A = ۵۹۰۰\,Pa$$

۱۷ درون ظرفی به شکل زیر، مایعی با چگالی $۰/۸\frac{g}{cm^۳}$ در حال تعادل قرار دارد. اختلاف فشار بین دو نقطه‌ی A و B چند پاسکال است؟

$\left(\text{Sin}\,۵۳^\circ = ۰/۸, g = ۱۰\frac{N}{kg}\right)$



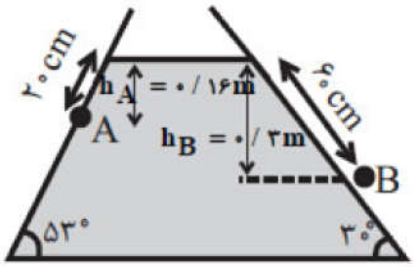
۱) ۱۱۲۰ ۲) ۱۶۰۰ ۳) ۲۴۰۰ ۴) ۳۲۰۰

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اختلاف فشار بین هر دو نقطه از یک مایع ساکن از رابطه‌ی $\Delta P = \rho g \Delta h$ به دست میآید:

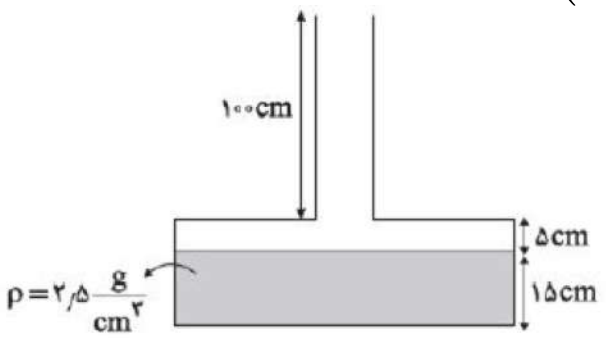
$$h_A = L_A \,\text{Sin}\,۵۳^\circ = ۰/۲ \times \text{Sin}\,۵۳^\circ = ۰/۲ \times ۰/۸ = ۰/۱۶m$$

$$h_B = L_B \,\text{Sin}\,۳۰^\circ = ۰/۶ \times \frac{۱}{۲} = ۰/۳m$$

$$\Delta P = \rho g \Delta h \Rightarrow \Delta P = ۸۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۱۴ = ۱۱۲۰\,Pa$$



۱۸ در شکل زیر بیشینهٔ نیرویی که ظرف حاوی مایع می‌تواند تحمل کند برابر ۶۰ نیوتن است. حداکثر چند لیتر از مایع موجود می‌توان به ظرف اضافه کرد تا ظرف شکسته نشود؟ (سطح مقطع کف ظرف $۴۰\text{cm}^۲$ و سطح مقطع لولهٔ باریک $۵\text{cm}^۲$ است.) $\left(g = ۱۰\frac{N}{\text{kg}}\right)$



۱ ۰/۱ ۲ ۰/۲ ۳ ۰/۲۲۵ ۴ ۰/۴

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

حداکثر فشار از طرف مایع : $P_{\max} = \frac{F_{\max}}{A_{\text{کف}}}$

$$\Rightarrow P_{\max} = \frac{۶۰}{۴۰\times۱۰^{-۴}} = ۱/۵\times۱۰^{۴}\,\text{Pa} = \rho g h_m$$

$$\Rightarrow h_{\max} = \frac{۱/۵\times۱۰^{۴}}{\rho g} \overset{(SI)}{=} \frac{۱۵\times۱۰^{۳}}{۲۵۰۰\times۱۰} = \frac{۱۵}{۲۵} = \frac{۳}{۵} = ۰/۶\text{m} = ۶۰\text{cm}$$

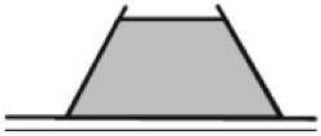
حداکثر ارتفاعی که مایع باید اضافه شود : $\Delta h = ۶۰ - ۱۵ = ۴۵\text{cm}$

لوله پهن $\Delta V = A\Delta h = ۴۰\times۵ = ۲۰۰\text{cm}^۳$

لوله باریک $\Delta V = Ah' = ۵\times۴۰ = ۲۰۰\text{cm}^۳$

$\Delta V_{\text{کل}} = ۴۰۰\text{cm}^۳ = ۰/۴\,\text{Lit}$

۱۹) ظرفی مقابل شکل زیر، محتوی مایعی به وزن W است. اگر نیرویی که مایع به کف ظرف وارد می‌کند $(F_۱)$ و نیرویی که ته ظرف بر سطح افقی وارد می‌کند $(F_۲)$ و وزن ظرف ناچیز باشد، کدام‌یک از روابط زیر صحیح است؟



۱) $F_۱ = W < F_۲$ ۲) $F_۱ > W = F_۲$ ۳) $F_۱ = W = F_۲$ ۴) $F_۱ < W = F_۲$

پاسخ: ۲) گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نیرویی که مایع به کف ظرف وارد می‌کند، برابر است با:

$$F = \mathrm{PA} = \rho \mathrm{ghA}$$

با توجه به شکل مقابل، نیرویی که مایع به کف ظرف وارد می‌کند $(F_۱)$ برابر وزن مایعی است که در قسمت هاشورخورده نشان داده شده است. در حالی‌که ما می‌دانیم وزن مایع واقعی درون ظرف (مایع W) از وزن مایعی که در قسمت هاشورخورده قرار دارد، کم‌تر است. پس می‌توان گفت:

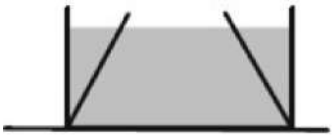
$$F_۱ > W$$

اما نیرویی که ته ظرف به سطح افقی وارد می‌کند، همواره برابر مجموع وزن مایع و وزن ظرف است:

$$F_۲ = W_{\text{مایع}} + W_{\text{ظرف}}$$

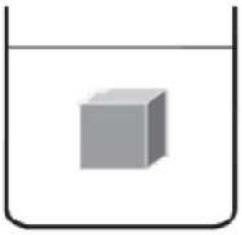
چون طبق صورت سؤال، وزن ظرف ناچیز است، بنابراین:

$$\xrightarrow{W_{\text{ظرف}}=۰} F_۲ = W_{\text{مایع}}$$



۲۰) جسمی مکعبی به طول ضلع ۲۰ cm درون شاره‌ای غوطه‌ور و در حال تعادل است. فشار در بالا و زیر جسم به‌ترتیب ۱۰۵ و ۱۰۶/۸ کیلو پاسکال است. چگالی شاره چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

$$\left(g = ۱۰ \frac{N}{\mathrm{kg}}\right)$$

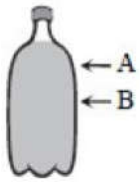


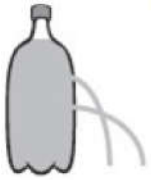
۱) ۱ ۲) ۰/۹ ۳) ۰/۸ ۴) ۱/۲

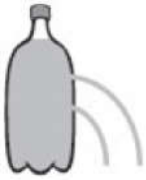
پاسخ: ۲) گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اختلاف فشار بین دو نقطهٔ بالایی و پایینی مکعب برابر $\rho \mathrm{g} \Delta \mathrm{h}$ است:

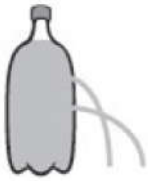
$$\Delta \mathrm{P} = \rho \mathrm{g} \Delta \mathrm{h} \Rightarrow ۱/۸ \times ۱۰^{۳} = \rho \times ۱۰ \times \frac{۲۰}{۱۰۰} \Rightarrow \rho = ۹۰۰ \frac{\mathrm{kg}}{m^{۳}} = ۰/۹ \frac{g}{\mathrm{cm}^{۳}}$$

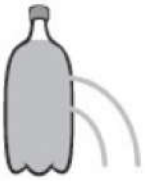
۲۱ یک بطری پر از آب را از دو نقطه‌ی A و B سوراخ می‌کنیم. مسیر آب بیرون ریخته شده از دو سوراخ به چه صورت است و سرعت خروج آب از کدام سوراخ بیش‌تر است؟



۱  $V_A > V_B$

۲  $V_A > V_B$

۳  $V_A < V_B$

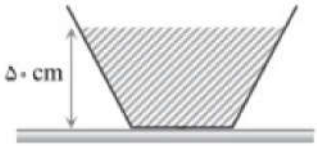
۴  $V_A < V_B$

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فشار مایع در نقطه‌ی B بیش‌تر از A است، بنابراین تندی خروجی آب از B بیش‌تر از A است بنابراین آب خروجی با شدت بیش‌تری خارج می‌شود و در نقاط دورتری به زمین می‌رسد.

$$h_B > h_A \Rightarrow P_B > P_A \Rightarrow V_B > V_A$$

۲۲ در شکل زیر یک ظرف به جرم ناچیز با سطح مقطع کف $۱۰\text{cm}^۲$ قرار دارد که داخل آن ۳۰۰ گرم آب ریخته‌ایم. اگر ارتفاع آب در ظرف ۵۰ سانتی‌متر باشد، فشار مایع در کف ظرف و فشاری که ظرف به سطح افقی روی آن وارد می‌کند به‌ترتیب از راست به چپ چند پاسکال است؟

$$\left(\rho = ۱\ \frac{g}{\text{cm}^۳}, g = ۱۰\ \frac{m}{s^۲}\right)$$



۱ ۵۰۰۰، ۳۰۰۰

۲ ۳۰۰۰، ۵۰۰۰

۳ ۳۰۰۰، ۳۰۰۰

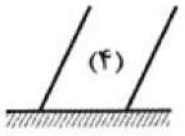
۴ ۵۰۰۰، ۵۰۰۰

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فشار مایع ρgh و فشار ظرف به سطح $\frac{mg}{A}$ است.

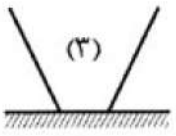
$$P_{\text{مایع}} = \rho gh = ۱ \times ۱۰^۳ \times ۱۰ \times ۰/۵ = ۵۰۰۰\ \text{Pa}$$

$$P_{\text{ظرف}} = \frac{mg}{A} = \frac{۰/۳ \times ۱۰}{۱۰ \times ۱۰^{-۴}} = ۳۰۰۰\ \text{Pa}$$

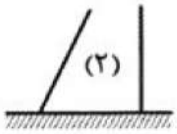
۲۳ در اشکال زیر مساحت کف تمام ظرف‌ها با هم برابر است. در صورتی که در تمام آنها حجم یکسانی از یک مایع ریخته شود. فشار حاصل از مایع بر کف ظرف‌ها و نیرویی که ظرف‌ها به سطح افقی وارد می‌کنند را با هم مقایسه کنید. (جرم تمامی ظرف‌ها یکسان است.)

۱ 

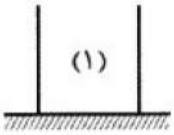
$P_۱ = P_۲ = P_۳ = P_۴$
$F_۲ > F_۱ = F_۴ > F_۳$

۲ 

$P_۲ > P_۱ = P_۴ > P_۳$
$F_۱ = F_۲ = F_۳ = F_۴$

۳ 

$P_۱ = P_۲ = P_۳ = P_۴$
$F_۱ = F_۲ = F_۳ = F_۴$

۴ 

$P_۲ > P_۱ = P_۴ > P_۳$
$F_۲ > F_۱ = F_۴ > F_۳$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
در حجم یکسانی از یک مایع

$h_۲ > h_۱ = h_۴ > h_۳$
$A_۱ = A_۲ = A_۳ = A_۴$
$P = \rho gh \Rightarrow P_۲ > P_۱ = P_۴ > P_۳$

نیرویی که ظرف‌ها به سطح افقی وارد می‌کنند.
ظرف $W + W_{\text{مایع}} = F \Rightarrow F_۱ = F_۲ = F_۳ = F_۴$

۲۴ مطابق شکل زیر، غواصی می تواند با قرار دادن یک سر لوله‌ای در دهان خود، در حالی‌که سر دیگر آن از آب بیرون است تا عمق ۶/۱۵ متری در آب فرو رود و نفس بکشد. اختلاف فشار هوای درون ریهٔ غواص با فشار وارد بر قفسهٔ سینهٔ او چند پاسگال است؟ ($g = ۱۰ \frac{N}{kg}$ و $\rho_{\text{آب}} = ۱ \frac{g}{cm^۳}$)

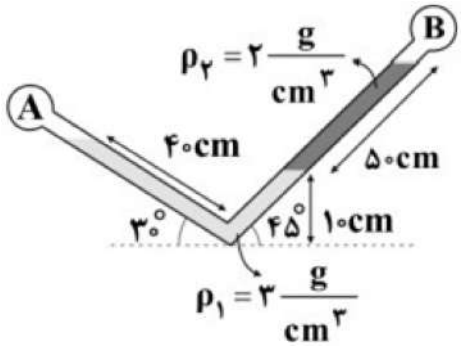
۱ ۶۱۵۰۰ ۲ ۶۱۵۰ ۳ ۶۱۵ ۴ ۶۱۱/۵

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون هوای درون ریه از طریق لوله با هوای بیرون ارتباط دارد، فشار هوای درون ریه، همان فشار هوا است و لذا اختلاف درون ریهٔ غواص با فشار وارد بر قفسهٔ سینهٔ او برابر است با:

$P - P_۰ = \rho gh = ۱۰۰۰ \times ۱۰ \times ۶/۱۵ = ۶۱۵۰۰\,Pa$

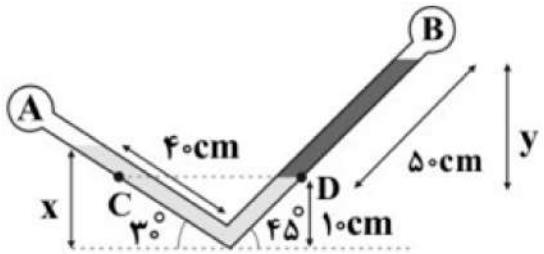
۲۵ در شکل زیر، اندازه‌ی اختلاف فشار دو مخزن A و B چند کیلو پاسکال است؟

$$\left(\text{Sin}\,۴۵^\circ = ۰/۷, \text{Sin}\,۳۰^\circ = \frac{۱}{۲}, g = ۱۰\,\frac{N}{kg}\right)$$

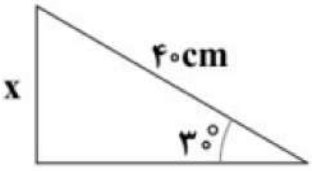


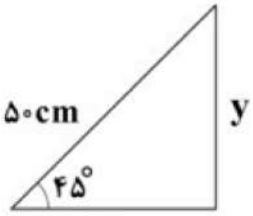
۱) ۳/۵ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۲/۵

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم فشار در نقاط هم‌تراز از یک مایع ساکن برابر است. هم‌چنین ارتفاع قائم مایعات را باید در محاسبات وارد کنیم:



$$\text{Sin}\,۳۰^\circ = \frac{x}{۴۰} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{x}{۴۰} \Rightarrow x = ۲۰\text{cm}$$





$$\text{Sin}\,۴۵^\circ = \frac{y}{۵۰} \Rightarrow \frac{۰}{۷} = \frac{y}{۵۰} \Rightarrow y = ۳۵\text{cm}$$

$$P_C = P_D \Rightarrow P_A + (\rho gh)_۱ = P_B + (\rho gh)_۲ \Rightarrow P_A - P_B = (\rho gh)_۲ - (\rho gh)_۱$$
$$\Rightarrow P_A - P_B = (۲۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۳۵) - (۳۰۰۰ \times ۱۰ \times ۰/۱) = ۴۰۰۰\text{Pa}$$
$$\Rightarrow P_A - P_B = ۴\text{kPa}$$