

۱) اگر تندی جسمی را از $۲ \frac{m}{s}$ به $۶ \frac{m}{s}$ برسانیم، انرژی جنبشی آن ۴ ژول افزایش می‌یابد. جرم جسم چند گرم است؟

۴۰۰ (۴)

۳۰۰ (۳)

۲۵۰ (۲)

۱۵۰ (۱)

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2)$$

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$۴ = \frac{1}{2} m (۶^2 - ۲^2) \Rightarrow m = ۰/۲۵ \text{ kg}$$

۲) اگر تندی متحرکی به جرم m به اندازه $\frac{۸}{9} m$ افزایش پیدا کند، افزایش انرژی جنبشی آن $\frac{۷}{9}$ انرژی جنبشی اولیه‌ی این متحرک می‌شود. تندی اولیه‌ی این متحرک چند متر بر ثانیه بوده است؟

۳۲ (۴)

۲۴ (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: ۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2} mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{m_2}{m_1} \right) \times \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2$$

$$\xrightarrow{m_2=m_1} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{K_1 + \frac{7}{9} K_1}{K_1} = \left(\frac{v_1 + 8}{v_1} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{16}{9} = \left(\frac{v_1 + 8}{v_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{v_1 + 8}{v_1} \Rightarrow 4v_1 = 3v_1 + 24 \Rightarrow v_1 = 24 \frac{m}{s}$$

۳ اگر به جرم جسمی ۲۵ درصد افزوده شود، انرژی جنبشی آن ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. در این صورت تندی جسم چند درصد و چگونه تغییر می‌کند؟

- ۱ - ۲۰ افزایش ۲ - ۲۵ افزایش ۳ - ۲۰ کاهش ۴ - ۲۵ کاهش

پاسخ: ۳ گزینه صحیح است.

$$m_2 = m_1 + \frac{1}{4} m_1 = \frac{5}{4} m_1$$

جرم جسم ۲۵٪ یا $\frac{1}{4}$ افزایش یافته است، بنابراین:

از طرف دیگر انرژی جنبشی جسم ۲۰٪ کاهش داشته است، بنابراین:

$$K_2 = K_1 - \frac{20}{100} K_1 = \frac{80}{100} K_1$$

در نتیجه:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} \Rightarrow \frac{80}{100} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{8}{10} = \frac{5}{4} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

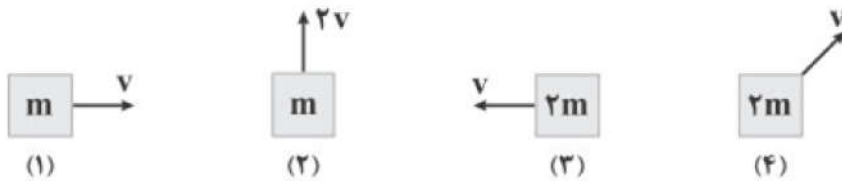
$$\Rightarrow \frac{16}{25} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow v_2 = \frac{4}{5} v_1$$

$$\frac{v_2 - v_1}{v_1} \times 100 = \frac{\frac{4}{5} v_1 - v_1}{v_1} \times 100 = -20\%$$

بنابراین درصد تغییرات تندی برابر است با:

پس انرژی جنبشی جسم ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

۴ انرژی جنبشی کدامیک از اجسام زیر، از بقیه بیشتر است؟



- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

پاسخ: ۲ گزینه صحیح است. رابطه‌ی انرژی جنبشی به صورت مقابل است:

بررسی گزینه‌ها:

$$K_1 = \frac{1}{2} m v^2 \quad (1)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m (2v)^2 = 2 m v^2 \quad (2)$$

$$K_3 = \frac{1}{2} (2m) v^2 = m v^2 \quad (3)$$

$$K_4 = \frac{1}{2} (2m) v^2 = m v^2 \quad (4)$$

مقایسه‌ی انرژی جنبشی‌ها: $K_1 < K_2 = K_3 < K_4$

۵ گلوله‌ای به جرم ۴ kg از ارتفاع h بالای سطح زمین با سرعت $\vec{v} = 6\vec{i} + 8\vec{j}$ در SI پرتاب می‌شود و با تندی $20 \frac{m}{s}$ به سطح زمین برخورد می‌کند. انرژی جنبشی گلوله در این جابه‌جایی چند درصد تغییر کرده است؟

۶۰۰ (۴)

۲۰۰ (۳)

۳۰۰ (۲)

۴۰۰ (۱)

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

انرژی جنبشی کمیتی نرده‌ای است و جهت حرکت جسم تأثیری در مقدار آن ندارد. برای محاسبه تغییرات کافی است انرژی جنبشی لحظه پرتاب و لحظه برخورد به زمین را ابتدا حساب کنیم:

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{1}{2}mv^2 \\ \vec{v}_1 &= 6\vec{i} + 8\vec{j} \Rightarrow v_1 = \sqrt{(6)^2 + (8)^2} = 10 \frac{m}{s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow k_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 100 \Rightarrow k_1 = 200 \text{ J}$$

$$k_2 = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 400 = 800 \text{ J}$$

انکون برای محاسبه درصد تغییرات انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta k}{k_1} \times 100\% = \left(\frac{800 - 200}{200} \right) \times 100 = 300\%$$

۶ انرژی پتانسیل گرانشی جسمی که در ارتفاع h از سطح زمین قرار دارد. برابر با 150 J است. وقتی ارتفاع

جسم را ۳ متر افزایش می‌دهیم، انرژی پتانسیل گرانشی آن 210 J می‌شود. جرم این جسم چند

$$\left(g = 10 \frac{m}{s^2} \right) \text{ کیلوگرم است؟}$$

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: ۱ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. انرژی پتانسیل گرانشی در ارتفاع h_1 نسبت به سطح زمین برابر است با:

$$U_1 = mgh_1 \quad (1)$$

انرژی پتانسیل گرانشی در ارتفاع $h_1 + 3$ از سطح زمین برابر است با:

$$U_2 = mgh_2 = mg(h_1 + 3) \quad (2)$$

بنابراین با استفاده از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$U_2 - U_1 = mg(h_1 + 3) - mgh_1 = mgh_1 + 3mg - mgh_1$$

$$\Rightarrow U_2 - U_1 = 3mg \Rightarrow 210 - 150 = 3 \times m \times 10 \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

۷) ۵ عدد آجر ۲ کیلوگرمی به ارتفاع ۲۰ cm روی زمین قرار دارد. با چیدن آنها روی یکدیگر انرژی پتانسیل آجرها چند J افزایش می‌یابد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

۴۰ (۴)

۳۰ (۳)

۲۰ (۲)

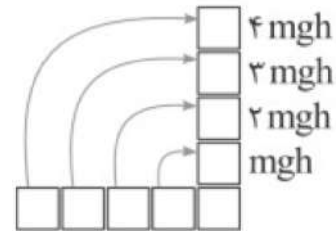
۱۰ (۱)

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\Delta U = mgh + 2mgh + 3mgh + 4mgh = 10 \times 2 \times 10 \times \frac{2}{10} = 40 J$$

$$\Delta U = \frac{n(n-1)}{2} mgh = \frac{5(5-1)}{2} \times 2 \times 10 \times \frac{2}{10} = 40 J$$

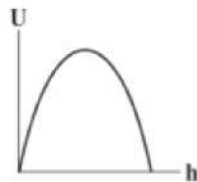
فرمول تستی:



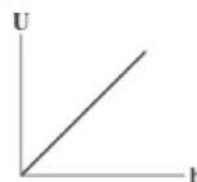
۸) جسمی را با سرعت اولیه v از سطح زمین در راستای قائم، رو به بالا پرتاب می‌کنیم. در کدام گزینه، نمودار تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی جسم بر حسب ارتفاع از نقطه‌ی پرتاب را در زمان رفت و برگشت جسم، به درستی آمده است؟



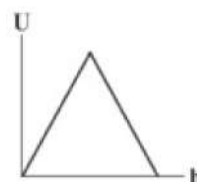
(۴)



(۳)

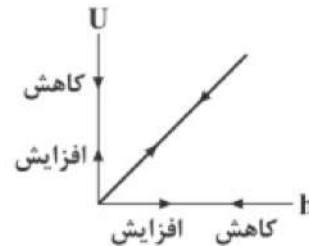


(۲)



(۱)

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. همان‌طور که از رابطه $U = mgh$ مشخص است، بین U و h یک رابطه‌ی خطی برقرار است (به تشابه رابطه‌ی $U = mgh$ و $y = ax$ دقت کنید)، پس با افزایش h ، مقدار U افزایش می‌یابد و با کاهش h ، مقدار U کاهش می‌یابد. پس نمودار $U - h$ برای جسم در مسیر رفت و برگشت روی هم منطبق است، پس گزینه‌ی (۲) درست می‌باشد.



۹ کوهنوردی از ارتفاع ۵۰۰ متری شروع به صعود می‌کند. جرم کوهنورد ۸۰ kg است. اگر انرژی پتانسیل او ۲۴۰ kJ افزایش یابد، تا چه ارتفاعی صعود کرده است؟

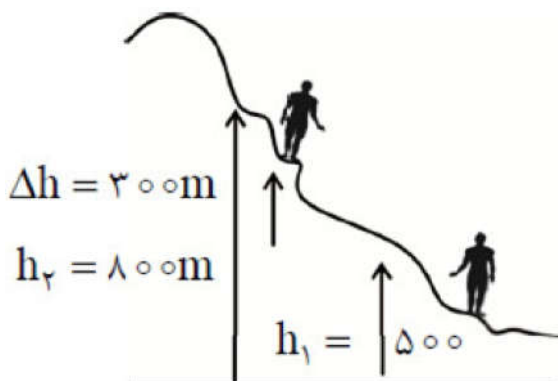
۸۰۰ (۴)

۷۵۰ (۳)

۶۰۰ (۲)

۵۵۰ (۱)

پاسخ: ۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\Delta U = mg\Delta h$$

$$\Delta h = \frac{\Delta U}{mg} = \frac{240 \times 10^3}{80 \times 10}$$

$$\Delta h = \frac{2400 \times 10^2}{800} = 300 \text{ m}$$

افزایش ارتفاع ۳۰۰m

$$h_2 = h_1 + \Delta h$$

$$h_2 = 500 + 300 = 800 \text{ m}$$

۱۰ از نردبانی به طول ۱۴ متر که با دیوار زاویه‌ی 60° می‌سازد، جسمی به جرم ۴ کیلوگرم را از سطح زمین بالا می‌بریم. اگر مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را سطح زمین فرض کنیم، انرژی پتانسیل گرانشی جسم در بالای نردبان چند ژول است؟

$$\left(g = 10 \frac{N}{kg}, \cos 60^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

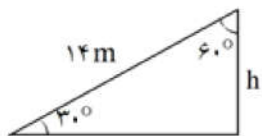
۲۸۰ $\sqrt{3}$ (۴)

۳۶۰ (۳)

۲۸۰ (۲)

۱۴۰ $\sqrt{3}$ (۱)

پاسخ: ۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مانند شکل مقابل، نردبان را وتر یک مثلث قائم‌الزاویه فرض می‌کنیم:



ارتفاع دیوار (h) ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی 30° است:

$$h = \text{وتر} \times \sin 30^\circ = \text{وتر} \times \cos 60^\circ \Rightarrow h = 14 \times \frac{1}{2} = 7 \text{ m}$$

$$U = mgh = 4 \times 10 \times 7 = 280 \text{ J}$$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$4 = \frac{1}{2} m (6^2 - 2^2) \Rightarrow m = 0.25 \text{ kg}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با استفاده از رابطه‌ی انرژی جنبشی داریم:

$$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{m_2}{m_1} \right) \times \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2$$

$$\xrightarrow{m_1 = m_2} \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{K_1 + \frac{1}{9} K_1}{K_1} = \left(\frac{v_1 + 8}{v_1} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{16}{9} = \left(\frac{v_1 + 8}{v_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{4}{3} = \frac{v_1 + 8}{v_1} \Rightarrow 4v_1 = 3v_1 + 24 \Rightarrow v_1 = 24 \frac{m}{s}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$m_2 = m_1 + \frac{1}{4} m_1 = \frac{5}{4} m_1$$

جرم جسم ۲۵٪ یا $\frac{1}{4}$ افزایش یافته است، بنابراین:

از طرف دیگر انرژی جنبشی جسم ۲۰٪ کاهش داشته است، بنابراین:

$$K_2 = K_1 - \frac{20}{100} K_1 = \frac{80}{100} K_1$$

در نتیجه:

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} \Rightarrow \frac{80}{100} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{8}{10} = \frac{5}{4} \times \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{16}{25} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^2 \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow v_2 = \frac{4}{5} v_1$$

$$\frac{v_2 - v_1}{v_1} \times 100 = \frac{\frac{4}{5} v_1 - v_1}{v_1} \times 100 = -20\%$$

بنابراین درصد تغییرات تندی برابر است با:

پس انرژی جنبشی جسم ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

$$K = \frac{1}{2} mv^2$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. رابطه‌ی انرژی جنبشی به صورت مقابل است:

۴

بررسی گزینه‌ها:

$$K_1 = \frac{1}{2} mv^2 \quad (1)$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m(2v)^2 = 2mv^2 \quad (2)$$

$$K_3 = \frac{1}{2} (2m)v^2 = mv^2 \quad (3)$$

$$K_4 = \frac{1}{2} (2m)v^2 = mv^2 \quad (4)$$

$$K_1 < K_3 = K_4 < K_2 \quad \text{مقایسه‌ی انرژی جنبشی‌ها:}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۵

انرژی جنبشی کمیتی نرده‌ای است و جهت حرکت جسم تأثیری در مقدار آن ندارد. برای محاسبه تغییرات کافی است انرژی جنبشی لحظه پرتاب و لحظه برخورد به زمین را ابتدا حساب کنیم:

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= \frac{1}{2} mv_1^2 \\ \vec{v}_1 &= 6\vec{i} + 8\vec{j} \Rightarrow v_1 = \sqrt{(6)^2 + (8)^2} = 10 \frac{m}{s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow k_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times 100 \Rightarrow k_1 = 200 \vec{j}$$

$$k_2 = \frac{1}{2} mv_2^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 400 = 800 \text{ J}$$

اکنون برای محاسبه درصد تغییرات انرژی جنبشی می‌توان نوشت:

$$\frac{\Delta k}{k_1} \times \%100 = \left(\frac{800 - 200}{200} \right) \times 100 = \%300$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. انرژی پتانسیل گرانشی در ارتفاع h_1 نسبت به سطح زمین برابر است با:

۶

$$U_1 = mgh_1 \quad (1)$$

انرژی پتانسیل گرانشی در ارتفاع $h_1 + 3$ از سطح زمین برابر است با:

$$U_2 = mgh_2 = mg(h_1 + 3) \quad (2)$$

بنابراین با استفاده از روابط (۱) و (۲) داریم:

$$U_2 - U_1 = mg(h_1 + 3) - mgh_1 = mgh_1 + 3mg - mgh_1$$

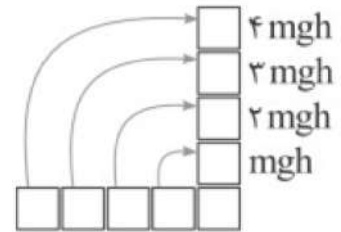
$$\Rightarrow U_2 - U_1 = 3mg \Rightarrow 210 - 150 = 3 \times m \times 10 \Rightarrow m = 2 \text{ kg}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۷

$$\Delta U = mgh + 2mgh + 3mgh + 4mgh = 10 \times 2 \times 10 \times \frac{2}{10} = 40 J$$

$$\Delta U = \frac{n(n-1)}{2} mgh = \frac{5(5-1)}{2} \times 2 \times 10 \times \frac{2}{10} = 40 J$$

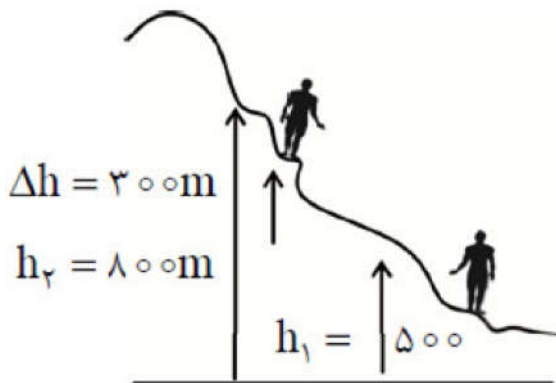
فرمول تستی :



گزینه ۲ پاسخ صحیح است. همان طور که از رابطه $U = mgh$ مشخص است، بین U و h یک رابطه‌ی خطی برقرار است (به تشابه رابطه‌ی $U = mgh$ و $y = ax$ دقت کنید)، پس با افزایش h ، مقدار U افزایش می‌یابد و با کاهش h ، مقدار U کاهش می‌یابد. پس نمودار $U - h$ برای جسم در مسیر رفت و برگشت روی هم منطبق است، پس گزینه‌ی (۲) درست می‌باشد. ۸



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۹



$$\Delta U = mg\Delta h$$

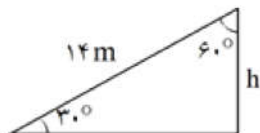
$$\Delta h = \frac{\Delta U}{mg} = \frac{240 \times 10^3}{80 \times 10^3}$$

$$\Delta h = \frac{2400 \times 10^3}{800} = 300 m \text{ افزایش ارتفاع}$$

$$h_2 = h_1 + \Delta h$$

$$h_2 = 500 + 300 = 800 m$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مانند شکل مقابل، نردبان را وتر یک مثلث قائم‌الزاویه فرض می‌کنیم: ۱۰



ارتفاع دیوار (h) ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی 30° است:

$$h = \text{وتر} \times \sin 30^\circ = \text{وتر} \times \cos 60^\circ \Rightarrow h = 14 \times \frac{1}{2} = 7 m$$

$$U = mgh = 4 \times 10 \times 7 = 280 J$$

1	1	2	3	4
2	1	2	3	4
3	1	2	3	4
4	1	2	3	4
5	1	2	3	4
6	1	2	3	4
7	1	2	3	4
8	1	2	3	4
9	1	2	3	4
10	1	2	3	4